This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/

NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06910152 9

COLINI MAC-LAURINI EXPOSITIO PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ,

EX EDITIONE PARISINA

D. LAVIROTTE

ANNI M. DCC. XLIX.

IN LATINUM CONVERSA

A GREGORIO FALCK Soc. Jesu.

ANNO M. DCC. LXI.



VINDOBONÆ,
TYPIS JOANNIS THOMÆ TRATTNER,
CÆS. REG. ET APOST. MAJ. AULÆ, NEC NON INCL. STATUUM INFER. AUSTRIÆ TYPOGR. ET BIBLIOPOL.

LECTORI BENEVOLO.

UT Commune eſſet omnibus commodum, quibus communis amor eſt pulcherrimæ Philoſophiæ, operæ pretium me facturum exiſtimavi, ſi quidem & cuique facile parabilem, & eorum etiam, qui latinis duntaxat inſtituti ſunt literis, uſibus accommodatum redderem librum, qui, quam exponit Philoſophiæ Newtonianæ præſtantiam, diſcentium ſcilicet excitando ardori aptiſſimam, non ſterili commendat elogio, ſed ita evincit perſpicue, ut dum eam cum aliorum inventis conten-

 dit

dit, non ſuo, ſed lectorum ſuorum calculo omnibus præponere videatur. At quoniam tum maxime placet veritas, cum ejus firmitatem in ipſis quodammodo aſſultibus adverſariorum perſpicimus, non contentus ſimplici expoſitione Mac-Laurinus noſter, illud agit potiſſimum, ut quæ opponi ſolent huic Philoſophiæ, refellat manifeſtiſſime, & quæ in controverſiam vocantur, vehementer confirmet; quod utrumque, dum ſingulari præſtat dexteritate, ita ſimul incredibili quadam in tam abſtruſis copioſisque rebus & explanandis facilitate, & diſponendis prudentia Magiſtri mentem exequitur, ut in eo non pars, ſed totus adeo Newtonus vivere, atque ſpirare videatur. Pluribus verbis præclariſſimi Mac-Laurini laudes iſthic commemorare, non eſt ſententia, ne aut prooemium excurrat longius, aut minus, quam res poſtulat, dixiſſe videamur: illud breviter adjicio, nihil mihi in univerſo hoc opere fuiſſe antiquius, quam ut certioris Philoſophiæ ſtudioſorum animi ad ipſius Newtoni operum lectionem præpararentur, a qua po-

tius

tius avertuntur, ſi aliorum libros minus accuratos pervolvant; quodſi enim in his quædam a Newtono multum diverſa lectoribus non probentur, quid pronius, quam ut errore decepti, cum eadem placuiſſe Newtono arbitrentur, minoris illum incipiant facere?

Habes igitur expoſita jam fere ea, quæ me, ut præſentem Mac-Laurini librum e Gallico in Latinum converterem, potiſſimum hortabantur. Ipſa porro interpretatio ita eſt adornata, ut verba lectori non annumeret, ſed tanquam appendat, ac ſi non elegantiam, at mentem Auctoris, qua licet, exprimat. Nulla nos religio vetuit, adhibere uſitata Philoſophis, Mathematiciſque vocabula, quæ qui rejicienda putat, næ ille ſibi neceſſitatem imponet, alia puriora & æque ſimplicia adferendi, quæ Tullius, ſi ætate ejus hæc omnia inventa fuiſſent, ipſe ſibi effingere debuiſſet, vel longa verborum circuitione lectorum animos fatigandi.

Cum vero interpretis, non cenſoris, munus gereremus, haud integrum fuit omittere paucula quædam, acerbius fortaſſis in eos dicta, qui in explicando mundi ſyſtemate aliam ſibi ineundam eſſe viam arbitrantur. Eodem quoque modo vitam ejus in Latinum convertimus, non compoſuimus, neque idcirco probamus omnes laudis in eum derivatæ fontes. Retinuimus denique Lavirottii annexum proxime procemium, ex quo lector, priuſquam opus ipſum aggrediatur, Auctoris conſilium rite perſpiciat.

PRÆ-

PRÆFATIO
D. LAVIROTTE M. D.
AD EDITIONEM GALLICAM.

QUanquam non pauci jam proſtent libri, in quibus Newtoni placita, ſeu quæ Aſtronomiam, ſeu quæ alias rerum naturalium ſcientiæ partes concernunt, ſparſim tradita reperiuntur: deerat tamen adhuc, ut quidem arbitror, ejusmodi, in quo ejus Philoſophiæ capita ſingula non minore accuratione, quam claritate, & ſingillatim, & conjunctim omnia expoſita haberentur. Vir quippe ille ſummus tam ſublimi hæc in libris principiorum pertractavit methodo, ut exiguus modo ſit eruditorum numerus, qui, cum ceterum etiam nihil tam arduum habeant diſciplinæ Mathematicæ, cui pares ſe ſe non experiantur, in hæc quoque ingenii acie ſe penetraturos ſperent. Quare haud erit, cur quiſquam libri, qualem præſentem lectoribus offerimus, utilitatem in dubium revocet, e quo ceteri quoque, qui ſcientiis navant operam, id expectent commodi, ut ne a Philoſophiæ longe præſtantiſſimæ cognitione accurata arceantur.

Quot

Quotquot autem Newtoni diſciplinæ nomen dederunt, nemo ſane erat omnium, qui rem tanto cum emolumento conjunctam felicius exequeretur, quam Mac-Laurinus, quem & eminentis ingenii vis, & in abſtruſiſſimis quibusque perveſtigandis mira quædam ſagacitas, ad inſignem inter eos gradum evexit, quibus Matheſis ſplendorem ſuum debet. Exiſtimabat itaque, ut quanti momenti eſſent illuſtris ſui Magiſtri inventa, intelligeretur, e re fore quam maxime, ſi Philoſophiæ ortum, progreſſumque uſque ad illius tempora compendiaria narratione deduceret, ut cum hac ratione diverſos ejus ſcientiæ ſtatus inter ſe componere liceret, videret quiſque, quantum is, in quo a Newtono collocata eſt, ſuperiorum ætatum conditionem ſuperet.

Recenſitis igitur veterum Philoſophorum opinionibus, illud agit imprimis, ut Carteſii ſyſtema evertat. Equidem facile advertitur, haud ubique rationem, quam oportuit, præclari hujus viri meriti fuiſſe habitam, atque a partium ſtudio alienum ceterum Mac-Laurinum, immodico popularium ſuorum amore abreptum iniquiorem fuiſſe adverſus hominem Gallum, dum id genus conſectaria, quæ Lector deprehendet, ex ejuſdem ſyſtemate deduxit; quod ſcilicet iis contingere videmus, qui cum litigantium partem alteram ferventius ſequuntur, haud animadvertunt, non tam adverſariorum opiniones a ſe convelli, quam ipſos apud alios in contemptum adduci.

Carteſius, quem nobilioribus multo natura dotibus inſtruxit, quam ut eas ſub jugo illo ſquallere ſineret, cui tanto jam tempore ceteri collum ſervilem in modum ſubdiderant, auſus eſt viam ſibi prorſus novam ad philoſophandum aperire, idque eo ardore, qui ab ipſis obſtaculis, quæ objiciebantur maxima, incrementum ſumere videretur; quo illud etiam effectum dedit, ut errores bene multos eliminaret, quibus ab auctoritate (cujus vis extra naturæ ſcientiam maxima apud nos, atque plane ſacra eſſe debet) tantum accreverat ponderis, ut a multis velut ipſum veritatis fundamentum haberentur. Quod ſi porro ingenii modo ſui ductum ſecutus in itinere nullius adhuc ſignato veſtigiis quandoque exerravit, an non mentis humanæ brevitatem potius accuſare debemus, quæ ultra ea, quæ communia jam ſunt, vix quicquam aggreditur citra

tra

tra periculum a veritate deflectendi? jam vero poſtquam Geometriæ tot per eum factæ ſunt acceſſiones, ad quam quæſo amplitudinem exiſtimare nos convenit, futurum fuiſſe, ut Phyſicam proveheret, ſiquidem tot experimentis, quibus noſtra hæc ætas ab eruditis naturæ ſcrutatoribus ditata eſt, in ſuis lucubrationibus inniti potuiſſet. At enim non iſthic locus eſt, ut inſignis hujus Philoſophi cauſam agamus, cujus tanta eſt nominis celebritas, ut nullum pene ſit encomii genus, quod non dudum ei ab aliis tributum Lectoribus ipſa repetitione tædium afferret.

In libro primo hujus operis eum ſibi ſcopum præfixit Auctor noſter, ut oſtenderet, quot errandi periculis ſeſe exponant, qui neglectis experimentis atque obſervationibus, quæ ſolæ nos in hoc naturæ labyrintho deducere poſſunt, vel hypotheſeon quarundam, vel meditationum tantum Metaphyſicarum ope, ejus arcana ſeſe in apricum producturos ſperant. Quam hic ſit ſcopulus etiam capaciſſimæ cuivis menti metuendus, haud alio luculentiore exemplo docere nos potuit, quam celebris Leibnitzii.

Atque hæc, dum rei, quam pertractandam ſuſcepit, ſummæ præmittit, ita Lectoris animum comparat, ut certius dein judicium de Philoſophiæ Newtonianæ præſtantia ferre poſſit, quam ſequentibus tribus libris exponit. Enimvero metuendum erat, ne dum facilitatem tanto ſtudio ſectatur, tenui tantum, atque in cute extima hæſura cognitione Lectores ſuos imbueret. Verum qui opus ipſum evolverit, animadvertet procul dubio, nuſpiam illum e media, quam inſtiterat, via exerraſſe. Præterea complures diverſis in locis demonſtrationes videbit auctori proprias, nec non ingentem animadverſionum numerum, quas ne diffuſius perſequeretur, operis præſentis limites prohibuerunt, ideoque in præſtantiſſimo illo *Tractatu de Fluxionibus* ita ad omnem perduxit evidentiam, ut nec acutiſſimus Mathematicus in iis quicquam deſideret.

Mac-Laurino Anno 1746 e vivis erepto, operis hujus ex auctoris ſcriptis in lucem edendi cura Domino Murdoch

Societatis Regiæ, quæ Londini eſt, membro demandata eſt, quod demum ſuperiore anno ibidem prodiit, tanta expectatum aviditate, ut qui inter futuros emptores nomina profitebantur, facile duo millia ſuperarint, teſte Catalogo editioni Anglicæ præfixo. Atque hinc utilem in publicum operam exiſtimavi, quam verſioni præſenti impendi, accuratæ certe, atque ad literam pene exactæ, quantum quidem linguarum diverſæ indoles ferebat, quod etiam facilem mihi veniam ſtyli neglectioris ſpondet, quando in opere Philoſophico pluris longe eſt perſpicuitas, quam elegantia.

Illud denique ſupererat, ut Mac-Laurinum propius noſſe cupienti Lectori a me ſatisfieret, niſi id jam ab editore Anglo fuiſſet præſtitum, iis, quæ memoria digna videbantur, in brevem vitæ ſeriem digeſtis, quam una verſam iſthic exhibeo. Nulla laus viros illuſtres ita ornat, quam candida eorum narratio, quæ ipſi egerunt.

BRE-

BREVIS COMMENTATIO
DE VITA ET SCRIPTIS
D. COLINI MAC-LAURINI.

ORtus eſt Colinus Mac-Laurinus e veteri familia, quæ diu inſulæ Tyrriæ ad Argasheliæ oram dominatu claruit. Avus ejus Daniel fixo Innereraræ domicilio non parum ad reparanda ejus urbis damna, quibus per bella civilia miſerum in modum afflicta erat, contulit. E commentariis quibuſdam, quos de rebus ſuæ ætatis conſcripſerat, palam fit, non vulgaribus fuiſſe hominem inſtructum dotibus. Joannes Mac-Laurinus, Danielis filius, Glenderuliæ ſacrorum miniſter, non modo ſeduli, vigiliſque paſtoris virtutibus eminuit, ſed etiam in tabulis Synodi ſuæ provinciæ pignus certiſſimum dexteritatis ſuæ in gerendis publicis negotiis. poſteritati reliquit. Eidem quoque ab hac Synodo cura demandata eſt, ut Pſalmorum in linguam Hibernorum translationi ſupremam manum im-

 poneret

poneret, cujus uſus etiamnum in iis provinciæ locis eſt, in quibus ſacra hoc idiomate peraguntur. Ex uxore nobili Cameroniorum ſtirpe prognata tres ſuſtulit filios, Joannem ſcilicet, qui adhucdum in Eccleſiaſtico ordine non minus pietate, quam doctrina effulget, atque rem ſacram Glaſcuæ adminiſtrat; tum Danielem, prima fere in juventute, cum jam præclaræ indolis, & ingenii ſingularis complura edidiſſet ſpecimina, morte abreptum, ac Colinum denique, qui Kilmoddani menſe Februario anno 1698 in lucem editus, mox poſt ſex hebdomadarum ſpatium Patrem amiſit. Orbitatem ei ætati tam gravem magnam partem ſolabantur tum Patrui Danielis, qui Kilfinnani ſacro præerat miniſterio, tum Matris virtus, prudenſque rei familiaris adminiſtratio. Hæc aliquamdiu in provincia Argashelia morata, ubi cum ſororibus ſuis prædio haud amplo a majoribus ſuis accepto fruebatur, Dumbartonium conceſſit, ut rectæ ſobolis educationis commoditate majore potiretur, cujus tamen onus totum Patruo demum incubuit, dum ipſa anno 1707 diem obiit.

Anno 1709 Colinus noſter Glaſcuam miſſus eſt liberalibus diſciplinis operam navaturus, ubi per quinquennium eo progreſſu in literaria hac palæſtra verſatus eſt, quem tantum ingenium, ſumma ſollicitudine & induſtria nunquam fatigata excultum ſpondebat. Inter ejus adverſaria jam a primis annis confecta fragmentum repertum eſt, in quod dietim, & pene in horas ſingulas, exactiſſime retulit, non modo cui ſtudiorum generi, & quando ſeſe dederit, ſed etiam quos in unoquoque progreſſus fecerit, quas ipſe in eo diſquiſitiones inſtituerit, quibuſcum e literatis ſit verſatus, quæ inter eos agitatæ controverſiæ, quæ in partem utramvis argumentorum vis adducta. Videre eſt illic doctiſſimorum hominum, Roberti Simſonii, Ionſthonii, aliorumque complurium nomina, qui omnes certare videbantur, ut animos in tantam ſpem adoleſcenti noſtro Philoſopho adderent, utpote in quorum non modo Bibliothecas, ſed ad privatos quoſvis de literis congreſſus ei ſemper patebat aditus.

 At

At enim otium eum poſthac defecit, diurnarum actionum tabulas proſequendi, quanquam nihil unquam ab ea contentione remiſerit animum, neque tempus ullum elabi ſibi permiſerit, quod non ejuſmodi datum ſit occupationi, cujus poſtea cum voluptate reminiſci poſſet.

Quam porro eſſet egregrie a natura ad Mathematicas diſciplinas comparatus, tempeſtive ſane patuit, quando non plures, quam duodecim, annos natus in amici forte conclavi in Euclidis exemplar incidit, cujus priores ſex libros citra ullius ſubſidium paucos intra dies accuratiſſime comprehendit, quo ex tempore indolis ſuæ ductum ſecutus, eo brevi proceſſit, ut problematum elegantiſſimorum quorumque, maximeque difficilium ſolutionem aggrederetur, Illud certum eſt, quod quintum & decimum annum nondum egreſſus complures repererit propoſitiones, quas poſtea nomine *Geometriæ Organicæ* in lucem edidit.

Hunc eundem ætatis annum ubi attigit, Artium Magiſtri titulo inſignitus poſitiones de gravitate publice eſt tuitus. Tum anno uno *Theologiæ* dato ruri in amæniſſima Patrui villa vitam ab urbis ſtrepitu remotam uſque ad Anni 1717 finem egit. Hoc in ſeceſſu aſſiduitate non minore, quam cum in Univerſitate verſaretur, literarum ſtudia proſecutus eſt, maxime vero Mathematica, quæ ejus deliciæ eſſe videbantur; tum etiam claſſicorum auctorum lectioni, qua ſummopere afficiebatur, ſuas tribuit horas. Cum a ſeveriorum literarum contentione animus quandoque relaxandus eſſet, præalti montes, quibus natura locum cingit, ſæpe deſiderium apud eum excitabant, ecquid ſingulare, & obſervatu dignum includerent, perſcrutandi; tum etiam plantarum, quas proferrent, pernoſcendi diſcrimina; ac denique ſummis e verticibus latiſſime patente proſpectu, pulcherrima illa rerum oculis ſubjectarum varietate animum oblectandi. Tum vero ſpectaculi magnificentia percitus, ſeu naturæ pulchritudinem, ſeu Conditoris laudes verſu, quem non invita vena vivax ingenium extemplo fundebat, non raro celebrabat. Sunt etiamnum in manibus non nulla hujuſmodi fragmenta Poetica, quibus licet multa ad perfectionem deſint, indolem tamen et-

iam in hoc literarum genere ingentis progreſſus capacem produnt. Ad hæc alios quoque juvenilis ingenii partus reliquit, non equidem eos, quos luce publica dignos putemus, attamen quibus ſuum ſemper apud ejus amicos conſtabit pretium: neque alterius rei gratia hæc afferre hic libuit, quam ut variis ſubinde in diſciplinis, quam utilem poſuerit operam, pateret. Et ſane, cui volupe non ſit, ipſos veluti gradus intueri, quibus tantum ingenium, quantum Mac-Laurino noſtro natura largita eſt, ad ſummum ſeſe extulit?

Anno 1717 Matheſeos Magiſtri munus in Collegio Aberdonienſi poſt decem dierum concertationem cum æmulo ſane quam erudito obtinuit. Huic cum præeſſet, tantum mox apud pleroſque ejus ſcientiæ amorem excitavit, ut brevi, quantum nunquam antea, in illa literarum univerſitate effloreſceret. Annis deinde 1719 & 1721, quo tempore a literarum ſtudiis vacatio datur, Londinum profectus eſt, ut uberiore animum eruditione perpoliendi opportunitate frueretur, atque ad eorum veniret notitiam, qui in regia illa urbe doctrinæ laude celebrabantur. Et fuit is primi itineris fructus, ut non modo Doctori Hoaldy, tum Bangertienſi Epiſcopo, Doctori Samueli Clarcke, multisque aliis de re literaria optime meritis amicitia jungeretur; verum etiam ipſi Iſaaco Newtono, Aurato equiti, cujus neceſſitudinem & ſummo ſibi honori ducebat, & eorum facile cenſebat maximum, quæ ſibi e votis unquam proſpere eveniſſent. Præterea in Societatem Regiam ſcientiarum adſcitus duplicem obtulit commentarium, Tranſactionibus Philoſophicis inſertum. Sub idem tempus librum, quem Geometriam Organicam inſcripſit, Præſide approbante, typis vulgavit.

Cum ſecundum Londinum veniſſet, adeo ſibi benevolentiam Martini Folckes, Nobilis equitis, qui tum ſcientiarum ſocietati præſidebat, devinxit, ut arctiſſimam poſtea familiaritatem crebro cum eo literarum commercio aleret, quo omnia ſua conſilia, inventaque literaria cum eo communicabat.

Anno

Anno 1722 Illuſtris Dynaſta Polwarth, Regis magnæque Britanniæ nomine ad Cameracenſem congreſſum ſumma cum poteſtate legatus, Mac-Laurinum filio ſuo natu majori per exteras regiones iter facturo Moderatoris & Amici nomine comitem adjunxit. Haud diu Pariſiis verſati, aliisque non nullis *Galliæ* urbibus luſtratis, longius ſibi in Lotharingia commorandum exiſtimarunt, quod præter celebris ſcientiarum univerſitatis commoda optatiſſima illic daretur opportunitas, aulæ illius, quam inter cultiores Europa ſuſpicit, elegantiis perfruendi. Hic Mac-Laurinus noſter apud clariores quoſque tum viros, tum fæminas in magnam mox exiſtimationem venit, ſimulque mirum, quantum ſuam in congreſſibus comitatem, affabilitatemque auxerit, miti ad hoc ingenio, ceteriſque dotibus, quæ benevolentiam conciliant, plurimum conferentibus. Iſthic quoque illam elucubravit commentationem de corporum colliſione, quæ pretium ab Academia Scientiarum Regia Pariſina Anno 1724 propoſitum retulit, & cujus ſumma capita Tractatui ſuo de Fluxionibus, atque præſentis operis Lib. II Cap. II inſeruit.

Relicta Lotharingia jam per *Auſtrales Galliæ* provincias iter agebant, cum Mac-Laurini nobilis alumnus Humius febri correptus Monte Peſſulano diem obiit. Eventus tam triſtis etiam aſperiorem quemvis, quam Mac-Laurinus ſortitus eſt, animum acerbiſſimo dolore percellere potuit, qui apud eum tam vehemens fuit, ut ſi literis, quas de hoc graviſſimo ſibi caſu ſcripſit, fidem habeamus, nullum admiſſurus ſolatium videretur.

Diſcipuli, Amici, itinerum comitis jactura, quam uno in funere fecit, ſtudium præterea in eam familiam, cui tot nominibus obſtrictus erat, & quæ in eo hærede pulcherrimas ſibi ſpes ſucciſas damno nunquam reparando deplorabat, dici non poteſt, quo eum mœrore oppreſſerit. Itaque cum ægro animo iter, locorumque omnis varietas novam ſemper faſtidii materiem præberent, mox in patriam redux ſeſe totum muneri ſuo Aberdoniæ obeundo dedit.

At

At cum fama eum ubivis jam inter clariora ſui ævi ingenia celebraret, non nulli literariæ Edimburgenſis univerſitatis Directores, eum Jacobo Gregorio, quem anni & valetudo gravior jam muneris labori imparem reddiderant, ſufficere cupiebant. Verum in plura hoc conſilium obſtacula offendit, quæ non niſi tempus removere poterat, maxime, quod Collegii illius capita alteri cuipiam ad eundem honoris gradum aſpiranti ſingulariter faverent, quem & in Mathematicis eruditio, & ingenii laus plurimum commendabant; tum etiam quod a ſumptu in ſtipendia, quæ ultra numerum præberentur, proviſum non eſſet. Hæc nihilominus impedimenta binæ a Newtono datæ epiſtolæ ſuſtulerunt, in quarum altera ad ipſum Mac-Laurinum ſcripta, quam etiam Directoribus exhibendi poteſtatem ei fecit, hunc in modum loquitur: „perjucundum mihi accidit, quod ſpem „ tibi factam eſſe audio in muneris ſocietatem cum Jacobo Gre„ gorio veniendi, quo Mathematicas diſciplinas Edimburgi pro„ fitearis; atque id non eo tantum nomine, quod amicitia mi„ hi junctus ſis, verum maxime, quod tuæ mihi dotes ſint admo„ dum perſpectæ, ſciamque plane, quæ recens in his ſcientiis detecta „ ſunt, non minus tibi eſſe cognita, quam quæ ſuperioribus ætatibus „ in iis factæ ſunt progreſſiones. Felicem ut res habeat exi„ tum, ex animo precor, & ſiquidem te Univerſitati illi lite„ rariæ adlectum eſſe intellexero, ſumma voluptate afficiar, qui „ nempe & neceſſitudinis tuæ, & rerum tuarum omnium ſtudio„ ſiſſimus cenſeri ſincere ſemper cupio„.

Alteram Newtonus epiſtolam ad Illuſtrem Edimburgi Præpoſitum dederat, cujus non niſi aliquot a morte Newtoni annis Mac-Laurinus notitiam habere poterat; ſcribit vero ille in hæc verba: „ ſummo mihi gaudio fuit, quod intellexi, Mac-Lau„ rinum maximam apud vos exiſtimationem ſingulari ſua in Ma„ thematicis eruditione conſecutum eſſe, quod dubium mihi „ nullum ſit, hanc nominis celebritatem veris viri meritis de„ beri. Atque ut plane videas, nihil hic per aſſentationem a „ me fieri, illeque ſeſe interim Gregorio ſocium adjungi pa„ tiatur, dum eidem in hoc munere ſufficiatur, en me paratum,

te

„ te volente, in partem honorarii ſtipendii annuas viginti numo-
„ rum Sterlingicorum libras adnumerare, donec Gregorius ea
„ provincia deceſſerit, ſiquidem vita mihi tam diu ſuppetat;
„ quam etiam pecuniariam ſummam, apud quos viſum illi fue-
„ rit, Londini dependam.

In hanc ſtudiorum Univerſitatem menſe Novembri Anno 1725 una cum Doctore Alexandro Monro, Anatomiam profeſſuro, quocum intima illi erat amicitia, receptus eſt. Brevi tanta frequentia ad eum audiendum confluebant diſcipuli, ut plerumque ultra centum numeraret, qui annis ſingulis magna cum diligentia prælegentem ſequebantur. At quia nec eodem omnes conſilio, neque ab ingenii dotibus æqualiter comparati ad ſcientias illas condiſcendas accedebant, omnem auditorum ſuorum numerum in quatuor, aut quinque claſſes diſtribuere debuit, quarum ſingulas hora dietim integra inde a primo Novembris die uſque ad ineuntem Junium informandas ſuſcepit. Et infimæ quidem tironum claſſi, quam duas rurſus in partes dividere quandoque neceſſe fuit, ſex priores *Euclidis* libros, Trigonometriam rectilineam, Geometriam practicam, munitionum militarium, atque Algebræ fundamenta exponebat. Qui in altera claſſe numerabantur Algebræ, undecimo Euclidis libro, Trigonometriæ ſphæricæ, Sectionum Conicarum doctrinæ, iiſque perdiſcendis operam dabant, quæ univerſe ad Aſtronomiam pertinent. Quæ hanc ſequebatur claſſis, accuratius in Aſtronomia, & Perſpectiva inſtituebatur, ac parte eorum, quæ Newtonus in libris Principiorum tradit; quæ omnia Mac-Laurinus experimentis in certum digeſtis ordinem illuſtrabat: ac denique elementorum calculi fluxionum demonſtratione. Demum ſuprema in claſſe conſtitutis præter tractatum de fluxionibus, & conjectandi artem, quæ e libris principiorum Newtoni ſupererant, explicabantur. Porro res tam diverſas methodo adeo plana pertractabat, adeo perſpicuis ſingulas declarabat verbis, ut raro admodum neceſſe fuerit, rem eandem ſecundo demonſtrare; quamvis diſcipulorum progreſſus tantopere ei cordi fuerit, ut ſi quandoque ejus mentem non plane aſſecuti viderentur, aut rogati demonſtrationem haud ita prompte redderent, id mallet obſcurius a ſe ex-

planatæ propoſitioni tribuere, quam vel ingenii eorum tarditati, vel attentionis defectui. Quare tum alia demonſtrandi ratione inita, quæ minus percepiſſent, nova luce ad eorum captum accommodare conabatur.

Hiſce muneris ſui laboribus diſtentus, alias ſæpe præterea occupationes effugere non poterat. Si quando peculiaris alicujus experimenti fama percrebreſceret, rerum ejuſmodi ſtudioſi, id ut a Mac-Laurino iteratum illico viderent, perurgebant plurimum; ſi eclipſis immineret, ſi cometa quiſpiam conſpicuus eſſet, teleſcopia in eam rem parata habere oportuit. Ipſæ fæminæ nobiles, non nunquam de experimentis, variiſque Phyſices obſervationibus cum eo colloquebantur, mireque facilem id genus quæſita explicandi, atque ſuis dubitationibus occurrendi rationem ſuſpiciebant. Conſilio, monitiſque opportunis nulli unquam deerat, minime vero ſuis literariis alumnis, quibus aures lubens quovis præbebat tempore, ſi eas-modo horas demas, quas peculiari claſſis cujusvis inſtitutioni deſtinatas alteri tribuere negotio, religioni ſibi ducebat. Viri omnis ordinis & gradus, atque inter hos illuſtriores quique ejus congreſſum & amicitiam ambiebant, tamque jucunde eo fruebantur, ut omne pene ei tempus, quo ſibi vacare debuerat, eriperent; atque id etiam cum ruri ſeſe negotiorum turbæ ſubducere conabatur. Tot occupationibus preſſus, totque indies ſeſe objicientibus impedimentis, nihil a ſumma illa aſſiduitate remiſit, qua propriam eruditionem proveheret, omnia diligentiſſime perlegens, quæ recens edebantur, & emolumenti quidpiam ſpondebant. At ut continuo illi labori, quem operum, quæ poſtea in lucem emiſit, elucubratio poſcebat, tempus ſufficeret, ſomno detrahendum fuit, quod tum diſcipulis, tum amicis dabatur, qua re haud dubium, quin valetudinem non parum afflixerit. Cum ſub anni 1728 principium Newtonus de vita deceſſiſſet, Conduittus illuſtris ſui Patrui vitæ hiſtoriam edere in animum induxit, qua in re cum ſociam Mac-Laurini operam deſideraret, hic ſumma voluntate, eoque grati animi erga patronum ſuum ſenſu, laborem ſuſcepit, ut paullo poſt omnem hiſtoriæ ſeriem, qua facti in Philoſophia progreſſus narrantur, uſque ad Newtoni

tem-

tempora perduxerit. Atque hæc fuerunt operis præſentis initia, & prima quædam adumbratio, quæ mox ubi Londini viſa, eorum quoque probabatur. calculo, quorum iudicio plurimum deferebatur. Doctori Rundleo digna etiam putabatur, cujus honorificam apud Regem mentionem faceret, qui cum eam perlegiſſet ipſe, ſignificavit, gratum ſibi fore, ſi typis excuderetur. At enim Conduitti obitus, cum alteram operis partem imperfectam abrupiſſet, ſuam etiam Mac-Laurinus ſibi hiſtoriam retinuit, adjectis dein argumentis & exemplis, quibus recentius detectis Newtoni inventa illuſtravit, itaque abſolutum reliquit opus, uti nunc Lectori ſiſtitur.

Cœlibem ad annum uſque 1733 vitam duxerat Mac-Laurinus; ſed cum non minus ſocietati, quam contemplationi natum ſe crederet, Annam Walteri Stewart Regiorum in Scotia negotiorum Procuratoris filiam ſibi matrimonio junxit, e qua ſeptem ſuſtulit liberos, quorum quinque, Ioannem & Colinum cum tribus filiabus ſuperſtites reliquit.

Doctor Berkleyus, Cluani Epiſcopus, cum de principiis Methodi fluxionum non nullorum obortæ eſſent altercationes, inde arrepta occaſione anno 1734 tractatum vulgavit, *Analyſtam* inſcriptum, quo eam methodum rejicit, ſimulque Mathematicorum religionem impietatis damnat. Exiſtimavit Mac-Laurinus Matheſeos partis, cui tantopere afficiebatur, defenſionem ſibi ſuſcipiendam, refellendamque accuſationem, qua tam manifeſta injuria involvebatur. Reſponſum itaque Epiſcopi libro parat; verum tot indies meditanti offerebant ſeſe res novæ, tot theoremata ſibi antea incognita detegebat, tot problematum elegantiſſimorum reſolutio ſub manu enaſcebatur, ut apologiam ſcribere aggreſſus, juſtæ denique molis tractatum de fluxionibus omne id argumentum penitus evolventem confecerit, quo & methodi applicatio ad problemata, quæ tum in Geometria, tum in Phyſica maximi ſunt momenti, exhibetur.

Celebre hoc opus Edimburgi Anno 1742 duobus voluminibus prodiit in lucem, atque in medio adhucdum poſitum

eſt, plusne admirationis mereatur demonſtrationum, & principiorum invictum robur, quibus Methodi fundamenta ſtabiliuntur, an ejus in reſolutione Problematum uſus, quæ tanta illic varietate occurrentia non minus emolumenti, quam elegantiæ habeat.

Aliquot ante annis, quam prælo ſubjiceretur, demonſtrationum in hoc opere adhibitarum copia Doctori Berckleyo facta eſt a Mac-Laurino, qui muneris ejus rationem ubivis ſummam habuit; verum ille ad impugnandam methodum, velut nihil admodum reſponſum eſſet, in Diſſertatione de aqua, quæ in pice nautica admixta ſæpe reperitur, rediit, ea ſcilicet graviſſima, ſi ſuperis placet, ductus ratione, quod res eadem a diverſis diverſe & concipiatur animo, & verbis explicetur.

Cum annis jam aliquot Edimburgi Societas quædam eorum coire cæpiſſet, quibus artis Medicæ incrementum cordi erat, iis, ex quibus tum coaluit, auctor fuit Mac-Laurinus, ut inſtituti limites paullo latius proferrent, atque Phyſices partes omnes cum antiquorum Scotiæ monumentorum ſtudio, adjungerent. Probabatur conſilium magnopere, & Mac-Laurini exemplo, primi ordinis quique, & meritis illuſtres ad ſocietatis illius membra acceſſerunt. Comes Mortoniæ tantum illi deferebat, ut præſidis munus obire non recuſaret. Doctor Plummerus Chemiam profeſſus, cum Mac-Laurino a ſecretis eſſe juſſus, aliis præterea bene multis exteris, Angliſque, qui apud ſuos ad magnam eruditionis exiſtimationem venerant, admitti poſtulantibus. In menſtruis congreſſibus fere Mac-Laurinus ſuam quampiam commentationem prælegere, aut certe de factis a ſe obſervationibus, acceptiſve aliunde novis literariis, referre in more habuit, quo fiebat ſcilicet, ut ſocietatem illam recens inventa, quibus ubivis ditabantur ſcientiæ, minime laterent.

Complura ex iis, quæ in hiſce conventibus recitarat, inſerta ſunt quinto ac ſexto volumini *Speciminum Artis Medicæ*, non nulla Tranſactionibus Philoſophicis, at major eorum pars opportunius ejus Tractatui de Fluxionibus, & Expoſitioni Philoſo-

loſophiæ Newtonianæ acceſſit, quod etiam editionem novi voluminis monumentorum ſocietatis illius tamdiu moratum eſt. At enim in ſpem venit res literaria, fore, ut eruditi hi labores gravi licet jactura, quam in Mac-Laurini fato paſſa eſt, non abrumpantur penitus.

Conſtituerat quoque ædes Aſtronomicis obſervationibus commodas erigere, aulamque decenter inſtructam, in qua Phyſica experimenta univerſitatis auditoribus exhiberet, cujus ædificii ab eo propoſita deſignatio elegantiam commoditati ſolertiſſime conjunctam oſtendebat. Sed quoniam privatim collatis ſumptibus ea ſtructura ſurgere debuiſſet, ſumma induſtria adlaborabat, ut quanta in illam ſatis eſſet, pecuniariam ſummam cogeret. Et ſane tam felicem in ea re ponebat operam, ut, niſi in triſtiſſimam temporum perturbationem incidiſſet, quæ univerſam regionem magnopere attrivit, jam nunc opus admodum provectum cernere liceret. Mortoniæ, & Hoptouniæ Comites præ ceteris munificentiæ, atque amoris, quo ſcientias proſequebantur, ſpecimina tum edidere, quibus Baro Clerck jungendus, Præſidis *Societatis Philoſophicæ* vices gerens; dum alii viri illuſtres inſtrumenta ſua majoris molis liberaliter futuris uſibus offerrent.

Anno 1739 Comes Mortoniæ iter per Orcadas & Shetlandiam decreverat, tum viſendi eos terræ tractus, quos illic poſſidebat, gratia, tum ut eadem opera Chartæ Geographicæ pluribus erroribus ſcatentes corrigerentur, hiſtoria naturalis eorum obſervatione augeretur, quæ regiones illæ proferrent, oræ ſimul maritimæ, atque gradus meridiani dimenſiones definirentur. In horum laborum ſocietatem Mac-Laurinum venire maximopere cupiebat; at cum hunc iter ſuſcipere familiæ negotia vetarent, id modo præſtare ei licuit, ut quæ obſervanda exiſtimaret, accurato complecteretur commentario, inſtrumentaque in eos uſus neceſſaria curaret, & pro ſe vicarium ſufficeret Shortum, celebrem in Opticis artificem, iiſque omnibus exequendis parem. Quæ inde ei de itineris hujus eventu perſcripta ſunt, facile perſuaſerunt, pluribus, quam putarat, mendis illarum regionum

Geographiam laborare, quæ res tot naufragiis occaſionem præbuit. Unde plurium ſuorum diſcipulorum, qui in terris illis ſeptentrionem ſpectantibus domicilium fixerant, opera, ut accurata oræ deſcriptio fieret, curavit.

Ex his obſervationibus Bryceus Chartam littorum Cathneſiæ & Strath-naverniæ conſtruxit, quam variis in hiſtoriam naturalem, & quæ regio viſu digna habet, animadverſionibus exornavit, ſignatis quoque maris tractibus, qui navibus curſum periculi expertem præbeant. Hanc Societas Philoſophica Edimburgenſis ſibi oblatam, juris publici fieri juſſit. Alteram, qua tres Shetlandiæ ad Septentrionem poſtremæ inſulæ exhibentur, a Bonnaro elaboratam inter Mac-Laurini ſcripta reperimus, brevique correctior Orcadum deſcriptio geographica a Machenzio edenda expectatur. Atque ex id genus obſervationibus, quas & inſtrumentorum accuratio, & perſpecta utentium dexteritas commendant, Scotiæ univerſæ tabulam ſibi Mac-Laurinus aliquando promittebat, cui rei inutilem prorſus exiſtimabat eorum operam, qui ſervili imitatione a venalibus omnia tabulis mutuantur, vel antiquioribus colligendis occupantur, quæ ſcilicet non tollendis erroribus, ſed eorum magis perpetuitati ſtabiliendæ ſint opportunæ.

Verum majora adhuc, atque in publicum utiliora meditabatur Mac-Laurinus conſilia, quibus tum navigatio, tum Geographia proveheretur. Poſtquam enim, quot quot habere poterat, itinerum per mare ſeptentrionale, & Pacificum factorum deſcriptiones, diligentiſſime pervolviſſet, in opinionem venit, ad Grœnlandiæ tractum patere in Oceano per ſeptentrionalem polum in auſtrale mare trajectum, quæ tam alte ejus animo inſedit, ut dicere auditus ſit, quod ſi res ſuæ alio eſſent loco, ſuis ipſe ſumptibus iter per ea maria haud dubie ſuſciperet. Plura ad tranſitum hunc alicubi detegendum conſilia Anno 1744 Regni curiæ ſuggerebantur, & Mac-Laurinus ſuam quoque ſententiam a non nullis, quorum maxima erat auctoritas, rogabatur. Sed antequam, quæ animo conceperat, literis conſignaſſet, ut periculum plaga inter boream & occidentem

media

media fieret, eſt decretum, a qua re ille vehementer abhorruit quod ſicubi pateret in mare illud aditus, hunc haud longe a polo quærendum eſſe certo exiſtimaret. Tanto ſcilicet ardore inſignis hic Philoſophus rei publicæ commodis ſtudebat, quoties ſeſe dabat occaſio; at quæ poſtrema illi oblata eſt, majorem meretur attentionem, ut jam dicemus.

Cum anno 1745 e certis nunciis compertum eſſet, ſeditioſorum copias, quæ loca inter Edimburgum, & regia caſtra jam tenebant, iter in meridiem flectere, inter primos Mac-Laurinus eorum in patriam ſtudia accendere ſatagebat, qui regias partes ſequebantur, iiſque pernicioſæ ſecuritatis opinionem eximere, quæ adhuc plurimorum animos occupabat. Et quamvis probe noſſet, Edimburgum non modo exercitati militis aſſultum ferre non poſſe, ſed neque tumultuantium, qui minitabantur, & quibus ab armis male proviſum eſſet, incurſionibus diu reſiſtere; attamen perpendens, quam opportuna rebus ſeditioſorum eſſet ejus Metropolis occupatio, atque ducem Joannem Copium cum regio exercitu propediem adfuturum; facta accurata mœniorum deſcriptione, nova valla, aggeres tormentarios, vicorumque munitiones idoneis deſignavit locis, aliaque defenſioni commoda, quæ perfici ante hoſtium adventum poſſe credebat, atque eorum impetum latura, donec regiæ legiones ſuccurrerent. Iam vero horum omnium non modo adumbratio, ſed magna etiam executionis pars in eum recidebat, ut diu noctuque per ea loca diſcurrendum eſſet, munitionumque ſingularum deſignatio facienda. Vigiliis itaque, laſſitudine, acri ſub eam tempeſtatem frigore, valetudinem, qua minus firma alias etiam utebatur, frangi oportuit, ejuſque morbi cauſas accerſi, quo demum e vivis ſublatus eſt. Non eſt hujus loci, ut referamus, cur ab ea urbem muniendi ratione, quæ Mac-Laurino viſa eſt, ſit diſceſſum, aut qui demum ſeditioſi illam in ſuam redegerint poteſtatem. Id ſatis, hoc ultra ſpem ſecundo eventu factioſis animos adeo creviſſe, ut jam armis, annonaque ſatis inſtructi, agmina regia ad Præſtoniam fuderint. Ab hac infelice pugna moderatio illa, quam prius præ ſe ferebant, evanuit penitus, parendumque erat poſtulatis, ni immiſſo milite imperia detrectantes

tes

tes cogi vellent. Hæc inter violentiora mandata erat quoque, ut qui urbi defendendæ voluntariam contuliſſent operam, ſeſe certum intra diem illi ſiſterent, quem ſecretioris conſilii commentariis præfecerant, eoque coram præteritorum retractationi, fideique, ac ſubjectionis ſponſioni ſubſcriberent, qui ſecus facerent, pœnam ſeditioſis debitam expectarent. Notiora erant, quæ inter animoſiores propugnatores Mac-Laurinus præſtiterat, quam ut ſpes eſſet, illorum ſeveritatem effugiendi, poſtquam imperiis ſe ſubmittere neglexerat. Quare clam in Angliam receſſit, opportunitate prius capta, in arcem egregium teleſcopium hoſtium molitionibus ſpeculandis, atque annonam præſidiario militi neceſſariam invehendi.

Vix illuſtris Herringius Eboracenſis Archi-epiſcopus de Mac-Laurini in ſeptentrionales Angliæ provincias adventu certior factus eſt, cum humaniſſimis eum literis ad ſeſe invitavit, ædibus propriis commorationi, quam hiſce in locis facturus erat, oblatis. Lubens tam comi invitationi obſecutus eſt Mac-Laurinus, itaque uſus Patroni beneficientia, ut cum poſtea ad amicos ſcriberet, ſeſe illic ad felicitatem reperiſſe omnia diceret, quæ quidem homini obtingere poſſit ſortis familiæ ſuæ ignaro, patriæque ruinam ob oculos habenti. Idem Archi-epiſcopus, cujus præclara merita, & munificentia altiſſime animo inſculpta Mac-Laurinus conſervabat, cum abſente deinceps perpetuum literarum commercium habuit, & cum denuo ſeditioſis ex Anglia digreſſis, Edimburgo metueretur, ad priſtinum eum hoſpitium, atque apud ſe perfugium prolixa benevolentiæ ſignificatione evocavit. Eboraci cum degeret, quamvis inſolita macies, oriſque totius ſpecies invaletudinem portenderent, quod tamen nihil admodum incommodi experiretur, nullius Medici judicium ſibi explorandum putavit; at cum infortunato ex equo lapſus, & factioſorum copiis in Angliam moventibus, domum repetens rigidiſſimi cœli injuriis eſſet expoſitus, ubi appulit, mox gravius ſeſe affici ſenſit. Facile patuit, eum aquoſo hydrope teneri, nequicquam adhibitis, quæ celeberrimi quique tum Londini, tum Edimburgi Medici præſcribebant, ternaque, quam vocant, punctione.

Morbi

Morbi & diuturni, & permoleſti incommoda animo plane conſtante, tranquillo, atque etiam hilari perferebat, qualem ſcilicet apud Philoſophum requiras. Uſus ſenſuum integer illi, mentisque vigor uſque ad paucas ante obitum horas conſtabat; nec quisquam eum antea hoc deſtitui notavit, quam cum ſupremum præſentis operis caput (quo de Sapientia, Potentia, Bonitate, ceteriſque divinis perfectionibus agit) dictaret: tum enimvero, qui ejus verba excipiebat, eum non nunquam adhæreſcere, & quædam etiam iterare animadvertit. Nullum micantis arteriæ indicium amplius deprehendi poterat, manus, pedesque jam frigore occupante; nihilominus in ſumma illa virium defectione ſua ſeſe ſuſtinens ſella amiciſſimo ſibi Doctori Monro colloquebatur familiari ſibi alias comitate, nihilque penitus mentis ſerenitate turbata, atque, quod in ſe ipſe obſervabat, explicari ſibi petebat, cur ex oculis, quorum acies ita ſenſim hebetabatur, ut res ante ſe poſitas vix diſcerneret, luminis quidam fulgor erumpere videretur? Paullo poſt id colloquium ſeſe in lectum deponi voluit, in quo die 14 Junii 1746, cum 48 annos & quatuor menſes vixiſſet, deceſſit, cumque non modo illius *beatitatis*, quæ a fato probos maneat, ſummam ſemper exiſtimationem, verum etiam ardens deſiderium præ ſe tuliſſet.

Viri tam inſignis obitus, ſummos, infimosque maximo mœrore affecit, qui ejus merita ex ingenti exiſtimatione, quam apud omnes conſecutus eſt, metiebantur; at qui viventem familiarius noverant, haud paullo acerbius ejus jacturam ferebant, & cumprimis Doctor Monro, cum in primo congreſſu, quem Societas a Mac-Laurini funere celebravit, de eo diſſereret, unde etiam præcipua hujus narrationis capita deſumpſimus, vivis plane coloribus dolorem ſummum, quem illuſtris Forbeſius ſub id tempus Præſes inde hauſerat, depinxit. Mira animorum, affectionumque conſenſio arctiſſime hoſce conjunxerat; & ſane tempeſtivo alter quoque fato ſubſecutus eſt alterum, dum ſcilicet Præſes patriæ commodis amici exemplo immortuus haud diu poſt omnium luctu efferebatur.

In

In eadem de mortuo diſſertatione complura Monrous argumenta adfert, quibus oſtendit, præcipuas Mac-Laurini laudes, non ingenio, non ſumma eruditione comprehendi, ſed quæ virum ſupra ceteros evexerint, fuiſſe eas animi dotes, quæ voluntatem exornant, ſtudium ſcilicet præclare de omnibus merendi, fuci expers pietas, integerrima amicitiæ fides; illud quoque diſerte teſtatus, ſe antea merita hominis, cujus familiaritate per tot annos fruebatur, vix e dimidio æſtimare potuiſſe, qui quantus eſſet, cum celarent cetera, ille demum terribilis rerum prodidit articulus, qui cum immineat omnibus, eorum ſolum conſtantiam non concutit, quorum animum virtus, ſpesque ſublimior communit.

Verum arctiores commentationis noſtræ limites non admittunt, ut diſertum hunc Doctorem in celebrandis Mac-Laurini virtutibus tam eleganter verſatum diutius conſectemur; neque hujus amicorum modeſtia, ut peculiaria magis laudis argumenta efferamus in publicum, ſuſtineret. Id nobis ſatis ſit, ſi illius opera, quibus nemini non innotuit, breviter recenſuerimus, unaque methodum expoſuerimus, quam in colendis Mathematicis diſciplinis tenuit, induſtria ſcilicet nunquam fatigata id genus complexus ſcientiam, quæ plerisque plus elegantiæ, quam commodi habere putatur.

Et primus quidem induſtriæ juvenilis fructus extitit *Geometria Organica*, qua curvarum motu continuo deſcriptionem exequitur. Harum quidem prima, facillimaque ſe offert, quæ rectæ circa alterum extremum in plano quopiam revolutæ extremo altero ſignatur, Verum jam Newtonus oſtenderat, ſectiones conicas deſcribi, ſi binorum datorum angulorum, & cruribus rectilineis comprehenſorum vertices in duobus centris, aut polis figantur, tum ita crura bina in dato plano moveantur, ut eorum interſectio in eadem perpetuo recta fiat; reliquorum namque laterum occurſus ſingula ſectionis conicæ puncta præbent. Eadem porro ratione lineas tertii generis, quæ duplex habent punctum, ſive quæ ſibi ipſis occurrentes bis per idem punctum tranſeunt, conſtruit; at plurimarum curvarum ejus generis puncto

cto carentium deſcriptionem haud paullo gravioris difficultatis eſſe, diſerte Newtonus affirmat. Mac-Laurini ſcilicet ſagacitatem hujus problematis reſolutio manebat, quam non modo numeris omnibus abſolutam dedit, verum methodi ipſius fines exiguo tempore latiſſime protulit. Nam vel pluribus conſtitutis polis, vel motis angulorum verticibus in pluribus lineis poſitione datis, vel denique crurum interſectione non in recta, ſed in curva progrediente, ita ad omnia curvarum genera conſtructionem accommodavit, ut vel generalem omnino reddiderit, vel certe viam, qua id præſtari poſſit, præiverit. Et quoniam ea deſcriptio angulorum motu pro variis conditionibus varie compoſito ſemper peragenda eſt, univerſe organicæ nomen illi indidit. Jam vero primo illius ætatis fervore hoc opus aggreſſus impatiente prorſus moræ deſiderio ad ulteriora ſemper inventa ferebatur, ut neque in demonſtrationum deductione tantum ſibi temporis indulgeret, quantum concinnitati, cujus capaces erant, neceſſarium fuerat. Unde ſingulæ fere paginæ non niſi algebraicos calculos Lectori objiciunt, qua re apud ſeveriores cenſores reprehenſionem incurrit; quamvis quod hiſce diſplicet, iis gratum accidat, qui primo adhuc Mathematicarum diſciplinarum ardore aguntur. Et ſane leviuſculam hanc offenſionem tacuiſſemus penitus, niſi ipſe Mac-Laurinus ſæpius ejus meminiſſet: ac in epiſtola ad familiares data, conſilium ſe cepiſſe teſtatus eſt, totam eam theoriam rurſus ad incudem revocandi, atque ſupplendi non nulla, quæ deſiderarentur, quam primum quidem ſibi, quod ſatis eſſet, otii ſuppeteret. Verum etſi hæc partem maximam plures ante annos prælo ſubjecta ſint, non tamen niſi præcipua eorum capita in ſynopſin brevem redacta in Philoſophicis Transactionibus N. 439 ſuperſunt.

In eodem volumine novam theoriam curvarum exhibet, quæ e dato puncto demiſſis perpendiculis ad tangentes curvæ datæ deſcribuntur, ſiquidem tangentium & perpendiculorum interſectiones connectantur. Quod ſi porro orta hinc curva priori ſubſtituatur, nova rurſus eadem ratione generabitur, itaque deinceps curvarum geneſis ultra omnem numerum extendetur. Ea res complurium elegantium theorematum occaſio fuit, quæ illic

 cum

cum aliis propoſitiônibus tum ad vires centrales, tum ad alia quoque argumenta pertinentibus adfert, dum lectorem ſuum ad tot variorum ſcriptorum loca remittit, ut, ad quam jam illis annis in diverſis Matheſeos partibus eruditionem pervenerit, quamque ſedulo auctorum meliorum libros evolverit, plane perſpiciatur. Non iſthic dicemus iterum, quæ ſuperius de commentatione ab Academia Regia Pariſina præmio 1724 condecorata attulimus; quod alteri ejusdem lucubrationi hæc eadem Academia pretium adjudicarit, qua fluxus & refluxus maris explicationem e theoria gravitatis Anno 1740 repetiit, plurimum ejus nominis celebritatem auxit, quod in ea quæſtione reſolvenda, cum anno ſuperiore proponeretur, nullus Societatis illius illuſtris judicio fecerit ſatis. Non plus ei temporis in hunc laborem ſuppetebat, quam decem dierum, neque adeo tranſcribendi, quæ in chartam primum conjecerat, ſpatium; ut proinde non ſine mendis Pariſiis in lucem prodierit: attamen ab his purgatam poſtea tractatui de fluxionibus adjunxit.

Ceterum nil attinet dicere, qua occaſione unamquamque commentationem conſcripſerit, quarum argumenta ſubjicimus, addito quoque tempore, quo eas ad Societatem Regiam tranſmiſit.

1 *De Conſtructione & menſura curvarum.* N. 356.

2 *Nova methodus omnis generis curvas deſcribendi.* N. 359.

3 *Epiſtola ad Martinum Folckes nobilem equitem de æquationibus radices impoſſibiles habentibus data menſe Majo* 1726 N. 359.

4 *Ejuſdem epiſtolæ proſecutio. Menſe Martio* 1729 N. 408

5 *De Curvarum deſcriptione, noviſque in hoc. argumento inventis* die 21 Decembris A. 1732, quibus addita eſt *Commentatio Nanceji data die* 27 Novembris 1742-3 N. 467.

6 *Syno-*

6 *Synopſis tractatus de fluxionibus die* 27 *Jan.* 1742-3 N. 467.

7 *Ejuſdem proſecutio, die* 10 Martii 1742-3 N. 469.

8 *Regula inveniendi partes Meridionales Sphæroidis eadem accuratione, quæ in ſphæra haberi poteſt.* Menſe Auguſto Anno 1741 N. 461.

9 *De baſibus alveolorum favi, in quibus apes mel recondunt.* 3 Novemb. 1743 N. 471.

Verum operum maximum, quod immortalem ejus gloriam ad ſeros transmittet poſteros, maximoque ei labore ſtetit, erat Tractatus de fluxionibus, Jam ſuperius indicavimus occaſionem huic præbuiſſe, quæ a non nullis non mediocris ingenii laude florentibus contra doctrinam de fluxionibus objectabantur, procul dubio varia, quæ a variis dabatur, explicatione ipſam methodum in ſuſpicionem adducente. Negari non poteſt, *infiniti* ac *infinitè parvi* voces Mathematicis admodum familiares evaſiſſe, earumque etiam uſum in Arithmeticam, & Geometriam fuiſſe invectum, ſeu deinde reapſe non nulla abſurda conſectaria iis obtegerentur, ſeu harum ſcientiarum ſimplicitas neſcio quam recondita involventis ſpeciem per eas induere videretur, quæ ab earum inſtituto abhorret plurimum. Malo indies creſcenti ut remedium adferretur, atque ſpecioſis cavillationibus, quibus anſam dederant, omnis nocendi vis adimeretur, neceſſarium exiſtimavit Mac-Laurinus, demonſtratis fluxionum principiis, vocabulorum, litibus obnoxiorum, uſum penitus rejicere, neque aliud quantitatum genus, quam quod definiri poteſt, & in ipſa Euclidea Geometria pertractatur, adhibere; denique eam tantummodo demonſtrandi rationem uſurpare, quæ apud veteres non erat infrequens, atque jam inde a primis ſcientiæ incunabulis probati omnibus rigoris eſt habita. Hac itaque opera ſimul admirandum, utiliſſimumque inventum adverſus omnes deinceps inſultus in tuto collocavit, ſimul illuſtris ejus auctoris accurationem luculenter comprobavit. Extra dubium eſt, incredibilem eum in hoc opere ad calcem perducendo laborem exhauſiſſe, cujus tamen recor-

datio non poterat ei eſſe non jucunda, quippe qui noſſet, „ quanto amplior eſſet methodi ejusmodi tam late diffuſſæ uſus, „ tanto ſolidioribus eam fundamentis firmari oportere; neque „ ullam operam exiſtimandam eſſe nimiam, quæ illuſtrandis prin- „ cipiis impenditur, quibus in perquiſitionibus noſtris tam inſigni „ & laboris, & temporis compendio juvamur (*).

At enim doctrinam hanc non modo ad ſummum evidentiæ gradum provexit, ſed præterea tot præſtantiſſimis inventis reddidit auctiorem, & ea ſimul in utiliſſimis æque, ac pulcherrimis rebus pertractandis tam feliciter uſus eſt, ut opus illud velut omnium Mathematicarum diſciplinarum theſaurus quidam habendum ſit potius, quam peculiaris alicujus cimelium. Superfluum foret, quæ complectatur, ſingillatim exponere, dum in Tranſactionibus Philoſophicis N. N. 468, & 469, quos lector conſulat, id & ordine, & accurate eſt præſtitum.

Quamvis autem in eo volumine, tam vaſtæ ſcilicet materiæ deſtinato, fieri non potuerit, ut pari omnia perfectione pertractarentur; nihilominus ſummum ubivis ingenium, & ſagacitas elucet peculiaris.

Qui mediocritatem in ſcientiis non excedunt, fere eam inſiſtere viam ſolent, quæ prima cogitantibus ſe ſe offert, quamvis optima non ſit; & cum demum ad quæſtionis propoſitæ reſolutionem deducuntur, plerumque aut claritas eos deſtituit, aut elegantia; ut facile appareat, plura ad perfectionem deeſſe, cujus argumentum capax fuiſſet; velut vulgo evenit, cum in Arithmetica ſubductis ad regularum præſcriptum calculis, ſimul & problematis propoſitæ conditiones, & numerorum proportio ex oculis amittuntur, Aliter multo res apud Auctorem noſtrum habet, qui cum capaciſſimo ſimul omnia animo complecteretur, & judicio polleret acerrimo, facile & vias omnes, quibus ad problematis reſolutionem pertingeret, pervidebat, & ſelectu utebatur promptiſſimo, ut quæ conſilio ſuo magis eſſent opportuna, cum arte & methodo pulcherrima adhiberet. Neque hæc ſcientias per-

(*) Introduction aux fluxions prope finem.

pertractandi facultas exercitatione diuturna acquiritur; ſed a natura ipſa indita, non minus in Matheſi, quam in quibusvis aliis artibus, excellentiores a mediocrium turba ſecernit.

Et innumera quidem ſingularis hujus perſpicaciæ exempla ſeſe in poſtremis Mac-Laurini operibus, ac potiſſimum in hoc de fluxionibus tractatu offerunt; at illud unum, ſi cetera deeſſent, longe foret luculentiſſimum, quod, quæ non niſi ope fluxionum altiorum ordinum reſolvi conſueverant, perſæpe ad inferiorem gradum reduxerit, multaſque prorſus de *Maximis* & *Minimis* quæſtiones, atque harum non nullas, quæ ceteris plus difficultatis habere putabantur, ipſius elementaris Geometriæ ſubſidio explicatas dederit.

Atque hæc auctor noſter opera, cum viveret, in lucem emiſit, quibus bina addenda ſunt poſthuma, *Tractatus* nempe *Algebræ*, & *Philoſophiæ Newtonianæ expoſitio*. Quanquam vero Algebræ tractatus ea ſors fuerit, ut neque auctoris ei manus ſuprema acceſſerit, neque ſub ejus cura in lucem exierit, haud tamen propterea quidquam de laude præſtantis in ea materia operis amiſit, quod quidquid in hoc ſcientiæ genere a primis elementis uſque ad maxime ſublimem gradum evectæ deſideres, uno eodemque exhibeat volumine, omni præceptorum numero per tot aliorum libros diſperſorum ſumma cum evidentia demonſtrato, eoque digeſto ordine, quem longa auctor experientia, cum docendi munere fungeretur, optimum eſſe compererat. Equidem fatendum eſt, eum præter aliorum ſcriptorum morem brevius illa hic exequi, quibus ratio regulas ad uſum transferendi oſtendi ſolet; quod ea res peculiarem plerumque tractationem ſibi poſcere videretur, ac tot, tamque varia eodem complecti libro haud magis decere arbitraretur, quam Geometriæ practicæ præceptis Euclidis elementa ad informem uſque molem farcire. Acceſſit huic operi *Appendicis* nomine tractatus Latino ſermone compoſitus: de *proprietatibus generalibus Curvarum Geometricarum*, cujus e ſcripto auctoris manu exarato, emendatoque deſumpti editioni ſumma cura adhibita eſt; de quo id unum dixiſſe

dixiſſe ſatis ſit, quod & poſtremis ejus laboribus, & felicius collocatis, ipſius judicio ſit accenſendus.

Quod ad expoſitionem Philoſophiæ Newtonianæ, eam iſthic lectoris oculis ſubjicimus, qui vel e capitum, in quæ digeritur, indice & de auctoris conſilio, & de methodo facile decernet. Et putamus ſane, haud fore, ut eum operæ in ipſius libri lectione poſitæ pœniteat.

At non abs re fuerit, quæſtionem, quæ iſthic a non nullis moveri poſſet, prævertere: ecquid nempe ſit, quod in hac expoſitione ſummi momenti inventa illa Newtoniana de lumine & coloribus non niſi in tranſcurſu, & generatim perſtringantur? Nam hujus rei cauſam poſcenti, illud reddimus, conſilium Mac-Laurino maxime fuiſſe, eas Newtonianæ Philoſophiæ partes explicare, quæ in controverſiam & vocabantur olim, & hodiedum apud complures in dubio ſunt poſitæ. Poſtquam experimenta, quibus lucis & colorum theoria firmatur, cum cura iterata ſunt, pronis hæc doctrina ubivis fere animis excepta eſt, neque diſceptationibus ſubjecta; cum interea ſyſtematis mundani, motuumque cœleſtium corporum expoſitionem, ac aliorum præcipuorum naturæ phænomenorum, e gravitate repetitam, multi aut minus recte aſſequerentur, aut quandoque etiam per deridiculum exploderent. Sæpe hæc injuſta illa vexata eſt accuſatione, quod non niſi reſtituendis *occultis qualitatibus* ſit excogitata; & quidam exterarum Academiarum Doctores etiam hodie victorias neſcio quas de profligatis Newtonianis placitis ſibi occinunt, ut circumventa etiam cultiſſimi atque pereruditi Polignacii Muſa illorum epiniciis modulorum ſuorum ſuavitatem accommodaret.

Hinc operæ pretium facturus erat Mac-Laurinus, ſi his quam clariſſime ob oculos poneret, quam procul a ſcopo aberrarent, qui id genus argutationibus Newtonum impeterent; neque umbras illas, adverſus quas toties ſuas inſtruerent acies, extra eorum cerebrum reperiri, quando a *qualitatibus occultis* non minus diſtarent ejus Philoſophi dogmata, quam obſervatio ipſa, & experientia:

rientia: hac in re Newtonum ſecutos manifeſtam a ſe habere rationem, ſi ultra gradum non promoveant, quam comperta ferat veritas, atque interim principio utantur, quod experientia docuit, quod uſus comprobat, quod idem ubivis, ſibique conſentiens deprehenditur (*), quamvis ſpem depoſuerint, primam ejus cauſam fortaſſis unquam detegendi. At præterquam quod Newtoni Optica nullius defenſione egeat, vix etiam explicationem admittit. Eſt ea ita numeris omnibus abſoluta, ut æque difficile fuerit in majus eam redigere compendium, quam novis acceſſionibus augere, præſtaretque omnia, quæ continet, experimenta, illuſtrationes, atque ratiocinationes iiſdem tranſcribere verbis, quam peregrina inducta ſpecie ei elegantiam detrahere. Quod ad conjecturas ſolidioribus experientiæ, & rationum fundamentis deſtitutas, quas Opticæ quæſtionum nomine ſubjungit, haud ita præcoce Mac-Laurinus erat ingenio, qui illuſtris Magiſtri ſui mentem tanta perſpicacia ubivis penetrabat, ut infirmis hiſce ſubſtructionibus duraturum quidquam imponi poſſe exiſtimaret. Quare, quo repererat, loco, integras reliquit, donec poſterorum inventis aliud nomen ſortiantur.

Præter hæc opera in lucem edita, ac integra, complura inter ſcripta ſua Mac-Laurinus imperfecta, & primis velut ductibus adumbrata habebat ſpecimina, partim ad Matheſin, partim ad alia argumenta pertinentia. Velocia, quæ morbus identidem capiebat, incrementa prohibebant, ne in ordinem hæc aut redigeret ipſe, aut qua id ab aliis ratione præſtari vellet, ſignificaret; verum ut erant, trium omnia curæ (inter quorum manus tutiſſima fore credebat) commiſit, Martini ſcilicet Folckes, nobilis equitis, & Regiæ Societatis Præſidis, cujus amicitiam ſummo ſemper in pretio habuit; tum Andreæ Mitchell, itidem equitis nobilis, & magnæ Regni curiæ, comitatus Aberdonienſis nomine, membri, quem neque ſumptibus parſurum noverat, ſi qui in conſervandam amici memoriam faciendi

e forent,

(*) Novum hujus argumentum ſubminiſtrat alterum Bradley inventum, haud minoris, ac primum admiratione dignum, nutationis ſcilicet exiguæ axis telluris, ad quam detegendam per motum nodorum lunæ deductus eſt.

forent, cujus familiaritate tam longo tempore eſſet uſus; ac denique Joannis Hill, apud Archiepiſcopum Cantuarienſem ſacello præfecti, quocum arctiſſimam aliquot ab annis amicitiam contraxerat. Hi itaque ea mox prælo ſubjicere decreverunt, quæ a Mac-Laurino ad id jam comparata repererunt, tractatum ſcilicet Algebræ, & expoſitionem Philoſophiæ Newtonianæ; ſed quoniam a curandæ per ſe editionis labore ſuis quiſque muniis arcebantur, eam viro concredere neceſſe fuit, cujus ſollicitudo, ut quam honeſtiſſima apud omnes auctoris eſſet recordatio, ſummam ſpondebat accurationem. Porro cum viſum eſſet, præſentis operis edendi conſilium in publicum ſignificare, tot nomina futurorum emptorum collecta ſunt, ut pene expectationem ſuperarent: quæ res non ſine emolumento familiæ auctoris evenit, cujus fortunas conditione haud optima reliquit: præterquam enim quod Philoſophos augendæ rei familiaris cura non magnopere ſollicitos habeat, ſæpiuſque non mediocri impenſa ejus ſciendi cupiditati faciendum eſſet ſatis, Mac-Laurini liberalitas non nunquam fortunæ modum exceſſiſſe videri poterat, quippe cui ſatis non erat, juvenibus, quorum indolem & ſcientiarum capacem, & ad virtutem pronam noſſet, conſilio, inſtitutione, patrocinio prodeſſe; ſed non raro etiam tam diu rebus illis neceſſariis providebat, donec apud alios officiis ſuis eorum fortunam bono loco conſtituiſſet.

Quod ſi jam ſcriptorum numerum, & argumentorum arduitatem conſideremus, non minus laboris tolerantiam, atque indefeſſam induſtriam, quam ingenii perſpicaciam in noſtro auctore mirabimur. Fruſtra ſis, ſi cui perſuadere nitaris, eſſe ſuam animo oblectationem, cum in veritatis perquiſitione omni virium contentione elaborat, qui nunquam ejuſmodi meditationum delicias deguſtarit. Qui fluxis ſeſe voluptatibus tradiderunt, nihilque jucundum arbitrantur, quam quod ſenſus mollius afficit, ad virtutis neglectæ blandimenta, ad arcanas tranquillæ mentis illecebras immobiles ſunt penitus, quas, cum viveret Mac-Laurinus, adamabat unice, quod homini a natura conceſſas facultates neque rectius, neque felicius exerceri exiſtimaret, quam in ejuſmodi contemplationibus, quæ, & quam arctis omnis no-

ſtra

ſtra intelligendi vis circumſcribatur limitibus, nos edocerent, & utiliſſimam progignerent in nobis moderationem, & denique, quod veræ ſapientiæ caput eſt, noſtrimet cognitionem nobis compararent.

Quibus noſſe Mac-Laurinum propius contigit, ſingularis hujus in eo modeſtiæ teſtes eſſe poſſunt, de qua nobis & ipſa ejus opera fidem faciunt. Ut in Geometriæ, atque naturæ arcana penetrabat indies profundius, ita a condendis ſyſtematis & hypotheſibus univerſalibus magis quoque abhorrebat, & quin aliquid de pretio earum ſcientiarum, quas conſequi reapſe poſſumus, detraheret, vel minoris faceret earum uſum legitimum, infinita tamen eſſe facile intelligebat, quæ ſupra mentis noſtræ vires ſint poſita. Inventa maxime illuſtria velut tenue quoddam crepuſculum, primæque auroræ debiliores radios ſpectabat, qui conditioni, in qua verſamur, vitæque uſibus accommodati, ſpem interim facerent plenæ illius, purioriſque lucis, quæ ad beatiorem translatis ſtatum olim eſſet oboritura.

Negari nequit, rerum Mathematicarum ſtudium quandoque animos imbecilliores, & quos nulla experientia erudit, haud parum diverſa ratione afficere. Hi namque arrogantia ſubinde ridiculum in modum intumeſcunt, ceteraque omnia inſolentiſſime deſpiciunt literarum genera; alias diverſos evidentiæ gradus, qui rebus diverſis competere poſſunt, temere permiſcent; aut cum demonſtrationis vis ceteris ſit luculentior, nullibi extra Matheſin certum quidpiam reperiri imprudentiſſime apud ſe conſtituunt; aut denique, ut quæ e communi hominum exiſtimatione extra dubitationem ponuntur, ad eundem evidentiæ gradum evehant, commentitia plane ſpecie, inanique fuco oblita riſui exponunt. Verum inconſultam horum cogitandi, agendique rationem vel unum Mac-Laurini exemplum ab ejuſmodi vitiis tam remotum abunde caſtiget, ſimulque eorum coerceat dicacitatem adverſus Mathematicos, qui nullam non ex id genus abuſibus cavillandi occaſionem arripiunt.

Sed non unus ſciendi amor; atque ingenii cultura fuit, quod Mac-Laurinus in Mathematicis diſciplinis, quibus tantopere afficiebatur, ſpectabat; intelligebat nempe, quantum in iis momenti poſitum eſſet ad artes omnes perficiendas, quæ hominum ſocietati tantum commodi afferunt, atque (ut Baconus ait) (*) eorum facultates ſuſtentant, & in naturam dominatum provehunt. Quibus vel rudior mercium, arte aut induſtria parandarum notitia, facile perſpiciunt, nihil in his grande, nihil elegans, atque cum utilitate communi conjunctum reperiri, quod non a Matheſi huc translata dirigi debeat, ac promoveri: ipſa inventa, quæ caſus offert, citra Arithmeticæ & Geometriæ ſubſidium, vix quidquam incrementi accipiunt.

Hæc nempe in publicum emolumenta ob oculos Mac-Laurinus ſuis in meditationibus habebat, neque rara ſunt in ejus operibus loca, in quibus theoriam maxime ſublimem uſui artium civilium accommodat. Quin etiam conſtitutum ei fuerat *Curſum Matheſeos practicæ* conſcribere, atque non nullas ejus partes ſuo reſtituere nitori, quem inter aliorum minus expertas manus amiſerant. Sed celeri ejus fato huic conſilio intercedente nihil ejus operis prodiit, niſi quis traductionem Geometriæ practicæ Davidis Gregorii, quam ſecundis curis revidit, nonnulliſque animadverſionibus auctam Anno 1745 edidit, velut initium quoddam ſpectare velit. Solabatur interea hoc ſuum deſiderium non raro, cum in vivis ageret, quod tum amicis, tum univerſæ Patriæ eruditione ſua haud parum profuiſſet. Si quando alicujus machinæ conſtructio minus recte procederet, ſi in fodinis labores adhæreſcerent, ſi de opificiis provehendis ageretur, ſi deducendæ eſſent quopiam aquæ, ſi opus publicis ſumptibus ſtruendum in deliberationem veniſſet, omnia hæc ad Mac-Laurinum deferebantur. Quin etiam in litibus majoris momenti ejus poſcebatur arbitrium, quæ ſcilicet Glaſcuæ de æſtimandis onerariarum mercibus ortæ ſunt. Quapropter ad id genus tributis præfectos duos accuratos commentarios miſit, quibus regulas poſtea reapſe in illa navium æſtimatione ſervatas demonſtrat.

Sed

(*) Nov. Org. Lib. I.

Sed e quo plurimum voluptatis hauſit, fuit ille ſupputationis labor, quem ſubiit occaſione pecuniæ annuæ jam nunc publicis legibus viduis, liberisque tum Cleri Scotiæ, tum Profeſſorum Academiarum, decretæ, quæ quidem e ſumma penderetur definita, ex arbitraria eorum munificentia annuatim cogenda, qui cenſus Eccleſiarum, aut literariorum ſtipendiorum beneficiis fruerentur. Res hæc ut in ordinem digereretur accuratum, ſumma Mac-Laurini induſtria opus erat, & quibus negotii Londini ad exitum perducendi cura credita fuit, non parum ponderis fuiſſe fatentur in ejus nominis auctoritate ad omnia diſcutienda dubia, quæ ſubinde enaſcebantur, eane ſumma vel ſatis eſſet, vel e proportione æqua diſtributa?

Quamvis autem non poſſet ei non jucundiſſimum accidere, quod hac ſua opera tam præclare non modo apud eos, quibuſcum vivebat, verum etiam apud ſeros poſteros eſſet meritus; ex eo tamen capite multo vehementius literarios ſuos labores adamabat, quod invicta ex illis ſuppeterent argumenta, quibus ſupremi Conditoris perfectiones, atque ejus, quam a natura docemur, Religionis fundamenta adverſus Epicureorum ſophiſmata, modernorumque Metaphyſicorum argutationes demonſtrantur. Exiſtimabat nempe cum Coteſio (*), firmiſſimum adverſus impietatem propugnaculum eſſe naturæ cognitionem, & quod conſequitur, ſolidiſſimum religionis fundamentum. Hujus porro conſideratio non modo in admirationem nos rapit, ſed etiam ad Creatorem ipſum amandum, adorandumque excitat: & ſane vix ille ultra rerum extimam penetret ſpeciem, qui ſe totum a ſupremi Domini nutu pendere, quæ illi debeat, non videat, a quo, quod eſt, acceperit. Atque id genus argumenta a fine rebus præſtituto, ab ordine, certoque conſilio, quod in Univerſi contemplatione in omnium incurrit oculos, petita velut planiſſima, maximeque perſpicua videbantur Mac-Laurino, ac propterea humanæ menti peridonea, dum e metaphyſicis meditationibus eruta, & a paucis intelligi poſſunt, & plerumque variis exceptionibus ſunt obnoxia. Quapropter licet eorum vim

(*) Præf. ad Newton. Princip.

non minus acute, ac perſpicaciſſimus quiſque pervideret, nec minore dexteritate iis uti poſſet, maluit tamen & in congreſſibus cum aliis, & in ſcriptis ſuis, cum id genus lites ſe offerrent, priorum efficacia, atque ut ſolebat, citra verborum ambages, iis finem imponere. Non minore cum ardore ejus ubivis religionis defenſionem ſuſcipiebat, quæ divinitus nobis eſt tradita, ſeu cum inter colloquendum eam perſtringi a non nullis, ſeu pernicioſis impeti libris cerneret, quibus non minus judicia noſtra, quam mores depravantur. Quam firmum huic aſſenſum adjungeret, vel illa ſingularis animi conſtantia & ſecuritas ſatis prodebat, quam ſupremis vitæ momentis præ ſe ferebat.

Itaque vir hic eximius vitam inter literarios labores exigebat, ut omni virium contentione nunquam non eniteretur, & religionem, & virtutem apud alios provehere, dum ſimul peculiari ſolertia bonarum artium emolumento prövidebat. Et quanquam ea ætate, quæ longe majora promittebat, nobis ereptus ſit, haud tamen vel ejus virtus in admiratione eſſe deſinet, vel imitatione tam diu exprimi, donec (quæ rerum humanarum eſt conditio) vel ſcientiæ ex hiſce terris noſtris exulent, vel pro ſua mobilitate ad pejora ſemper proclivis mens, & meliora faſtidiens, huic Philoſophiæ inane quodpiam ſcientiæ ſimulacrum ſubſtituat, aut ſeu hac, ſeu illa ex cauſa, in priſtinam noſtram barbariem revolvamur.

ELEN-

ELENCHUS

LIBRORUM, ET CAPITUM.

LIBER I.

De Methodo in ſtudio ſcientiæ naturalis ſervanda, & de diverſis Philoſophorum ſyſtematis.

Caput I. *Exponitur generatim methodus, & doctrina Newtoni de ſyſtemate Mundi* . . . . pag. 1
Caput II. *De ſyſtematis veterum Philoſophorum* . . . . pag. 32
Caput III. *De recentioribus ante Carteſium Philoſophis* . pag. 55
Caput IV. *De Principiis Philoſophiæ Carteſii; de mutationibus inductis ab ejus ſectatoribus, & diſcordibus eorum hodiedum opinionibus* pag. 82
Caput. V. *Non nulla ſuperiorum animadverſionum conſectaria* pag. 116

LIBER II.

Theoria Motus, & Mechanicæ.

Caput I. *De Spatio, Tempore, Materia, & Motu* . . pag. 125
Caput II. *De Legibus motus, & quæ inde generatim conſequuntur* 144
Caput III. *De Potentiis Mechanicis* . . . . . . pag. 184
Caput. IV. *De Motu corporum ex impactu* . . . . pag. 226
Caput V. *De motu projectorum in vacuo; de cycloide, & motu pendulorum in hac curva* . . . . pap. 243
I. *De motu corporum projectorum* . . . . pag. 249
II. *De cycloide, & motu pendulorum in hac curva* . . . pag. 257

LIBER III.

Theoria Gravitatis Analytice Demonſtratur.

Caput I. *Quid de gravitatis theoria ante Newtonum compertum fuerit* . . . . pag. 271

CA-

Caput II. *Luna eſt corpus grave, non ſecus verſus telluris centrum nitens, ac corpora terreſtria* . . . . pag. 300
Caput. III. *De ſyſtemate Solari, nec non Planetarum, ſtellarumque fixarum parallaxibus* . . . . pag. 316
Caput IV. *De Gravitatione Materiæ Univerſali* . . . pag. 340
Caput V. *De Materiæ quantitate, & denſitate in ſole, & Planetis* 359

LIBER IV.

Effectus Gravitatis Univerſalis Methodo Synthetica exponuntur.

Caput I. *De centro ſyſtematis ſolaris* . . . . pag. 367
Caput II. *Cur e gravitate communi non nihil turbationis in motus Planetarum redundet* . . . . pag. 374
Caput III. *Cur Planetæ ſingulis revolutionibus ad ſolem propius accedant, indeque rurſus diſcedant.* . . . . pag. 380
Caput IV. *De motu Lunæ* . . . . pag. 402
Caput V. *De orbita Planetæ ſecundarii in plano immoto deſcripta: ac ſimul illuſtratur explicatio Newtoniana motus ſatellitum e theoria gravitatis petita* . . . . pag. 416
Caput VI. *De Figura Telluris, & Præceſſione Æquinoctiorum* 428
Caput VII. *De Æſtu Maris* . . . . pag. 436
Caput VIII. *De Cometis* . . . . pag. 458
Caput IX. *De Supremo Univerſi Auctore, & Conſervatore* . pag. 471

FINIS.

EXPOSITIO PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ

LIBER I.

De Methodo in ſtudio ſcientiæ naturalis ſervanda, & de diverſis Philoſophorum ſyſtematis.

CAPUT I.

Exponitur generatim Methodus, & Doctrina Newtoni de ſyſtemate mundi.

I. PHiloſophia rerum naturalium phænomena, eorumque cauſas, & nexum, quin & ipſius, qua patet, univerſi molem, & ordinem inveſtiganda proponit. Jam inde a vetuſtiſſimis ad noſtra hæc uſque tempora nobilis quædam ſciendi cupiditas hominum animos ad naturæ ſtudium impulit, quod cum ceteris quibuſque ar-

tibus, quæ ad noſtram utilitatem faciunt, ita conjunctum eſt, ut nos & venuſtate ſua ſemper teneat, & rerum varietate delectet.

Neque vero hæc ſola ſunt, quæ a Philoſophia expectemus emolumenta; ampliora complectitur, quorum id quidem potiſſimum eſt, quod baſis ſit, & fundamentum, cui Religio naturalis, & ea, quæ in virtute, ac moribus poſita eſt, Philoſophia innititur, dum nos videlicet ad ipſius naturæ Auctoris & Domini cognitionem non ſine voluptate deducit. Quid enim aliud eſt naturam ſcrutari, quam ſupremi rerum omnium Conditoris prodigia perſequi? quorum pars nova toties ſeſe nobis explicat, quoties aliquid in natura prius involutum detegimus: & quamdiu majora, quæ ſuis adhuc circumfuſa ſunt tenebris, ſupereſſe animadvertimus, in ſpem amplioris progreſſus longe jucundiſſimam ſemper adducimur. Auguſtiorem adhæc ſimul in animo noſtro imaginem ſupremi hujus entis formamus, cujus opera ſunt & tam genere ſuo varia, & cognitu tam difficilia.

Quæ de natura nobis comperta ſunt, ut ut anguſtis circumſcripta limitibus, planiſſime tamen oſtendunt ſummam illam potentiam, quæ ita ubique dominatur, & agit, ut nullis vel locorum ſpatiis conſtringi, vel temporum intervallis debilitari queat. Repræſentant nobis non citra admirationem Sapientiam illam, quæ in ſtupenda maximarum æque, ac earum partium, quæ parvitate ſua ſenſus noſtros fugiunt, compoſitione, & motibus ad certas leges exactis eminet. Certiſſima denique illius, quæ regit omnia, Divinæ Bonitatis pignora nobis offerunt. Atque hoc primum ſpectat Philoſophi in contemplanda

natu-

natura ſtudium, qui dum ſyſtema tam excellens accuratius mente perluſtrat, & miratur, non poterit impetrare ab animo ſuo, ut non ſumma voluntate in pulcherrimum illud fœdus conſpiret, in quod res omnes creatæ tanta conſenſione coeunt, indeque ſe concordi quadam cum illis voce ad Conditorem ſuum referat.

Hoc igitur, quod præcipuum Philoſophiæ caput eſt, ut aſſequamur, non præpropera feſtinatione, ſed ſumma cura, ſtudioque in explorandis naturæ abditis ſenſim progredi nos oportet. Mendacia Phyſicæ ſyſtemata tanto cum periculo conjuncta ſunt, ut vel omnem ex animo noſtro Religionem evellant, vel certe pernicioſas humano generi de Deo, & hoc Univerſo opiniones inſerant. Quin & ſæpe nimis jam his velut fundamentis hujuſcemodi errores ſuſtineri vidimus. Tanto magis advigilandum nobis eſt, quanto plura Philoſophi nobis prodiderunt exempla, quam proclives ſint animi in abſonas id genus fictiones, dum Naturæ arcana audacius ſcrutantur. Non pauci fuerunt veterum, quorum animis abſurdiſſima hæc de mundano ſyſtemate opinio inſederat (*), ut univerſi hujus formam, atque figuram temerario atomorum concurſui, Divinitatis obliti prorſus, tribuerent, & incredibilem rerum, quibus undique cingimur, pulchritudinem, ipſam adeo vitam & cogitationem a felici quadam coagmentatione in cæcis illis rudis, confuſæque inter ſe materiæ ſpatiis forte facta repeterent. Horror ſcilicet ſuperſtitionis, quem tot funeſta ejus exempla eorum animis injecerant, eos

(*) Lucret. de rerum natura. Lib. I. v. 63 &c.

fortaſſis impulit ad complectendam doctrinam, a ratione, & conſtanti omnium aſſenſione tam alienam. Neque tamen hoc celebres quoſdam etiam noſtri ævi Philoſophos purgat, qui dum mundi exordia e Mechanicæ legibus exponere conantur, plus æquo ad veterum iſtorum mentem ſe conformaſſe videntur.

Dum a nefanda Atheorum impietate, & quæ ad eam proxime accedunt, opinionibus ſtudioſe refugimus, non minori ſollicitudine & id proſpiciendum nobis eſt, ne animum vana quapiam religione occupari patiamur, quæ naturæ ſtudio ſemper plurimum adverſatur, eo potiſſimum metu, ne dum cognitiones noſtras latius protendimus, ſervituti ejus nos ſubducamus, aut ne, quæ in naturam inquirendo detegimus, placitis illis, quæ adeo ei cordi ſunt, labem adferant. Siquidem vera eſſent, quæ illa credi a nobis poſtulat, diſquiſitionibus noſtris ſtabilirentur potius; at falſa ſi ſint, vel hoc plurimum in rem noſtram, quod perſpiciantur demum, faciet. Libere perſequenda eſt veritas ſibi ipſi ſemper conſentiens. Eccur enim illa ſe una ſat firma ſeu invidæ æmulationis fraudes, ſeu tetras illas, quibus ſuperſtitioſorum occupantur animi, ſuſpiciones ad ſeſe ſuſtinendam accerſat, quando hi potiſſimum ſunt, quos labes iſta contaminavit, qui lucem eripiunt, & quaſi noctem quandam veritati offundunt, dum eam erroribus ſuis fœdiſſime commiſcere nituntur, & ad res adeo diſſidentes conſociandas nihil ſæpe tam turpe habent, quod non amplectendum ſibi exiſtiment. At enim is fere adhuc Philoſophis, qui nugas ſuas, ineptiaſque aliis obtrudere ſatagebant, contigit exitus, ut vulgi ludus & fabula fierent, quin cauſæ, cujus defendendæ partes

in

in ſe ſuſceperant, quidquam conſultum eſſet. Coſmas Indopleuſtus (*) impetu magis, quam conſilio ductus ſyſtema Phyſicæ concinnavit potiſſimum ex ſacrarum literarum effatis, quæ tamen ſecus, atque communis, & conſtans uſus nos docet, preſſe ſcilicet nimis, & ſenſu ad literam exacto, interpretatus eſt. De terra igitur ſic ſentiebat, ut eam non rotundam, ſed immenſum quoddam planum, longius, quam latum, fingeret, quod Oceanus, quem tranſmittere ſupra hominum vires eſſet, ſuo ex omni parte amplexu concluderet. Ad Septentrionem montem præaltum locavit, circa quem ſol & ſtellæ indies revolverentur; ab umbra, quam a montis forma conicam finxit, & obliquo ſolis motu inæqualitatem dierum & temporum variationem definivit. Cœli fornix ſupra terram, & ipſius Oceani ultra fines porrectus, duabus vaſtæ molis columnis incubuit. Angeli ſub hoc fornice ſtellas varios in circuitus agebant. Superiorem his locum cœleſtes aquæ, ſupremum denique cœli Empyrei occupabant.

Quam abſurda demum cunque hæc Auctoris commenta videntur, qui in obſcuriora illa tempora incidit, tamen neque præſente hoc proxime ſuperius ſæculum hujuſcemodi exemplo, cui difficilius patrocinium eſſe poteſt, in illo ſcilicet Kircheri opere caret, quod *Itinerarium ecſtaticum* in Planetas appellat,

(*) Fabrit. Bibl. græc. Vol. II. pag. 609. & ſeq. ubi hujus auctoris opiniones refert adjuncto ſchemate, quod ejus ſyſtema illuſtrat. Vixit is Iuſtino imperante, & Alexandriæ, ubi diu morabatur, ſcripſit. E locis non nullis eju ſoperis, quod Coſmographiam Chriſtianam vocat, & R. P. Montfaucon ex manuſcripto Bibliothecæ Mediceæ edidit, videtur vitam Monaſticæ inſtitutionis ſecutus, ex aliis mercaturam feciſſe.

Vir iſte cum tam ſingularia in coeleſtibus corporibus detexiſſet, nihil admodum nobis conſignavit, quod vel argumenti dignitati, vel ingenii ejus, ceterorumque inventorum amplitudini reſponderet (*), quin eo progreſ-

(*) Exempli cauſa in Venere id unum agit, ut limpidiſſimas aquas, ac pulcherrimas cryſtallos admiretur, quæ ei offerebantur, atque ut ex itineris duce ſuo & comite ſciſcitetur, validuſne Baptiſmus foret, hiſce aquis collatus; cetera hujus operis conſimilia ſunt. (**)

(**) *Sententia Kircheri, miſſis dialogi ambagibus, hæc eſt, dum occaſione inſolitæ hujus Planetæ formæ opinionem eorum rejicit, qui coeleſtia corpora ex quinta quadam eſſentia compoſita fingebant: ita ſibi citra omnem dubitationem naturam elementorum in planetis eandem penitus cum noſtro globo videri, quamvis affectionibus plurimis diſcrepent, ut ſiquidem fieri poſſet, & aqua illic accepta, & vitis ibidem enatæ vinum materiam conficiendis religionis noſtræ myſteriis aptam ſufficerent; qua re, quid aliud, quam ſummam in ea opinione confidentiam oſtendit? facile ſane eſt, dictis ridiculi ſpeciem inducere, ſi, quæ velis, reſeces. Neque crediderim facile, Colinum noſtrum, virum tam doctum, vel præſens Kircheriani Itinerarii caput evolviſſe totum, cum tam manifeſte ibidem afferat multa, quæ tum ad Aſtronomiam comparativam, phaſes nempe, ac motus ſolis, lunæ, telluris &c in Venere apparentes pertinent, tum de motoribus angelis, quæ quidem non tam Kircheri, quam eorum temporum erat opinio, ac centro globorum totalium proprio. Sed enim memini, eum apud avunculum ſuum profanæ illius Religionis miniſtrum pueritiam egiſſe, ubi id ſalis genus ei aſperſum ſit; & dein etiam annum integrum populari ſuæ Theologiæ dediſſe operam, e qua tantum ei divinæ affulſerit lucis, ut aſtrologorum impietatem in innocuo illo Kirchero, aliisque tum pene omnibus admiſſo aſtrorum influxu perviderit, cujus tamen ne veſtigium quidem univerſa deprehenderit Italia. Sed quid opus fuit, ut ex inſula ſua pedem efferret, quando ſuis in viridariis ejuſmodi floſculi enati ſunt plurimi, quibus Satyra in eorum temporum Philoſophiam exornari poſſit? Robertus Flud M. D. Oxonienſis certe, Kirchero haud multo antiquior, ejuſdemque ſæculi ſcriptor, Tract. I. Lib. V. Hiſtoriæ utriuſque Coſmi Metaphyſicæ, Phyſicæ, & Technicæ, ſtellarum fixarum originem non modo, ut ait,* probabiliter, & Philoſophice, *ſed ita vivis nobis pingit coloribus, ut eum Lector mundi exordiis interfuiſſe exiſtimare poſſit. Cum enim, inquit, lucis puriſſimi radii per Sphæram coeleſtem cryſtallinam penetrarent, atque*

greſſus eſt, ut in illam adeo dementiam, vel rectius Aſtrologorum impietatem delaberetur, & quæ hominibus bona eveniunt, aut mala, a Planetis, prout ſecundi eis, vel adverſi influunt, repeteret.

Non exigit hæc a nobis ſacrificia vera Religio, nec ad commoda illius quidquam conferimus, dum ejus firmandæ gratia Philoſophiæ ſyſtemata ad libidinem fingimus, quæ dum progreſſu temporis infirmo nixa principio deprehendimus, in præſentiſſimo ad Scepticorum errores deflectendi diſcrimine verſamur.

Dum in naturam inquirimus, animo quam liberrimo ſimus, neceſſe eſt, ut Philoſophiæ ſtudium, ad graviſſimos, qui ei præſtituti ſunt, fines emolumenta ſua conferat, & ſummum, quem poteſt, perfectionis, ac certitudinis gradum conſequatur. Neque tamen ita abuti hac libertate debemus, ut ea pro certis aſſumamus, quæ inveſtiganda ſunt, & neglectis, qui-

que avide & vivaciter perſequerentur umbræ tenebroſæ materiam, *ut non nunquam aliqua ipſorum pars in* umbræ viſceribus mergeretur, & *quaſi in laqueis viſcoſi cujusdam ſpiritus, qui eſt* vera umbræ materia *captivaretur, a radiis contiguis quaſi* frater *ipſorum e carcere illo liberata vix tandem ſurſum enitens materiam illam reſiſtentem excuſſit, verum ſpiritu illo viſcoſo imbuta ad Sphæram cryſtallinam adhæſit, illicque propter* frigidam & ſiccam ſphæræ *hujus* diſpoſitionem congelata *quodammodo, & fixa cum eadem circumagi cœpit: qua re nempe factum, ut id genus plures partes materiæ ſimili periculo defunctæ, & fixarum nomen obtinuerint, & locum inter ſe non mutent. Planetas porro corpora ait eſſe denſiora, ſed lucis ſubſtantia undique penetrata, quæ cum ſurſum ſemper evolare conetur, lapſum eorum verſus inferiora impedit, uti ſcilicet pyroboli &* Bombardæ *per aerem igne intus urgente deferuntur. Vide Cap. III. & IV. Cetera ejusdem prorſus ſunt furfuris, ut nihil dicam, hominem hunc Aſtrologiam ex propoſito tradidiſſe, docuiſſeque, qua ratione ex ſiderum aſpectibus de naſcentium non tantum valetudine, fortuna, moribus &c, ſed etiam futura religione, eorum occultis inimicis, invidis &c ſit judicandum. Vide ejus Genethlialogiam.*

quibus exploranda rerum natura foret, obſervationibus, & experientia in comminiſcendis ſyſtematis genio noſtro indulgeamus. Acutius, & rebus ſubtilibus contemplandis ingenium nacti ea quidem excogitare ſyſtemata poſſunt, quæ aliquamdiu fortaſſis admirationem noſtram commoveant, ſed tamen qualiacunque hæc ſyſtemata aliud non ſunt, niſi commenta, quæ ipſa vis veritatis ſerius aut citius diſſipabit, & cum hiſce ſubruendis diſtinemur, veræ interim Philoſophiæ, ceteriſque artibus deſumus, & quæ nobis promittunt, commoda moramur. Res, ut quidem in ſe ſunt, obſervationes noſtras effugiunt, vel ſi etiam fuci expers, nudaque natura ſeſe nobis quandoque conſpiciendam præbeat, illuc potius propendet animus, ut vel tanquam commentitia ſimplicitate nobis illudentem averſemur, vel vana ingenii oſtentatione eam veri ſpeciem cum noſtris confuſam opinionibus ad gratiſſima nobis ſyſtemata detorqueamus. Atque ita dum res tam parum inter ſe cohærentes conjungere laboramus, turpiſſima veritatis cum errore confuſio conſequatur, neceſſe eſt.

Ex pluribus, quæ Philoſophiæ progreſſui opponuntur, difficultatibus, hæc ingenii vanitas forte plurimum obfuit. Admirabilitatis ſtudium, & præjudicia ſenſuum acceſſiones Phyſicæ remorata quidem ſunt; experientia tamen, & nova rebus adhibita attentio mox docuit nos hauſtas temere opiniones ad examen revocare, & exuere. Nam etſi ſæculis iis, quibus ignorantia, & ſuperſtitio animis hominum dominabantur, timidi nimium Philoſophi parum admodum auderent, ubi tamen feliciora ſucceſſerunt tempora, rurſus ſcientiæ, ac philoſophandi libertas ſuis velut

lut e tenebris vindicatæ pulcherrime floruerunt. Diſceptationibus immodicis, quæ varias inter ſectas vincendi quodam potius deſiderio, quam veritatis amore ſuſcipiebantur, ad eam Philoſophia redacta eſt formam, ut omnis pene vis in clamore, & vana ſcientiæ oſtentatione reponeretur, quæ etiam tempore longiore principem in ſcholis locum obtinuit; attamen fieri non poterat, ut a via, quæ ad certiores rerum cognitiones deducit, aberraremus perpetuo. Neque id genus difficultates ut ſuperarentur, tantum negotii faceſſivere, quantum illa Philoſophorum ſuperbia & ambitio, qua inducti infra dignitatem ſuam fore exiſtimarunt, aliud, præterquam mundi ſyſtema numeris omnibus abſolutum, ingenii ſui & induſtriæ ſpecimen in publicum dare; quod ut certius aſſequerentur, neſcio quam libertatem ſibi arrogarunt, ſtatuendi principia condendique hypotheſes, quarum ope arcana occultaque naturæ omnia explicanda ſibi ſumpſerunt.

2. Probe perſpexerat Newtonus, quam longe conatus iſti a propoſito nos abducerent; quare nihil unquam velut ingenii partum præ ceteris charum majore favore complectendum ſibi putavit, nihil arbitratu ſuo aſſumendum, quippe cui ſyſtema condere haudquaquam propoſitum erat. Non ignorabat ad hæc Newtonus, quam neceſſarium ſit in naturæ ſtudio naturam ipſam conſulere, effectus illius, qui ſeſe nobis objiciunt, ſtudioſe conſectari, & ſelectis, iteratiſque experimentis naturæ arcana ſua quodammodo extorquere. In his, quæ certa experientia extra dubitationem collocavit, nihil prorſus captioſis illis, quæ

opponi forte poterant, & e Metaphyſices fontibus ſubtiliter erutis rationibus deferebat, quibus ſæpenumero Philoſophi circumſcripti atque decepti ſunt, quin commodi quidquam in ea, quæ pertractabant, ſtudia redundaret. Temeritatem omnem & arrogantiam a ſe longiſſime remotam, pertinaciam vero laboris cum ingenio conjunctam voluit. Atque ita, dum a recta ſemita nunquam deflecteret, ad optatum res ſuas exitum perduxit.

Sola equidem experientia & obſervationes (ut quod res eſt, dicam) eo perducere Auctorem noſtrum non poterant, ut cauſas ab effectis retegeret, vel effectus e cauſis viciſſim exponeret; ſublimem igitur Geometriam ad tam ſpinoſam, plenamque periculi inveſtigationem ducem adhibuit. Hæc una nempe clavis eſt, qua ad arcanas machinas, quibus natura in conficiendis rebus tanta dexteritate utitur, qua licet, aditum nobis reſeramus. Atque ideo etiam in ea ad ſummum perfectionis apicem extollenda ita adlaboravit, ut in medio relictum ſit, an vel reconditæ eruditionis documenta luculentiora dederit, vel exitum habuerit illuſtriorem, dum hoc inſtrumentum perficeret, an dum in uſum redigeret. Philoſophiam ſuam experimentalem nuncupare conſueverat: quaſi additamento hoc diſcrimen ultimum ſignificaturus, quod inter eam, & ceterorum ſyſtemata, ingenii nempe humani partus, quos naturæ geſtimus ſupponere, intercedit. Caduca hæc, & ſua in ruinam levitate prona ſunt, illa vero non niſi experientiæ & demonſtrationi innixa corruere tamdiu non poterit, quamdiu quidem ratio & natura rerum ſibi conſtabunt.

Deni-

Denique ut & viam inſiſteret tutiſſimam, & lites in perpetuum amputaret omnes, Methodum Analyticam & Syntheticam, prout rerum ordo poſtulat, in perſcrutanda natura uſurpare conſtituit. Harum porro leges ſunt, ut phænomenis aut effectis probe ante examinatis, ipſæ vires & cauſæ in natura agentes inveſtigentur: tum ut a cauſis ſingularibus ad latius patentes, ab his denique ad univerſales omnium maxime gradus fiat; id, quod Analyſin abſolvit. Exploratis ſemel his cauſis ordine priori adverſo deſcenditur: conſiderantur nimirum velut ſtabilita totidem principia, per quæ phænomenorum quorumvis, quæ harum quædam ſunt conſecutio, explicata ratio habetur, cujus demum ipſius explicationis firmitas atque veritas manifeſte oſtenditur. Atque hæc eſt methodus Synthetica. Quiſque facile intelligit, non minus in naturæ, atque Mathematum diſciplina pro abſtruſis implicatisque rebus methodum Analyticam adhibendam eſſe, antequam ad earundem compoſitionem, ſive methodum Syntheticam proceditur; ſecus enim polliceri nobis haud poſſumus, utrum ea, quæ aſſumpſimus, principia reipſa in natura comprehendantur, & num ſyſtemata noſtra, quæ tanta animi contentione efformavimus, fraudi non pateant. Hac methodo cum uteretur Newtonus, ex obſervationibus analytice demonſtravit gravitatem univerſale quoddam eſſe principium, quo conſtituto ipſius mundi ſyſtema rectiſſime explicuit. Per Analyſin multas ante incognitas & admirabiles lucis affectiones in apricum produxit, ex quibus deinde tanquam ſincero e fonte complura, maximeque ſingularia phænomena ope Syntheſis derivavit. Verum cum res tot, tantasque evidentiſſime

demonſtratas daret, facere non poterat, quin de aliis multis e tanta ingenii ſagacitate, & obſervationum frequentia minoris firmitatis ſuborirentur opiniones, quas cum non penitus negligi, ſed ab aliis ſtudioſe ſegregari oporteret, collectas in numero quæſtionum modeſte poſuit.

Certa ab incertis tam accurate dum ſecerneret, rerum naturalium ſcientiæ commodi plurimum attulit, ſuæque ſimul conſultum ivit Philoſophiæ, ne, ſi quid dies incompertum antea in lucem ederet, aut labem acciperet, aut everteretur penitus. Diligentiſſime & illud quoque curavit, ut ne quid inter demonſtrata nobis traderet, quod quævis temporis diuturnitas ex eorum aliquando numero expungeret.

Hoc itaque dum ipſe diſcrimen inter ea aperit, quæ dubitationi eſſent obnoxia, amplam venturis ſæculis in res novas indagandi materiam obtulit, quæ doctrinam ab ſe traditam corroborare quidem & provehere, at refellere certe non poſſent. Noverat ille, ubi ſiſtendum eſſet, cum vel experientia eum deſtitueret, vel naturæ ſubtilitas ſuam operandi rationem mentis perſpicaciæ occuleret. Aberat quam longiſſime, ut magna illa, quam ſibi concilia verat nominis exiſtimatione abuſus, alio quam dubiorum numero opinationes ſuas, cum in id genus obſcurioribus argumentis verſaretur, nobis venditaret. Non niſi diu, multumque ſollicitatus ſuam de gravitatis cauſa opinionem ac conjecturas exponere in animum induxit, & tum, quæ de hac, aliiſque viribus in exiguas materiæ partes agentibus ſentiebat, ea cum modeſtia, quam etiam inter minoris notæ Philoſophos raro eſt invenire, explicuit, ut, quam parum ſibimet tribue-

bueret, nemo non videret. Minorum nempe hi gentium Philoſophi, haudquaquam ſeſe ad doctrinæ iſtius ingenium, quod ubivis ſe prodit, componere ſolent, in qua de rebus implicatioribus nulla certa fertur ſententia, donec experientia, atque obſervatio plus lucis affundat, ut e quæſtionum numero exemtæ in demonſtratorum claſſem referri poſſint.

3. Atque hæc fuit methodus eximii noſtri Philoſophi, quem &, modeſtia & provida circumſpectio nunquam non apud eos, qui vacuo opinionionibus animo res judicant, immortali gloria condecorabunt: verum accurata hæc procedendi ratio iis non arriſit, qui modo huic prorſus contrario in Philoſophia verſari aſſueverunt, neque methodum hanc, niſi relictis, quæ tantopere amant, ſyſtematis amplecti potuerunt. Obſervationes ejus, & ratiocinationum firmitas nulli adverſariorum aggreſſioni patebant, quare cum, quod jure opponerent, non invenirent, Philoſophiæ ejus dignitatem communibus quibusdam, & oblique intortis objectationibus, quin & injuſtis quandoque calumniis obterere omni ſtudio adnitebantur. Moliebantur quandam inter ſenſa ejus, & rejecta Philoſophiæ ſcholaſticæ dogmata ſimilitudinem deprehendere, & dum gravitatem ut occultam nobis tractarent qualitatem, plenam ſibi victoriam canebant, propterea, quod Newtonus principium hoc ex ſua cauſa deducere non fuiſſet auſus. Vires illæ, quas in univerſum naturæ ſyſtema exerit, & quæ nobis in Tellure noſtra abunde perſpectæ ſunt, motus corporum cœleſtium, mutuæque actionis inde repetita explicatio tam luculenta, quæ omnem prorſus ſubmoveat dubita-

bitationem, motuum ex eadem pendentium menſuræ tam accuratæ, quas ope felicis adeo Geometriæ ad naturam applicationis determinat, omnia hæc nullius apud hujusmodi Philoſophos momenti erant, eo ſolum nomine, quod Mechanicam gravitatis cauſam non aſſignaverit. Non crediderim ſane, ſimile quid obmotum aliquando fuiſſe contra ſanguinis circulationem, quam tamen e Mechanicæ legibus exponere arduum omnino & difficillimum foret. Qui primi gravitatem aeri, vaporibus, ceteriſque circa terram corporibus tribuerunt, dignam meritis ſuis laudem adepti ſunt, etſi gravitatis ipſius cauſa iisdem, ut antea, involuta tenebris latuerit, quin potius abſtruſa magis reconditaque videri potuerit, poſtquam nullum prope terram corpus gravitatis expers, quod ejus cauſam in ſe contineat, deprehendi poſſe monſtratum eſt. Ut quid igitur ſingulares ejus inventiones, per quas principium hoc ad omnem rerum univerſitatem latiſſime extendit, inimicis adeo quorundam Philoſophorum animis acceptæ ſunt? Quod ſi rem dicamus, illud demum fatendum erit, Newtonum ambitioſa hæc ſyſtemata, quorum ope arcana naturæ omnia detegere ſeſe gloriabantur, maxima cum evidentia diruiſſe, & Philoſophiam, quam eorum in locum introduxerat, cum id ſecum afferret, ut nos manifeſte convinceret, quam longe a perfecta completaque naturæ cognitione abeſſemus, iis omnino placere non potuiſſe, qui ſe intimam rerum naturam, cauſasque primas in numeratis habere exiſtimabant.

Verum circumſpectio & modeſtia, qua utebatur Newtonus, impetrabunt facile, ut de Philoſophia ejus cum æquitate arbitrentur ii omnes, quorum animis

mis juſta magni naturæ Auctoris, & admirabilis ejus operis impreſſa eſt notio; ipſe adeo defectus, quem in quibuſdam Philoſophiæ ſuæ partibus deprehendi agnoſcit, illis conſequi potius ex ipſa cum natura conſenſione videbitur: omnia, quæ completi abſolutique ſyſtematis arrogantiori vocabulo inſigniuntur, his non immerito ſuſpecta erunt, neque id etiam commovebit vehementius, quod accuratiſſimæ lucubrationes, pluriumque ſæculorum labores ad evolvendam omnem rerum naturam, explicandaque phænomena, quæ a mutuo cauſarum ad primam uſque progredientium, continuo nexu, & quaſi catena pendent, ſatis non ſint. Et vero negligenduſne ſit, aut contemnendus ſingularis ille progreſſus in tam difficili implicataque diſquiſitione, propterea, quod plura quæ nos adhuc fugiunt, exploranda ſuperſint? Profecto ſinceri potius gaudii nobis ſeſe offert occaſio, quod abſolutiſſimi illius artificii, quo res omnes formatæ ſunt, tanta nobis pars jam patuit, illudque verendum magnopere eſt, ne quid ejus cum ingenii noſtri commentis permiſceamus. Adeo quidem naturæ agendi rationes tectæ ſunt, & reconditæ, ut poſt omnem, quem in earum perquiſitione conſumpturi ſumus, laborem, multum fortaſſis reliquum ſit futurum, quod nulla vel ars hominum, vel ſcientia conſequi aliquando poterit; neque tamen ex eo quis confecerit, animum ad figmenta potius utcunque acuta flectendum eſſe, quam ut aures certiſſimæ naturæ voci adhibeamus, quæ ſola nobis ſuo in labyrintho dux eſſe poteſt. Eſt hic potiſſimum illius non-fucatæ pulchritudinis effectus, ut etiam pars minima ſinceræ Philoſophiæ longe plures, quam completa illa, quæ mens huma-

humana effinxit ſyſtemata, illecebras in ſe contineat: atque hoc ad Philoſophiam Newtoni præcipua quadam ratione pertinet, quam hac in re cum celeberrimis illis Apellis operibus conferre poſſumus, quæ, licet ultima eis manus nunquam acceſſerit, majorem ſui, quam abſoluta aliorum Artificum opera, admirationem apud veteres excitarunt: & optandum ſane foret, ne id poſteri de Philoſophia hac, quod illi de Apellis imaginibus, jure dicere poſſint; *ipſum defectum ceſſiſſe in gloriam artificis, nec, qui ſuccederet operi ad præſcripta lineamenta, inventum fuiſſe.* Plin.

4. Interim haud nova hæc, & inuſitata res eſt, quod neque iſthæc Philoſophia ſuis careat adverſariis. Quid quid utile aliquando, & præcipue elapſo proxime ſæculo, in natura detectum eſt, non ita pronis ſtatim animis admiſſum eſt, quin eorum cum præjudiciis decertandum foret, quibus non niſi ſyſtematice, cogitare familiare fuit, neque ad deſerenda hæc, quæ tanti apud illos erant, ſyſtemata induci poterant, quamdiu vel levis quæpiam ſpes ſe dabat, contentiones ſuas honeſto aliquo nomine proſequendi: omne artificii genus, induſtriam omnem, & ingenii vires, in ſuſtentanda, dum in ruinam jam propenderet, cauſa ſua collocabant. Nihil videbatur tam inſolens, nihil tam peregrinum, quod in ſubſidium non arceſſerent, ut adverſariorum rationibus officerent. Ea demum erat apud pleroſque animi obſtinatio, ut parum admodum profectura videretur veritas, donec alii ætate juniores in illorum munia ſufficerentur, in quorum animis eorum opiniones tam altas radices nondum agere potuerunt. Multum tædii

dii Newtono exſorbendum fuerat, quod ei ab id genus Philoſophis erat creatum, ut pene animo cadere videretur. Enimvero ita ab omni abhorrebat diſceptatione, ut non niſi ægerrime liti cuipiam ſeſe implicari permitteret. Acriores illæ oppoſitiones, in quas, cum juvenis adhuc eſſet, præclaræ illius in Opticis inventiones offenderant, effecerunt, ut plurium deinde annorum ſpatio ſingulari illo opere, quo id argumentum pertractabat, res literaria privaretur, donec ipſa dies eruditorum animos ad illud pronius excipiendum compararet. Hinc porro factum eſt, ut alia quoque maximi momenti inventa apud ſe retineret, ne ſcilicet inclinantibus alioquin ad contentionem Philoſophis novum diſputandi argumentum offerret. Tam conſiderate, & animo a partium ſtudio tam libero ſingula antea rerum momenta ponderabat, ut apud neminem in ſuſpicionem venire potuerit, quod eo nomine cauſam ſuam tuendam ſuſceperit, ne, quæ in publicum ſemel divulgaſſet, defenſione deſtituiſſe videretur. Palam eſt, quam diu, multumque ſecum ipſe deliberaverit, priuſquam induſtriæ ſuæ fructus in lucem emitteret; neque ambigi poteſt, quod præclara indoles, & eximiæ magni hujus hominis dotes ſingularem ei in naturæ cognitione longiſſime progrediendi, rerumque omnium inter ſe conſenſionem explicandi dexteritatem ſubminiſtraverint.

Tantus hic apud illum diſceptationum horror non ex ſolo tranquillitatis amore profectus eſt. Multum Philoſophiæ ab antiquis deferebatur; verum priſcus ille dignitatis ſplendor, contentionibus illis vanis, & inutilibus, quæ diverſas inter ſectas agitabantur, litibus deformatus, plurimum obſolverat; neque

nitorem ſuum recuperare eo tempore poterat, quo ſyſtematis prompte excogitandi facultas, ejuſque acriter tuendi pertinacia ſummum eſſe Philoſophi ornamentum exiſtimabatur. Quamdiu ſecta quæpiam, aut ætas in operoſis alterius inventis convellendis occupabatur, peritiores rerum omnem certitudinis in naturæ ſtudio conſequendæ ſpem ponebant, malebantque in vulgari quadam, & communi omnibus cognitione rerum acquieſcere, quam iis inhærere ſyſtematis, quæ & ſolidum fructum nullum prorſus afferebant, & a ſemita veritatis certiſſime abducebant. Atque hinc eſt, cur Auctor noſter admoneat, ut opinionibus, quas temere prius hauſimus, exuti, ea, quam natura ſuadet, methodo in Phyſica verſemur, quemadmodum ex illo retulimus. Huic enim cum Newtonus ipſe tam religioſe inſiſteret, certi reddimur, quod & veritati congruat, & naturæ, amplioresque progreſſus egregias, quas nobis præſtituit, regulas ſecuti jure nobis polliceri poſſimus.

Non defuerunt interim alii, qui rerum naturam ex ideis ſuis claris, ut vocant, & meditationibus a ſenſu penitus abſtractis explicare conati ſunt. Aſpernari hi non ſine ſupercilio videntur eam de cauſis rerum notitiam(*), quæ ab effectorum conſideratio-

(*) *Perſpicuum eſt, optimam Philoſophandi viam nos ſequuturos, ſi ex ipſius Dei cognitione rerum ab eo creatarum explicationem deducere conemur, ut ita ſcientiam perfectiſſimam, quæ eſt effectuum per cauſas, acquiramus. Carteſ. Princ. Part. II. §. 22.*

Et cum deinde de phænomenis loquendi occaſio ſeſe offerret, ſtudioſe nos admonuit, ſe nullam penitus eorum rationem habiturum, cum res quæpiam ſtabilienda occurret, quod cognitio effectuum ex ſuis cauſis, non vero viciſſim cauſarum ex effectis, deduci debeat. *Princ. Part.* III. § 4 &c.

ratione obtinetur, neque aliam prorſus haberi volunt ex vero ſcientiam, quam quæ effectus ex ſuis cauſis deducit. Quare confeſtim primam rerum cauſam ſtabiliunt; tum e notionibus, quas de hac in animo ipſi ſibi effingunt, ceterarum quoque omnium ſeriem, nexumque exponere, & abſolutum quoddam operum ſyſtema formare contendunt. Atque hæc eſt illa philoſophandi ratio, quæ ætate noſtra cum Newtoniana in contentionem venit. Et ſane adeo humanæ ambitioni blanditur, tamque magnifica utitur inſinuatione, ut ii, qui vel inexhauſtam naturæ varietatem non perſpiciunt, vel imparem tanto operi humanæ mentis infirmitatem non conſiderant, facile promiſſis ejus illudi ſibi patiantur. Et vero non abs re quis dubitet, ullane ſit inter creatas mens huic philoſophiæ ſuppar, quæ ſupra omnem humani intellectus facultatem eſt quam certiſſime poſita. Sed quoniam hodieque multi ſunt, quorum animos commentitium hoc Philoſophiæ ſimulacrum occupat penitus, quique in eo omnem ſuam induſtriam ponunt, ut novas undique ei elegantias accerſant, admiratorumque augeant numerum, id officii veritati a nobis deberi exiſtimamus, ut quo longius in expoſitione noſtra progredimur, eo ſimul illius fraudes magis in aperto collocemus.

5. Cognitio naturæ, qua per ſe ſenſibus ſubjacet, imperfecta admodum eſt, & arctis valde conſtricta limitibus; ſed ubi ars & ratio in ſubſidium vocatur, eo increſcit, ut in infiniti utriuſque abyſſum ſe ſe penitus demergat. Hinc immenſitas, illinc parvitas pari ratione res extra captum noſtrum conſtituunt,

unt, & maximam, eamque nobiliſſimam naturæ operum partem nobis recondunt. Sicut quælibet magnitudo, ut in mente duntaxat noſtra effingitur, & in immenſum augeri, & in partes uſque minores ultra omnes limites ſecari poteſt, ita ſimul plane perſpicimus, quod in natura extremi dimenſionum maximarum perinde, ac minimarum termini immenſis a ſe intervallis reapſe ſegregentur. Adhæc neque ambitum vaſti hujus ſpatii, in quo cauſæ naturales agunt, neque certos Univerſi hujus fines animo comprehendere poſſumus. Deerramus pariter, ſi in ipſa rerum elementa penetrare enitimur, aut limites deprehendere, quos tranſgredi materiæ diviſio nequeat. Quæ alias grandia dicimus, evaneſcunt fere, dum telluris immanem molem contemplamur; ipſe hic globus noſter in ſyſtemate ſolis repente e conſpectu dilabitur, ſi ex iis ſpectetur locis, in quibus velut ſydus longe remotum videtur: in maxima hujus ſpatii parte aut omnino eſt incognitus, aut certe raro admodum, quamvis vigilantibus obſervatoribus apparet, niſi ejusmodi fortaſſis adjuventur ſubſidio, quo Galilæus quondam tot novas ſyſtematis cœleſtis partes detexit. Quid quod ipſe adeo ſol in oculis intuentium magnitudinem ſtellæ non excedat; ampla Saturni orbita, omniumque cometarum trajectoriæ unum velut in punctum contractæ lateant, dum ex innumeris locis terram inter & ſtellas fixas nobis viciniſſimas conſpiciuntur. Alii Soles ad illuſtranda ſyſtemata alia lucem emittunt, ubi radii ſolis noſtri ipſa ſpatii, quod permeant, immenſitate abſorpti amplius non percipiuntur. Omnia prorſus ſtellarum, quæ in clariſſimis cœli regionibus fulgent, ſyſtemata, non niſi exi-

guum

guum illius ſpatii, in quo diſperſæ ſunt, angulum occupent, neceſſe eſt, quando plures earum una etiam in conſtellatione ope Teleſcopii detegimus, quam nudus oculus toto cœli ambitu videt (*). Poſtquam adeo ſublime evecti ſumus, omnesque dimenſiones ſuis limitibus definitas tam longe retro reliquimus, nihil tamen propiores nos eſſe univerſi termino comperimus: hæc enim omnia evaneſcunt penitus, ſi cum iis componantur, quæ in ſpatiis illis immenſis ultra remotiſſimas a nobis ſtellas, quavis aliquando arte detectas, fortaſſis deliteſcunt.

Quod ſi jam verſus alterum hujus ſcalæ extremum, in qua natura magni, parvique gradus deſcripſit, progrediamur, non diſparem eorum, quæ exigua dicimus, decrementorum ſeriem inveniemus eo uſque productam, ut quantum in altero aſcendebamus, tantundem iſthic infra magnitudinem omnem ſenſu percipiendam deſcendamus, extremum utrumvis paribus nobis tenebris obvolventibus. Non temere agimus, ſi ad certum quendam terminum materiæ diviſionem aliquando perventuram, & corporum elementa ſolida, atque ſimplicia eſſe nobis perſuadeamus, ita, ut in iis, quas ars, vel natura peragit, opeperationibus nulli prorſus mutationi ſubjecta ſint. Liquet enimvero ex obſervationibus microſcopicis, quarum ope animalia tam exigua deprehendimus, ut millena eorum vix particulam oculo ſimili inſtrumento deſtituto cernendam efficiant, quorum tamen quodvis ſua habet organa, & vaſa, in quibus humores vi-

(*) In Conſtellatione *Orionis* Aſtronomi duo millia ſtellarum numerant.

tæ neceſſarii perpetua circuitione commeant; liquet ex propagatione, nutritione, & accremento horum animalium; ex ſubtilitate item partium, quas corpora exhalant, & quæ peculiares ſuas affectiones, licet in tantæ exilitatis moleculas tam mirabiliter diviſæ, retinent; ex pluribus ſane ſtupendis Chemicorum experimentis, & potiſſimum ex illa incomprehenſa lucis partium tenuitate, quæ quaquaverſum æqualiter per poros corporum pellucidorum tranſeunt, denique ex contrariis diverſorum ejusdem radii laterum proprietatibus (*); liquet, inquam, ex omnibus hiſce obſervationibus, quod iteratis corporum diviſionibus eorum partes tanto graduum numero decreſcant, ut omnem cogitandi vim noſtram longe tranſgrediatur, & quod natura nulla unquam ex parte a nobis exhauriri poſſit. Neque infinita hæc graduum varietas in corporum magnitudine tantummodo obſervanda venit: motus quidam temporis puncto peraguntur, diutius alii perdurant, non nulli nimia lentitudine, velocitate rurſus alii impediunt, ne a nobis advertantur. Equidem nobiliſſima Philoſophi exercitatio eſt, effectricium cauſarum mutuam inter ſe connexionem inveſtigare; attamen earum nulla unquam detegitur, quæ non ſimul velut ab altera quapiam effecta ſpectari debeat, nec niſi paucos admodum hujus catenæ annulos numerare nobis licet. In omni genere magnitudinum certus quidam gradus eſt ſenſibus noſtris accommodatus, cujus cognitio humano generi plurimum adfert emolumenti.

Idem

(*) Optic. Newtoni Quæſt. 26.

Idem porro hic gradus Philoſophiæ fundamentum haberi debet (*): nam etſi Philoſophorum diſquiſitiones ad nullam eorum ſeu ſpeciem, ſeu numerum reſtringantur; ab iis tamen potiſſimum, qui cum ſenſibus noſtris magis congruunt, omnis eorum perveſtigatio proficiſci debet, ut ſeu ad magna inde conſcendant, ſeu deſcendant ad exigua, uti materiæ in

(*) Quod ſi accuratior iſthic humanæ conditionis diſcuſſio requireretur, haud deeſſent argumenta, e quibus conficeretur, hunc gradum, in quo homo collocatus eſt, maxime & ejus facultatibus, & animi propenſionibus eſſe opportunum, ut eam ſibi comparet rerum notitiam, quæ cum officio, quod tum ſibi, tum naturæ univerſæ debet, conjungi quam aptiſſime poſſit; eos proinde §, qui hac in re hominem cum animalculis contulerunt, quæ nobis microſcopia in ſanguine detegunt, admodum fuiſſe hallucinatos. Fatendum enim eſt, hominem eſſe partem hujus globi noſtri principem, qui ipſe (quantum quidem ex iis, quæ nobis cognita habemus, judicare licet) nullo fortaſſis eorum inferior eſt, qui hoc ſyſtema ſolare conſtituunt, & quod magnitudine non aſſequitur, perfectione ſupplet: porro ſolare hoc ſyſtema noſtrum, non eſt, cur alteri cuiquam, in immenſo univerſi ſpatio alicubi procreato, nobilitate cedat. Si in magnitudinum ſerie inferior aliquis locus homini obtigiſſet, fieri ſane poterat, ut quæ in minimis corporum particulis eveniunt, magis habuiſſet perſpecta; attamen id lucri genus damni plus attuliſſet, quando facultas illi adempta fuiſſet. naturæ analyſin in utramque, magni & parvi, partem promovendi. Alias etiam dubitandum non eſt, graviſſimas fuiſſe cauſas, ob quas homini minus expediret, cognitiones ſuas ad remotiſſima quæque univerſi hujus mundi corpora proferre, quorum notitia admodum arcto limite definita nunc contentus ſit, oportet. Muneri ſuo, quod in humana ſocietate gerit, pluribus ſæpe defuiſſet partibus. mente rerum tantarum conſideratione nimium occupata. Profecto, ſi qua ei via ſemel potuiſſet ea pernoſcendi, quæ in planetis geruntur, næ ille mox ad ſtellas etiam fixas ſuam tranſtuliſſet ſollicitudinem, animoque omne hoc infinite protenſum ſpatium comprehendere anxie deſideraſſet. § *Spinoſa Epiſt.* 15.

in examen vocatæ ratio expoſcet. Multum certe refert, ut, quæ exploranda ſuſceperint, non una tantum e parte intueantur, ſed verſent undique, & quæ ſenſus aciem effugiunt, mente rite repræſentent, nullo temporis, nullo ſpatii limite meditationes haſce circumſcribente: ſed quemadmodum naturæ cognitio obſervationi rerum ſenſibilium innititur, ita ab his quoque initium ſumendum, & ad metiendos, quos adhuc fecerint, progreſſus, ſæpenumero ad easdem erit revertendum. Atque hac ratione tuto licebit promovere gradum; niſi enim quis caute ad priora ſæpius reflectat oculos, præſenti ſeſe objiciet diſcrimini, in hoc naturæ labyrintho quam longiſſime a vero aberrandi.

6. Examinata hunc in modum generatim natura, & expenſa hominis conditione, qui velut ſpectator quidam phænomenorum, & mundanæ fabricæ indagator ſedulus in ea ſit poſitus, rectius jam de eorum inſtituto judicare poſſumus, qui dum ſyſtemata comminiſcuntur integra, a ſummo incipiunt hanc magnitudinum ſcalam decurrere, & inde ope idearum ſuarum, quas claras ajunt, gradus omnes reliquos, mirum quam prompte, quantaque confidentiæ oſtentatione emetiuntur, ut rerum pene omnium cauſas uno anhelitu expoſituros credas. Verum via in Philoſophia experimentali contraria prorſus inſiſtitur, principia illius minus ſplendida quidem ſunt, ſed notio inde hauſta ad eo ſublimiorem perfectionis gradum pertingit, quo altius a peculiaribus obſervationibus ad latius patentem, accuratioremque cognitionem aſcenditur.

Ut

Ut plane fateamur, quod res eſt, multo quidem perfectior haberetur Philoſophia, ſi tam accuratam naturæ cognitionem poſſideremus, ut nos a rebus, quæ ſenſibus paſſim ſubjacent, & ad univerſi limites proveherent, & uſque ad ipſa, ex quibus ortæ ſunt, elementa deducerent: aut ſi vires, vel cauſæ ubivis in natura agentes perſpectæ nobis, exploratæque forent. Verum ſi amplitudinem univerſi cum facultatibus hominis componamus, eo facile adducemur, ut intelligamus neceſſitatem, eam non niſi per partes conſiderandi, & harum quamvis omni cum ſtudio & cautione, quæ a nobis adhiberi poteſt, ſingillatim examinandi. Dum ea, quæ ſtudioſi naturæ inveſtigatores in rebus minimis detexerunt, mirabilia cernimus, itane facile & nos effecta potentiæ infinitæ in ſpatio infinito æque, ac infinite dividuo, explicare audebimus? Profecto illud rectius exiſtimabimus, quod res tantæ mentibus nobis longe excellentioribns tum admirationis, tum inveſtigationis materiam nullo unquam exhauriendam tempore ſint præbituræ.

Non eſt igitur Philoſophiæ propoſitum, dum hac conditione in univerſo collocati ſumus, ut ſimul complectatur omnia, unoque obtutu integrum naturæ ſyſtema comprehendere nitatur. Sed magna potius cum ſollicitudine & circumſpectione cognitiones noſtras quibusdam velut gradibus eo uſque provehendæ ſunt, donec obſervationes noſtræ, & quas ex his legitima deducemus ratiocinatione, concluſiones nos in noſtris perquiſitionibus ad naturæ operationes perducant, quibus illa, ſeu in corporibus a nobis remotiſſimis motus maximos ciet, ſeu in minimis, ſubtiliſſimiſque partibus ſeſe occulit. Atque hanc nor-

mam in perſcrutanda natura Newtonus ſibi præſtituit, dum ſuam mundani ſyſtematis explicationem, una quidem ex parte accuratioribus Aſtronomorum obſervationibus firmaret, ex alia vero incredibili ſolertia, & ſagacitate ipſe plurima inſtitueret experimenta, ex quibus id conſecutus eſt, ut ad occultiſſimas etiam naturæ actiones, quas in tenuiſſimis materiæ partibus exerit, penetraret. Atque horum potiſſimum ope cognitionis noſtræ limites tantopere protulit, eorumque etiam, quæ ſuis adhuc deliteſcunt in tenebris, imagines quaſdam adumbravit, quarum elegantiam vel e primis ductibus metiremur.

Hunc in finem præſtantiſſimos duos, & ſuo in genere numeris omnibus abſolutos tractatus nobis conſignavit, quibus Philoſophia gloriari merito poſſit: ſua nempe Mathematica Philoſophiæ naturalis principia, & tractatum Opticæ. In primo horum ſyſtema mundi explicat, ac vires illas demonſtrat, quibus motus cœleſtes reguntur, mutuæque eorum corporum actiones exercentur. Hæ a centro ſolis ad ſummam remotiſſimi cometæ altitudinem, & quod vero admodum ſimile, ad ultimos uſque univerſi limites extenduntur. Neque id genus vires vel recens excogitatæ ſunt, vel cognitu difficiles & implicatæ, velut illa quorundam principia, quæ nuſpiam, niſi in eorum cerebro habentur, ſed ipſi pene vulgo pernotæ ſunt, atque in communi vitæ uſu præ reliquis & latius extenſæ, & accuratius definitæ. In tractatu altero de lumine diſſerit, quod etſi omnium, quæ ſenſibus noſtris ſubjecta ſunt, in natura potentiſſime agat, ejus tamen vires ad exigua admodum intervalla conſtringuntur. Singulares, quibus huic argu-

argumento tot acceſſiones factæ ſunt, inventiones incitamento ei fuerunt, ut minutarum materiæ partium motus, abſtruſiſſima nempe illa naturæ phænomena perveſtigaret.

Prioribus illis principiorum libris Aſtronomicæ plurium ſæculorum obſervationes, & quas perſpicaciores pleno laboris calculo ex his recte deduxerant, conſecutiones fundamenta jam jecerant, & conſtans motuum cœleſtium, certaſque ad leges exacta ratio, cum aſſiduis multarum ætatum obſervationibus plurimum contribuerunt, ut jam tum Aſtronomia (ſi cometarum doctrinam excipias) accuratiſſima ſcientiarum Phyſicarum pars haberetur. Ampliſſima inter majora corpora, ex quibus mundi ſyſtema componitur, ſpatia juſtæ virium, per quas inſe mutuo agunt, analyſi peropportuna erant, ſiquidem per horum magnitudinem licebat eas ad exiguum principiorum ſimplicium numerum reducere, cognituque faciliores reddere.

In Optica abſtruſiores multo naturæ partes ſcrutanti, non ipſa minus phænomena, quam eorundem cauſæ perveſtigandæ fuerunt. Argumentum hoc tum ob virium parvitatem ab omni intelligentia ſenſuque alienam, tum ob ſubtilitatem & motuum velocitatem lubricum magis erat, pluribuſque impeditum difficultatibus; neque elementorum varietas, quæ in effectione phænomenorum conjungebantur, parem ſpondebat facilitatem, ea ad analyſin revocandi. Ex quo conficitur, quod principia quidem illa, in quibus primus ejus tractatus verſatur, quamvis ulterioris ſemper progreſſus capacia, ad majorem tamen perfectionis gradum pertigerint, multisque capi-

tibus abſolutioni ſint propiora; inventa vero, quæ ſecundus complectitur, admirabilitatis plus habeant.

Poſtquam in primo ſuo opere gravitationem materiæ omni communem ſtabilivit, cum phænomenorum in altero expoſitorum cauſis non aliunde majorem evidentiam conciliare poſſet, id agit, ut de his ex analogia illorum, quæ in maximis ſyſtematis mundani motibus detexerat, judicium ferat, ratiocinandi methodo, quæ & mutuo rerum nexui, ac obſervationibus, & veterum illi placito, quod Hermeti (*) tribuunt, celebriorumque Philoſophorum ſententia ſemper comprobatum eſt, apprime conſentit: *ea ſcilicet, quæ ſuperius in cœlis aguntur, iis analoga & conſimilia eſſe, quæ apud nos inferius in terra eveniunt.* Deprehendit præterea, quod omnia prorſus corpora in ſeſe mutuo gravitent ea vi, quæ in diſtantia æquali in ſingulas eorum partes agit æqualiter, decreſcente vero diſtantia definita lege augetur: hinc argute conjecit, occultiſſimas quaſque naturæ operationes a ſimili quodam pendere principio, cujus agendi vis & varietas in diſtantiis minoribus major ſit, in longioribus vero ſenſu amplius non percipiatur. Jam hoc palmarium erat in Philoſophia, quod de principio quodam generali certi redderemur; & tale quidem efficiendis conſtantibus corporum cœleſtium motibus ſatis erat: majore tamen videbatur opus varietate virium effectricium, quæ Naturæ ad tot peculiaria

(*) Simile quoque principium Perſarum Magis atque Chaldæis tribuitur, *συμπαθῆ εἶναι ἄνω τοῖς κάτω*. *Pſell.* Declaratio dogmatica Chaldaic. Interim hoc, ut alia plura, occaſionem abuſus ſubſequis temporibus dederunt, dum nempe Philoſophi a prima illa ſimplicitate recederent.

liaria opera patranda præſto eſſent, quæ cum caligine quadam, & tenebris obvolutæ eſſent, dum eas felicior aliquando dies in lucem protraheret, non aliunde plus firmitatis ſententiæ ſuæ accedere poſſe exiſtimabat, quam ex eo principio, cui in natura locum tribui debere, jam demonſtraverat. Verum cum ſæpenumero phænomena, quæ primo quidem intuitu differre inter ſe plurimum videbantur, nihilominus ab eadem derivari cauſa, cauſas itidem complures, cum ſeveriori ſubjectæ ſunt examini, ad principium quoddam latius patens referri animadvertamus, ipſa denique, qua natura univerſa conſtituta eſt, ratio (invita licet rerum, quam nobis objicit, tantopere inter ſe diſſidentium ſpecie) ad unum tandem nos ſupremum omnium moderatorem deducat tanta cum evidentia; magnus hic Philoſophus noſter non minus ab his, quam variis ſuis, quas inſtituerat, obſervationibus eo adductus eſt, ut exiſtimaret, omnem hanc virium varietatem e communi quodam principio originem ducere, velut ramos ex eodem enatos ſtipite, quarum energia & efficacitas arbitrio ſupremæ illius omnia moderantis cauſæ definitur propius, & continetur: ſed tamen de his ea loquitur moderatione, quæ Philoſophum deceat in Naturæ cognitione tantum jam progreſſum, ſimulque memorem, quam involuta nobis, ac obſcura hæc ejus ſyſtematis pars, a ſenſibus tam longe abſtracta, eſſe debeat.

7 Sicut vero rerum creatarum conſideratio, dum communi quadam ratione univerſæ ſimul menti objiciuntur, Numinis, gubernatricisque providentiæ exiſtimationem apud omnium animos excitat; ita quod-

vis in Philoſophia naturali inventum nova totidem ejus argumenta nobis ſubminiſtrat. Et hoc quidem uberrimo, quem ex omni meditandi ſtudio decerpere nos oportet, fructu vir ille eximius utrumque ſuum tractatum concludit. Ab ea autem opinione longiſſime quiſque abeſſe debet, ut Philoſophiam ejus ad nobiliſſimum hunc finem parum contuliſſe arbitretur, etſi primas rerum cauſas ex integro definire non potuerit.

Supremus ille rerum Conditor, & Rector partem hujus cauſarum mutuæ connexionis cognoſcere quidem nos voluit; at quemadmodum is ipſe omnem intelligentiæ noſtræ vim longiſſime ſuperat, ita inſtrumenta quoque, quibus primis ille tot rebus efficiendis artificem manum adhibet, tenebris tam denſis, quas nulla unquam Philoſophia diſcutiet, circumfuſa latent. Atque hunc in modum tanto amplius noſtra in ſummum naturæ Auctorem reverentia creſcit, quanto longius in cognitione ejus operum progredimur; & quo propius in Philoſophia ad primam rerum cauſam penetramus, eo latius in naturam patente proſpectu fruimur, clariusque in hanc illius influentem vim intuemur. Et intelligimus quidem, acceſſum ad illam nobis aperiri legibus imprimis non minus ſimplicibus, quam late ad omnia pertinentibus, quas detegimus; tum difficultate, quæ in mechanica earum explicatione objicitur, venuſtate & ordine, quæ, quo longius procedimus, eo ſeſe nobis explicant clarius; illa denique, quæ in animis noſtris de rebus ſummis enaſcitur, ſublimi opinione. Verum poſt omnes has tam operoſas inveſtigationes im-

immenſum adhuc intervallum eam noſtris eripiet obtutibus, velumque obducet nulla ingenii acie penetrandum.

Non ſubjacet illa ſenſibus noſtris, cujus natura arcana penitus & inacceſſa; inſtrumenta, quæ vim ab ejus potentia & nutu accipiunt prima, nobis non niſi pertenuis cujusdam lucis beneficio cognoſcere licet, quibus tot, tantæque ſeſe objiciunt difficultates, dum vel exiguam naturæ partem cognitione aſſequi laboramus: & ſane ipſe adeo locus & tempus, quorum notio tam ſimplex, tam clara videtur, ſatis ſunt, ut eos implicent, qui nihil adeo ſublime putant, ad quod aſpirare non audeant. Interea qualiacunque hæc demum ſint, impedire haud debent, quo minus ſublimes, veraſque illius notiones mente nobis adumbremus, dum ſenſibus expoſita conſideramus, quæ ſi vel curſim, properanteque perluſtremus oculo, tantum tamen artis, tantum in Conditore ſapientiæ ubivis produnt, ut perſpicaciſſimi etiam cujusvis, atque naturæ ſcientiſſimi Philoſophi mens non poſſit non ſumma admiratione teneri, cujus perſæpe ea comprehendendi facultatem omnem tranſcendunt. Porro quæ in natura nobis patent, in maximas nos earum rerum ſpes erigere debent, quas, ſi quando ad primam uſque cauſam penetrare contigerit, detegemus, ſerie omni, operumque nexu, ut ab effectrice illius manu profecta ſunt, perſpecto, cum quidem Philoſophia noſtra ſuam attigerit perfectionem, a qua tanto adhucdum abeſt intervallo.

CA-

CAPUT II.

De ſyſtematis veterum Philoſophorum.

1. Qui vacuo Philoſophorum opinionibus animo res expendunt, facile ſibi perſuadent, quod non niſi experientia & obſervationibus inniti Phyſica debeat. Eſt tamen ea apud non nullos philoſophandi ratio, quæ mentem depravat verius, dum cognitionis limites provehere, ſciendique cupiditati ſatisfacere pollicetur, atque ſimplicem illam, planamque veritatis viam in contemptum apud alumnos ſuos adducit. In arduum certe ſeſe induunt negotium, qui ratione, & argumentorum pondere cum iis agunt, qui ſeu caliginoſis illis ſyſtematis, in quibus neceſſitas, fatumque inviolatum regit omnia, abſorpti, ſibique ipſis erepti ſunt, ſeu qui in ipſis primarum cauſarum adytis ſeſe conſtitutos arbitrantur. Tenuis quælibet argumenti umbra, & eorum ratiocinandi methodo propior, qua ſuo enatas in cerebro imagines velut divinitus oblatas ſibi ſpecies ſuſpiciunt, immane, quantum plus roboris, auctoritatiſque apud eos habeat, quam ſumma etiam evidentia inde ab experimento, aut obſervatione petita. Tanta illis in vaniſſimis hiſce ſyſtematis tuendis pertinacia, ut diſceptare perpetuo malint, quam in evidentia, certiſſimiſque rationibus planiore ſeſe offerentibus via conquieſcere.

New-

Newtoni methodus præcedenti capite expoſita apud quemvis Philoſophum partium ſtudio non laborantem ſemetipſam abunde commendat; nec defuere, qui ab ingenio bene parati jam alias neceſſitatem eam perſequendi probe agnoverunt. Verum communis Philoſophorum uſus multum ab hac diſſidebat, & ſyſtemata abſtractis a ſenſibus contemplationibus nixa adeo late dominabantur, ut propoſiti noſtri ratio a nobis requirere videatur, ut, quam conatus iſtiusmodi vani ſemper & inutiles extiterint, non nullis ex hiſtoria Philoſophiæ depromptis obſervationibus oſtendamus.

Hujus generis commentationes ſeu inventæ, ſeu mutatæ, & nova ſæpius recuſæ forma ingenti ſemper labore & ingenii conatu ſteterunt; aſt ubi cum natura componi cæptæ ſunt, quod non diſcrimen, quæ non diſſenſio offerebatur! *ibi omnis effuſus labor.* Quod ſi Philoſophiæ variarum ætatum conditionem inde ab origine ſua repetamus, cujusvis certe ævi hiſtoria nos edocebit, quod dum Philoſophi naturam ipſam conſulebant, atque obſervationibus tanquam fundamentis nitebantur, nunquam non felices quoſdam Phyſica progreſſus habuerit; at ubi experientia in conſilium non vocata, ipſi ſua ſibi effingebant ſyſtemata, non niſi altercationibus novam ſubminiſtrarint materiam.

Primordia Philoſophiæ, ut aliarum quarumvis rerum, incerta ſunt & involuta fabulis; interea tamen variorum auctorum teſtimonio diſcimus, quod antiquiſſimi jam, & celeberrimi Phœniciæ, Græciæque Philoſophi prima Phyſices ſuæ principia vacuum,

atomos, & gravitatem conſtituerint (*), ſive huc accuratis naturæ obſervationibus ducti ſint, priuſquam commentitia illa ſyſtemata, & quas ſubtiliora, meditandoque nata ingenia nunquam non ſerebant lites, evidentibus prorſus ejus phænomenis tenebras offuderunt, ſive aliunde eam notitiam hauſerint. Varia ſubinde procuſa ſunt ſyſtemata; attamen longo adhuc tempore in ſequentium Philoſophorum doctrina veterum illorum principiorum veſtigia quædam apparebant, quamvis propriis illorum confuſa opinionibus, & quæ adhucdum in tanta ſententiarum varietate deprehenditur conſenſio, hac ab origine derivata videatur(**). Antiquiſſimi atomiſtarum in ea quoque fuiſſe opinione videntur, quod antequam elementaria hæc corpuſcula in ſyſtemata coaluerint, naturæ quædam viventes jam fuerint, quæ corporea etiam diſſoluta compage nihilominus perdurarent. Perſpiciebant nempe hi neceſſitatem principia, quæ per ſe agerent, non minus adhibendi, quam ea, quæ ſemet

(*) Secundum Poſidonium Stoicum a Strabone & Sexto Empirico citatum, doctrina atomorum tempus belli Trojani præceſſit: tradita nempe a *Moſcho* Phœnice, eodem, ut vero eſt ſimile, de quo Jamblicus, dum ait: quod Pythagoras Sidone cum Prophetis ſucceſſoribus Moſchi Phyſiologi verſatus ſit. Antiquis illis temporibus idem Legislatoris ac Philoſophi character erat, neque deſunt etiam complures, qui Moſchum hunc eundem cum ipſo Moyſe Judæorum Legislatore fuiſſe exiſtiment.

(**) Docebant nempe, quod nihil ex nihilo factum ſit, quod nulla ſubſtantia procreari poſſit vel deſtrui, quod color & ſapor non inſint in rebus ipſis &c, & hæc ipſa apud Græcos atomiſtarum Philoſophiæ dogmata eſſe videntur. Vide *Ariſt. de anima Lib.* III. Cap. I. qui hujuscemodi opiniones plurimis ante ſe Phyſicis tribuit.

met movendi facultate deſtituta, & inertia ſunt; ut inanimæ æque, ac viventium vires in mundana hac machina ſuppeterent. Verum tam accurata, & naturæ tam congrua philoſophandi ratio convulſa penitus poſtmodum eſt, cum neſcio quo affectato ſimplicitatis ſtudio, aut aliis fortaſſis ex cauſis, unum materiæ inertis principium ſatis eſſe exiſtimarent, & e temeraria atomorum concurſione omnem univerſi formam, & coagmentationem explicare conarentur. Perſpicaciores alii effectionem hanc vel præcipue, vel unice naturis per ſe agentibus, omniſque corporis expertibus tribuerent (*a*). Tertia ſubinde ſecta caput extulit, cujus tot tantæque diviſiones, & aſſiduæ contentionis ſimilitudinem quandam, & ſpeciem ad noſtri ævi Philoſophiam habebant. Secta hæc in prioribus duobus ſyſtematis veri nihil reperiri contendebat, ſed fluxa eſſe omnia & inconſtantia, ſeu quæ ſunt, ſeu quæ ſcimus, nec eſſe quidquam reapſe, niſi cognitionis noſtræ comparatione, ut proinde quiſque ſibi ſit in omnibus veritatis regula, omniſque ſimul aliorum etiam quorumvis opinio, & exiſtimatio vera ſit (*b*). Dum alii nihil unquam unum in natura conſtans, ſed continenter labi & fluere omnia: alii rurſus omnia natura ſua immobilia, æternaque rebantur, cui mirum accidat, quod ipſi adeo ſucceſſores eorum aſſequendæ huic doctrinæ impares ſeſe faterentur (*c*)? Atque hac tam diffidentia inter ſe conciliandi difficulta-

(*a*) Vide *ſyſtema intellectuale univerſi* D. Cudworth edit. Anglica Lib. I. Cap. I.
(*b*) Hæc erat doctrina Protagoræ Abderitæ *Plat. Theætetus* &c.
(*c*) *Plat. Theætetus.*

cultate ad extrema prolapſi videntur, & principia generalia nimis, latiusque, quam par ſit, patentia circumſpectaſſe.

Quod ad peculiaria Thaletis, ejuſque in ſchola Jonica ſucceſſorum dogmata, quantum e mutilis eorum temporum monimentis accepimus, huc demum redit totum, quod, ut quiſque in alterius ſucceſſit locum, ita in evertenda illius placita incubuerit ſtrenue, eandem mox ipſe ſortem expertus, cum philoſophandi munus doctrinæ itidem ſuæ adverſario reliquit. Notum eſt, quod eorum alius ex aqua omnia educta atque effecta putaverit; alius aerem, tertius ignem, quartus terram ſubſtituerit, alii demum hæc ſimul conjunxerint, & inde quatuor illa rerum initia, aut elementa condiderint. Ita nempe immodica hæc ſyſtematum libido mature exorta eſt, & tam intempeſtiva in conſtituendis rerum principiis feſtinatio non poterat non innumerarum litium eſſe ferax.

2. Cum ita incertis omnia diſputationibus inter Phyſiologos (tales quippe erant omnes, qui primis illis temporibus Philoſophi cenſebantur) ferverent, Socrates in lucem prodiit. Ingenium ſublime & acre, morum candor, & ſingularis quædam in perquirenda veritate, & detegendo errore facilitas hominis indolem ſingularem a reliquorum vulgo luculento ſane charactere diſtinguebant. Juveniles annos in colenda Phyſica poſuit, majorum ſcilicet exemplo, eamque ad methodum quandam, & certiora reducere principia adlaboravit. Sed ubi penitius examinatis eorum ſyſtematis nihil admodum, quod capaciſſimam ejus mentem expleret, in his deprehen-

henderet; ſincero magis integroque animo veritatem, & commune bonum complectebatur, quam ut vel aliud excogitare, vel ſuam arcanarum naturæ rerum ignorationem diſſimulare ſtuderet. Compertum plane habuit, inani hac ſcientiæ imagine maximam veræ moram, & impedimentum afferri, eosque, qui hac pleni inſoleſcunt, ſolidarum cognitionum amantibus intolerabiles reddi: & in omnem prorſus imminebat occaſionem, hoc ſuum judicium declarandi, ut ab aliis quoque perſpiceretur; atque ſingularem quandam etiam dexteritatem in exagitanda ſui temporis Sophiſtarum levitate, qui ſe ſcire omnia arbitrabantur, a natura ſortitus eſt. Dum ab Oraculo quondam omnium ſapientiſſimus pronunciaretur, tam ſibi honorificum, & ad immortalem gloriam opportunum effatum pro familiari ſibi modeſtia non niſi ad eum pertinere interpretatus eſt, qui, dum alii, quæ neſciunt, ſcire ſe putent, ipſe, ſe nihil ſcire, id unum ſciat.

Cum juvenis ſæpius in rerum cauſas penetrare nequicquam niteretur (*), audiviſſetque ab Anaxagora doceri, univerſum hoc a ſupremo quodam ſpiritu gubernari, adeo ei hoc principium videbatur congruum, ut ingente cum aviditate Anaxagoræ ſcripta adiret, ſpe ſcilicet plenus, naturæ ſyſtema ex ſummi illius ſpiritus abſolutiſſima ſapientia ſibi expoſitum iri, & ſuis, quas de univerſi perfectione habuit, dubitationibus lucem oborituram. Sed immane, quantum expectatio eum fefellerit, ubi animadvertit, Anaxagoram in ſua naturæ totius explicatione, neglecto, cujus uſus ampliſſimus eſſe debuerat, ſupre-

(*) ἐγὼ γαρ νεὸς ὢν &c *Plat. Phædo.*

ſupremo hoc ſpiritu, res ipſas nec ad ordinem, nec univerſi perfectionem referre, ſed potentias quaſdam aqueas, aereas, aliaque prorſus incredibilia velut rerum omnium cauſas inducere. Deprehendit denique Socrates, hanc naturæ explicationem æque parum ad rationem accommodatam eſſe, quam ſi quis cauſam omnium Socratis actionum redditurus hinc initium dicendi faceret: quod Socrates ex principio cogitationis, & rationis participe operetur; aut ſi quis enarraturus, qua ratione ab iniquis, ingratisque Athenienſibus jam condemnatus in carcere conſederit, nos edoceret, quod corpus Socratis ex oſſibus & muſculis fuerit compoſitum; oſſa quidem & ſolida fuerint, & ſuis diſtincta articulis, muſculis vero ſeſe contrahendi, & extendendi vis conſtiterit, itaque corpus movendi, conſidendique facultas Socrati fuerit; tum expoſita quoque ſoni natura, organorumque efformandæ voci neceſſariorum inſolentius gloriaretur· denique, plane ſe oſtendiſſe, quod Socrates, dum in carcere conſidens amicis ſuis familiarius colloqueretur, altum de ſententia ab Athenienſibus in ſe lata tacuerit, & ne id quidem, quod ſecum in animo volvebat, exprompſerit: magis ſibi decorum fore, decretam a judicibus mortem conſtanter, fortiterque oppetere, quam vel Megaram fugiendo ſalutem quærere, vel Thebis exulando reliquum vitæ tempus tranſigere: „abſque oſſibus quidem & nervis „ (huic ſane diſſertatori reponet Socrates) nihil agere in hac vita potuiſſem, ea tamen propterea actionum mearum regulam putare, ſtultiſſimum foret, „ dum id ad agendum impellit animum, quod optimum videtur.

Atque

Atque hæc potiſſimum hic a me commemorata ſunt, quod luculenter oſtendant, melioris quosque notæ, famaque clariores Philoſophos jam tum probe perſpexiſſe, cauſarum, quas finales dicimus, cognitionem adeo veræ Philoſophiæ natura conjunctam eſſe, ut hanc ſi inde removeris, & decore eam maximo perfectioneque ſpoliaveris, & uſui, quem ſpectat præcipuum, reddideris ineptam. Non ſine peculiari quadam voluptate Newtonus (ut eum ipſum id commemoraſſe intellexi) philoſophiam ſuam ad id genus cauſas penitius conſiderandas contribuiſſe animadvertit, præſertim dum Carteſius, aliique non pauci, eas proſcribere penitus contenderent. Novum certe & mirum videri debet, Auctori huic temeritatem & arrogantiam majorem putari (*), ad finalium cauſarum cognitionem aſpirare, quam e divinitatis natura, ſupremæ ſcilicet, omniumque effectricis cauſæ, univerſi hujus mundi ſyſtema integrum deducere; aut rejecta cauſarum illarum conſideratione, quarum gratia omnia condita ſunt, e Mechanicæ legibus, quibus fatali neceſſitate quadam ſubeſt materia, rerum omnium rationem repetere. Profecto haud ita in obſcuro poſitum eſt illud cauſarum genus, ut a nobis intelligi nequeat, nec facile quis aſſequi poterit, cur Carteſius temerarium arbitretur, animum ad rerum

rum

(*) *Nullas unquam rationes circa res naturales a fine, quem Deus aut natura in iis faciendis ſibi propoſuit, deſumemus, quia non tantum debemus nobis arrogare, ut ejus conſiliorum participes nos eſſe putemus. Sed ipſum, ut cauſam efficientem rerum omnium conſiderantes, videbimus, quidnam ex iis ejus attributis, quorum nos non nullam notitiam voluit habere, circa illos ejus effectus, qui ſenſibus apparent, lumen naturale, quod nobis indidit, concludendum eſſe oſtendat.* Princ. Part. I. §. 28.

rum creatarum ordinem, ratione, conſilioque conſtantem advertere, quæ tamen in omnium oculos ubivis in narura incurrunt? cur, inquam, nos condemnet audaciæ (ut exemplo utamur), qui affirmemus oculum videndi cauſa conditum eſſe, quamvis e mechanicis principiis explicare omnino non valeamus, qua ratione lumen in tunicis oculi refringatur, vel imagines rerum a retina ad animam deferantur.

Cum Socrates diverſis illis, in quibus omnes ante eum Philoſophi occupati fuerunt, ſyſtematis nihil ſolidi ineſſe, ſed incertis, & obſcuris opinionibus omnia fluctuare deprehendiſſet, communi illa naturæ notitia, atque omnibus facile parabili contentus eſſe malebat, quam litigantium alicui ſectarum nomen dare. Quare, cum ad Philoſophiæ, quæ mores excolit, tam theoriam provehendam, quam uſum apud populares ſuos præceptis non minus, quam exemplis inducendum ſe totum contuliſſet, id conſecutus eſt, ut ab univerſo pene hominum genere & ſummi fieret, & in admiratione haberetur (*). Plato interim & diſci-

(*) Vide *Aul. Gel. Lib. 6 Cap.* 10, ubi ſingulare quoddam hujus exiſtimationis teſtimonium ſecundum Taurum Philoſophum Platonicum recenſet. Athenienſes, cum quædam inter eos, & Megaræ incolas oborta lis eſſet, omnem Athenarum aditum Megarenſibus interdixerunt. Euclides igitur, & ipſe Megarenſis, muliebri uſus veſte, confectis noctu 20 paſſuum millibus Athenas, ut Socrati operam daret, ventitare clam conſueverat. Ex quo Taurus occaſionem querendi e tanta tunc temporis Philoſophiæ exiſtimatione ſtudioſe arripit: at nunc ipſos, ait, cernimus Philoſophos ultro lubenteſque domo abire ſua, & ad juvenum divitumque januas conſidentes, in ipſum uſque meridiem præſtolari, ut interim tempus ſit diſcipulis, ſeſe e nocturna licentia, & compotationibus recolligendi. Diogenes Laertius nihilominus peregrini cujusdam meminit, qui non nulla in Socrate carpendi cauſa Athenas ventitare conſuevit.

diſcipuli ejus, cum facile intelligerent, quantum in cauſarum cognitione poſitum eſſet ad veritatem rerum ſummi momenti reperiendam, eam Philoſophiæ partem colendam iterum ſumpſerunt. Meditatio eorum in pulchritudine univerſi potiſſimum verſabatur, & certos illos, atque conſtantes motus tum contemplandos, tum virtutum exercitio imitandos proponere conſueverunt, quod in hoc certiſſimum eſſe ſubſidium arbitrarentur, quo hominum animi ad priſtinam cum illis conſenſionem revocarentur, quæ quidem, antequam in hoc terrarum orbe collocati eſſent, viguerit, & quo denuo felicitatis iſtius potiundæ digni redderentur. Cum alii toti eſſent in atomis, & e motu, diverſisque, in quas materia coaleſceret, formis omnia explicare conarentur, ille altius erectis animis, nos cogitatu res ſenſibus ſubjectas tranſcendere voluit, primaſque in Philoſophia partes potentiis agentibus, corporis expertibus, atque intelligentia præditis, magna animi contentione aſſeruit. Has enim veras eſſe naturas, alias non niſi rerum umbras rebatur. Ceteri obeſæ magis naris Philoſophi poſteriores has duntaxat comprehendere poterant, velut qui tergo lumini obverſo, neque iſtud percipit, neque ea corpora, quæ inter ſe, lucemque collocata ſunt, ſed umbras eorum tantummodo habet conſpicuas (*a*). Quanquam nonnunquam etiam Plato de minimis corporum partibus, quæ animo ſolum, & intellectu percipi poſſint, varias iis tribuens figuras, atomiſtarum more loquatur (*b*). Quod ſi etiam for-

F   taſſis

(*a*) Plato *de Republica Lib.* 7 & 10.
(*b*) Plato *Tim.*

taſſis nimio idearum ſuarum amore, longius, ac par erat, progreſſus ſit, id certe fatendum nobis erit ingenue, ejus in philoſophando errores minore, quam Democriti, aut aliorum complurium, cum periculo conjunctos fuiſſe. Sed quantacunque laus Philoſophi hujus conſilio debeatur, qui adeo ſeſe omnibus reddidit amabilem; attamen præcepta ſupra omnem intelligentiam poſita, & arcani plena, quæ non nulli ejus diſcipuli dare poſtea conſueverunt, edocere nos debent (*a*), etiam dum cauſa bona eſt, juſtos limites ne excedamus, cavendum eſſe.

3 Sub id tempus in Italia maxime florebant, qui Pythagoræ ſectæ nomen dederunt, eaque fuit illorum philoſophandi ratio, quæ non tam ex obſervationibus propriis deducta, quam a diuturna magni eorum magiſtri in Oriente commoratione profecta videbatur. Ipſis viginti duobus annis in his regionibus peregrinatus abſque ulla difficultate ad ſingulares prorſus omnium Orientis nationum mores ſe accommodavit (*b*), ut liberiorem ſibi ad eos, qui illic ſapientiæ laude clarebant, aditum patefaceret. Quemadmodum vero & ſingularibus a natura inſtructus dotibus, & laboris patientiſſimus fuit, ita feliciorem quoque, quam alii veterum, in naturæ ſtudio operam poſuiſſe videtur. Diſcipulos ejus veram de Planetarum motibus doctrinam tradidiſſe notum eſt, quippe qui

(*a*) Non eſt operæ pretium hic afferre hujuſcemodi abſtruſiſſima Plotini, & aliorum Platonicorum myſteria.

(*b*) In Ægypto dum eſſet, ejus regionis Sacerdotum ritu circumciſus eſt, & omnium ſui temporis hominum maxime amabilis habebatur. *Clem. Alexandr.* Strom. Lib. I.

qui terram circum axem ſe indies convertere, circa ſolem vero anni unius ſpatio revolvi cenſuerint, taliaque de cometarum natura ſtatuerint, ut a recentiorum obſervationibus non diſſideant(*c*). Docuerunt, ſtellas totidem eſſe mundos (*d*), in quibus omnia terræ noſtræ, aeri & aquæ conſimilia in hac ſpatii immenſitate reperirentur, præcipue vero Lunam a viventibus & majoribus, & pulchrioribus, quam quæ in tellure noſtra ſunt, incoli. Et quamvis etiam agnitæ in corporibus cœleſtibus gravitatis veſtigia jam in Thaletis ſchola deprehendantur, videtur tamen Pythagoras hujus multo accuratiorem habuiſſe notitiam, eamque ſibi in iis propoſuiſſe, quæ de Sphærarum harmonia docuit (*e*).

Chorda muſica eundem cum alia, cujus dupla eſt longitudo, ſonum efficit, ſi vis, qua poſterior hæc tenditur, quadruplo augeatur: & Planetæ quoque gravitas alterius, qui duplo diſtat intervallo, gravitatis quadrupla eſt. Univerſe ut chorda quæpiam cum alia breviore conſonet, tanto amplius illa tendatur, neceſſe eſt, quanto ejus longitudinis quadratum majus eſt: & ut Planeta æqualem alterius ſoli vicinioris gravitatem obtineat, pariter in ratione magnitudinis quadrati ejus a ſole diſtantiæ augeri debet. Quod ſi igitur jam fingamus chordas muſicas inde a ſole.

(*c*) Ariſt. *Meterol. Lib. I. Cap.* 6 Plutarchus de *Placitis Philoſophorum Lib. III. Cap. II.*
(*d*) Ibidem Cap. XIII & XXX.
(*e*) *Plin.* Lib. II. Cap. XXII. *Macrob.* in ſomnium Scip. Lib. II Cap. I. Vide etiam Plutarchum *de animal. procreatione* e Timæo, ὅιτε πάλαι θεόλογοι πρεσβύτατοι φιλοσόφων ὄντες ὄργανα μουσικὰ θεῶν &c usque ad finem.

ſole ad Planetam quemlibet tenſas, ut hæ inter ſe conſonæ reddantur, vim, qua tenduntur, vel augere vel diminuere in eadem ratione oportebit, quæ ad æqualem planetarum gravitatem efficiendam neceſſaria foret. Et ex hac quidem rationum conſenſione ſuam de ſphærarum harmonia doctrinam eruiſſe non immerito putatur.

Cum vero hæ eorum, qui Pythagoram ſecuti ſunt, opiniones de diurnis & annuis terræ motibus, de cometarum revolutionibus, lunæ incolis, ſtellis, & ſphærarum harmonia ita longe a ſenſibus remotæ ſint, ut ab iis oriri omnino non potuerint, plurimumque præterea vulgaribus hominum opinionibus opponantur; qui primi hæc detexerunt, non contemnendos in Aſtronomia & Philoſophia naturali progreſſus feciſſe jure cenſendi ſunt. Magni certe laboris fuerit, homini in theoria motus peregrino & hoſpiti perſuadere, terram, quæ rerum omnium, quas natura ſpectandas offert, maxime ſtabilis, & eidem perpetuo affixa loco videtur, tanta cum celeritate per ætherea ſpatia abripi. Næ ille quibuſvis ſuperior difficultatibus fuerit, quæ vel a ſenſibus, vel ſuperſtitione illa, quæ eo præcipue tempore animis hominum dominabatur, obmoveri poterant, qui auſus ſit terram inter ſtellas referre, has vero quaſi totidem mundos conſtituere? Atque hinc ſi quam rudia, quotque implicita erroribus Græcorum dogmata hac de re fuerint, animo reputemus, facile nobis perſuadebimus, eos non niſi pauca quædam a cultiorum aliorum populorum Sapientibus, quibus natura magis perſpecta erat, ſibi tradita accepiſſe. Forſan etiam huic argumento rite pertractando haud magis

erant

erant idonei, quam Indus quiſpiam ceteris ſagacior, qui annis aliquot in Europa moratus, Eruditorum noſtratium congreſſibus non nunquam adfuerit, & poſtea redux in patriam, ſyſtemata, quæ apud nos vigent, popularibus ſuis explananda ſibi ſumeret. Id quoque in cauſa erat, quod Pythagoræi, licet ab illis ſtaret veritas, placitis tamen ſuis adverſus alios tuendis ſemper fuerint impares, quæ Ariſtoteles non ſine veræ rationis ſpecie refellere eſt aggreſſus. At enim quæ hic in oppoſitum argumenta adfert, palam faciunt, aut illos ſyſtematis ſui expoſitionem dediſſe malam, aut hunc eorum mentem non fuiſſe aſſecutum. Docuiſſe præterea dicuntur, aliam eſſe terram noſtræ oppoſitam, variaque alia corpora, quæ ſuas circa ſolem revolutiones quidem peragerent, nos tamen, a terra ſcilicet occultata, lateant, unde etiam frequentiores lunæ, quam ſolis, eclipſes repetierunt (*). Res hæc occaſionem Ariſtoteli præbuit, illud ipſis exprobrandi, ob quod alii ſæpenumero Philoſophi reprehenſionem incurrere merentur, quod ſcilicet, cum Philoſophiam ſuam ad naturam accommodare debuiſſent, phænomena aliter longe, ac reapſe ſunt, exhibuerint, ut cum iis, quæ ipſi ſibi fingebant, conſentire viderentur. Verum ſi accuratius paullum tum phænomena, tum ſyſtema ipſum edoctus fuiſſet, haud dubie mitius judicaſſet.

(*) *De cœlo Lib. II. Cap. XV.* Non adeo mirum videri debet, Græcos tam imperfectam philoſophiæ, quæ in Oriente viguit, habuiſſe notitiam, ſi verum eſt, celeberrimos quoſdam eorum Philoſophos longe alia, quam diſcendi cauſa in Ægyptum eſſe profectos. De Platone certe narratur, ut oleum ſuum illic divenderet, eum hanc peregrinationem ſuſcepiſſe.

In magno tunc temporis honore Geometria fuit; non abs re tamen erit arbitrari, ipſo, quo hanc complectebantur, ſtudio, Pythagoræos & Platonicos Philoſophos in errorem quandoque, & fraudem inductos eſſe, dum nempe analogias quaſdam figurarum & numerorum offerret, non ſolum a nobis nunquam intelligendas, ſed quandoque ne quidem explicationis ullius capaces, e quibus naturæ arcana eruenda ſibi putarunt. Quinque corpora regularia, quæ in Philoſophia ſua adhibebant, illuſtre quoddam hujus ſunt teſtimonium; neque enim exiguam hæc in eorum ſyſtemate partem occupaverant, ſi veteribus Euclidis commentatoribus fidem habeamus, qui eum & Platonicum fuiſſe Philoſophum, & hujus diſciplinæ gratia eximia ſua compoſuiſſe elementa teſtantur. Verum cum Geometria in ſola meditatione ſit poſita, qua ratione ea cum natura rerum congruere debeat, nemo unus aſſequetur. Et vero quam parum proſpere res iis ciciderit, qui recentius in hujus analogiæ abſtruſas rationes penetrare conati ſunt, uberius oſtendendi occaſio dabitur, ubi de Kepleri inventionibus ſubinde ſermo fuerit. Neque etiam id unum erroris exemplum proſtat, quo proportionum & harmoniæ fallace ſpecie in naturæ ſtudio circumventi ſunt Philoſophi. Exiguus certe uſus Geometriæ eſſe poteſt, priuſquam frequens obſervatio id genus veritates magno numero ſuppeditet, quibus tuto inniti poſſimus; id, quod recte obſervavit Cancellarius Baconus, dum ait: *Matheſim Philoſophiam naturalem terminare debere, non generare, aut procreare.*

4. Phi-

4 Philoſophia ab Ariſtotele tradita opportune nobis commonſtrat, acerrimum quantumvis ingenium omni alio deſtitutum præſidio minori ſemper utilitati futurum in naturæ ſtudio, quam vel in Metaphyſica, vel Dialectica, in quibus ſola mentis perſpicacia revera quandoque portento ſimiles progreſſus facere poteſt. Prioribus cauſarum ſyſtematis materiam, formam, & privationem, velut prima rerum omnium initia, exiguo, ut apparet, Philoſophiæ naturalis commodo, ſurrogavit. Et quamvis alios ante ſe omnes Philoſophos accuratis ad ſuum ſyſtema definitionibus & diviſionibus longe ſuperarit, ita tamen quandoque ſuis in præceptis obſcurus fuit, ut vel diſcipuli magiſtri ſui ſtudioſiſſimi ejus mentem ſeſe non aſſequi faterentur, quamvis ſumma animi contentione in ejus ſenſa penetrare, atque id viis quandoque (ſi non nullorum narrationi credimus) admodum ſingularibus conarentur. Quare hodieque inter Philoſophos de Ariſtotelis ſententia in rebus non exigui momenti lites plurimæ agitantur.

Regia Alexandri diſcipuli munificentia nihil eum omnium deſiderare patiebatur, quæ vaſtæ admodum Naturæ hiſtoriæ condendæ opportuna videri poterant, profuſis in eam rem immenſis ſumptibus, quos toties alii ab aliis mutuati commemorant, qui de hoc argumento ſcripſerunt (*a*). Verum etſi in generalibus ſuis, & theoreticis de Natura libris per-

(*a*) Juxta Plinium Ariſtoteles quinquaginta volumina de animalibus ſcripſit, & plura hominum millia tum in Græcia, tum in Aſia ei Alexandri juſſu præſto fuerunt, quorum opera in hiſce diſquiſitionibus uteretur. Ajunt, ad viginti talenta ſumptus excreviſſe.

peracute diſſerere, ſubtiliterque ratiocinari videatur, ipſas tamen, quas inde ducit, concluſiones recentiorum obſervationes plerumque evertunt. Doctrinæ Pythagoræ de duplici telluris motu explicationem, modumque, quo hanc refellere aggreſſus eſt, ſuperius jam attulimus: in volumine quodam, quod eidem inter alia tribuitur (*a*), materiam cœlorum increatam, nullique prorſus corruptioni aut mutationi obnoxiam, ſtellas vero in ſolidis circa terram orbibus circumagi demonſtrare conatur. Pronis ubique animis in opiniones has itum eſt, dum aliquando demum Tycho observationibus, Galileus ratione earum falſitatem omnibus clare perſpiciendam dediſſent. Carpitur a non paucis etiam, quod haud ita frequenter, ut antiquiores plurimi Philoſophi, in tam copioſis variiſque ſcriptis Divinitatis alicujus mentionem fecerit, ſi librum de Mundo, vel ut aliis placet, de Univerſo excipias, qui propterea a non nullis Ariſtotelis eſſe negatur, a Gaſſendo tamen putatur ab eodem circa finem vitæ compoſitus, velut meditationis ſeverioris partus (*b*). Obſervari quoque & illud in favorem magni hujus Philoſophi poteſt, quod forſitan ipſe ſuas in naturam perveſtigationes ex ſcriptis in publicum emiſſis paſſim ab omnibus intelligi noluerit, præſertim cum eo nomine ſe purgaſſe dicatur Alexandro quondam querenti, quod libros quoſdam vulgaverit: non alios, inquiens, niſi Philoſophos hæc intellecturos. Quod ſi ejus de forma & qualitatibus opinionum certior ſuppeteret explicatio, fieri poſſet, ut

(*a*) *De Cælo.*
(*b*) *De Phyſiologia Epicuri.*

ut meliore loco haberentur. Fortaſſis id ſolum contra Democriti in atomorum Doctrina ſectatores evincere volebat, quod naturæ phænomena e ſola materia, & motibus explicari omnino non poſſint, niſi corporum qualitates ab occultis viribus repetantur, quæ pro varia minimarum partium compoſitione varie, ſed definitis tamen legibus agant. Virtus Calliſthenis, quem Ariſtotelis commendatione Alexander in expugnandis Aſiæ provinciis ſibi comitem junxerat, ingentem ei honorem, & gloriam comparavit. Interim contracta Sacerdotum invidia, infelicem Socratis ſortem veritus, Athenas reliquit.

Ariſtoteles longo tempore princeps Philoſophorum appellatus, maximam non in unius Europæ tantum, ſed & ipſius Africæ ſcholis, æque Mahometanos inter, atque Chriſtianos auctoritatem obtinuit. Opera ejus in Perſicum & Tartaricum Samarcandæ idioma traducta; neque alius unquam Philoſophus tantam apud omnes nominis celebritatem adeptus eſt. Quævis ejus opinatio velut ipſius rationis effatum habebatur, a quo alium appellare nulli prorſus fas eſſet, dum in eo diſceptationis omnis cardo verteretur, ut litigantes oſtenderent, non minus a ſe ſtare Ariſtotelem, quam ipſam veritatem. Quantum vero cunque hæc ejus auctoritas momenti haberet, adeo tamen altercationibus finem, modumque non poſuit, ut ad eas potius multiplicandas faceret; non enim minoris erat difficultatis in ejus ſenſa penetrare, quam ipſam veritatem detegere, cujus quidem cum illius dogmatis conciliandæ non raro nulla penitus ſuppetebat ratio. Neque a propoſito alienum exiſtimandum eſt, iſthic ſervilem illam Philoſophandi methodum

perſtrinxiſſe, quod quandoque illuſtrium virorum auctoritas etiam in eorum opiniones nos adducat, quæ non modo dubitationi ſunt expoſitæ, verum ab ipſa Philoſophia alienæ.

5 De Syſtemate Epicuri, & alias jam a nobis facta mentio, & deinde quoque frequenter diſſerendi occaſio ſeſe offeret. Quis-quis ineptas ſectæ hujus, aliorumque Dogmaticorum (ſive Peripatetici ſint, ſive Stoici) opiniones examinat, aliorum quidem præcepta ad informandos mores peridonea, aliorum, & plurimorum quidem, eloquentiam ſuſpicere poterit, quorum utpote præcipua occupatio in aſſertione ſyſtematum, cauſæque ſuæ declamatione verſabatur; illud vero haud multum mirabitur, quod eorum quoque plurimos, in his, quæ ad Phyſicam pertinent, ad Scepticos ſeſe adjungere animadvertat: alii quippe verum inveniri poſſe negabant penitus, alii id quidem recte perquiri, non tamen ab ullo teneri putabant. Qua re fieri neceſſe erat, ut Philoſophia in tot diſſecaretur ramos, e quibus novi rurſus germinarent ſurculi, ut nullum eſſet hominum genus, quod non Philoſophari videretur, quando in tanto ſectarum numero deeſſe non poterat, quæ cujusque ingenio, animique affectionibus arrideret. Verum ingens hæc quantumvis Philoſophorum multitudo parum ad ipſius ſcientiæ progreſſum, aut veritatis inveſtigationem contribuiſſe videtur: eo increvit eorum licentia, opinionumque varietas, ut nullum prope ultimis his temporibus commentum in lucem prodiverit, quod non earum cujusdam auctoritate fulcirerur. Quavis in arte aliorum erroribus alios erudiri

nos

nos uſus docuit; unica in Philoſophia turpiſſimos ſectarum errores nihil ad aliorum correctionem feciſſe perſpicimus. Errorum illa documenta, quæ a magnis, quos commemoravimus, Philoſophis, ſunt prodita, exemplis pejoribus ſequaces ſuperare ſunt conati, dum quiſque propoſiti ſui tenax commenta commentis cumularet: ſic Platonis diſciplinam profeſſi myſteria venditabant; ſic Peripatetici litigatores habebantur nunquam fatigandi, ſecta qualibet pro ſuo depugnante ſyſtemate, a ceteris omnibus damnato.

Cum veteres omni ſubinde ætate contemplandis cœlis aut hiſtoriæ naturalis monimentis colligendis operam dediſſent, non ſane irritus fuit hic eorum conatus, quippe qui verarum non nunquam cauſarum in univerſo hoc agentium quædam detexerunt veſtigia; eſtque profecto, cur id genus non nullas eorum cognitiones ſuſpiciamus, quas in variis eorum ſcriptorum locis adumbratas deprehendimus, quibus illuſtriora noſtri temporis inventa quædam prævertiſſe videri poſſunt. Verum ſi generatim loquamur, in obſcuris nimium, incertiſque diſquiſitionibus, in abditas rerum naturas penetrandi deſiderio, ſuam ponebant operam, ea fere conſectati, quæ nullam cum principiis, quibus inniti debuerant, proportionem comparationemque habebant. Quod ad Mundani ſyſtematis explicationem, Pythagoræ doctrina oblivioni prorſus eſt tradita, Ariſtotelis & Eudoxi opinione latiſſime divulgata. Conſequentibus ſubinde temporibus in naturæ phænomenis explicandis ſumma quilibet utebatur libertate, orbibus ſolidis, & Epicyclis hunc in finem eo uſque multiplicatis, ut denique univerſum hoc, quale ab hiſce Philoſophis de-

ſcribebatur, ſplendorem ſuum amiſiſſe penitus, & infelicibus eorum conatibus ad Chaos quoddam reductum videretur. Hiſtoria ſcientiarum, quæ diverſas earum mutationes, quas poſterioribus temporibus ſubierunt, complectitur, dum nempe Philoſophia, ejuſque cultores jam in contemptum adducti eſſent, adeo parum ad propoſiti mei rationes facit, ut eam hic ſubtexere operæ pretium non arbitrer. Magis ſcilicet illi inſulſis opinionibns, morum diſciplina, & ſingularibus quibusdam ritibus, quam vel ſcientia, vel peculiari quodam merito a vulgo ſecernebantur (*a*). Horum imago Taciti calamo nobis depicta plane oſtendit, quam diſpar fuerit eorum conditio Romanorum Cæſarum tempore, ſi cum antiquis Pythagoræis, quorum auctoritate etiam leges ferebantur, ac Socrate, cui ſupparem vix reperias, ceteriſque eorum temporum luminibus conferantur, quibus primæ juventæ vigor Philoſophiæ conſtitit. *Nero etiam*, ait Hiſtoricus noſter, *ſapientiæ doctoribus tempus impertiebat poſt epulas, utque contraria aſſeverantium diſcordiæ eruebantur: nec deerant, qui voce vultuque triſti inter oblectamenta regia ſpectari cuperent* (*b*).

Majori-

(*a*) *Scientiam capillis & habitu jactant*, ait Lactantius, cum de illis loquitur. Vide etiam querelam Tauri Philoſophi paullo ſuperius in notis §. 2 ejuſdem capitis, quem *Aul. Gell.* laudat.

(*b*) Tacit. *Annal. Lib.* 14. Nulla prorſus hic a nobis eſt Chinenſium facta mentio, qui etſi præ omnibus aliis nationibus in Aſtronomiæ ſtudio operam diuturnam poſuiſſent, parum tamen admodum profeciſſe videntur; ſi, quas de iis accepimus, narrationibus fidem habeamus. Tribuendum hoc procul dubio eſt tum negligentiæ eorum in pertractanda Geometria, ſine qua in Aſtronomia multum progredi nemo poteſt, tum quod cum exteris nullum habeant literarum commercium.

Majoribus deinceps paſſibus Philoſophia ad interitum properabat, cujus hic meminiſſe a propoſito meo alienum eſſe haud arbitror, præſertim cum hac occaſione potiſſimum veræ Philoſophiæ hoſtem, & adverſarium retecturi ſimus. Poſt Romani imperii lapſum, cum priſca hujus populi dignitas, & ſapientiſſima gubernandi ratio in Gothorum barbariem tranſiviſſet, brevi ſuperſtitio ſine æmulo dominata in omnes ſeſe provincias diffudit; tum vero Philoſophandi libertas omnis proſcripta, cum ipſa vetuſta eruditionis monumenta, pretioſiſſimus nempe ille operoſæ antiquitatis fructus, feroce plane religionis ſtudio extincta fuerunt. Celerem nimium funeſtum hoc conſilium reperit exitum, caliginoſa enim quædam, denſaque nubes illico humanæ menti noctem attuliſſe, omnemque meliorem eripuiſſe lucem videbatur, tamque late graviſſima hæc diffundebatur calamitas, ut conſequentium temporum pars quædam ætas plumbea, quæ ferreo Poetarum ſæculo nihil admodum conceſſit, haud injuria ſit appellata. Diu auctoritas præ ratione valebat, quæ ſpecioſo ſcilicet nomine majoris mortalium in Numen reverentiæ, a priſtino dignitatis gradu deturbata in miſerrimam redigebatur ſervitutem. Identidem quidem feliciore ætate digna effulſerunt ingenia, ſed enim ut ſe ad barbari hujus ſæculi morem vel invita componerent, neceſſe erat. Quod ſi etiam veræ Philoſophiæ ſtudium ſibi cordi ſumpſerunt, ita in eo verſati ſunt, ut vel ſuæ tantummodo ſervirent eruditioni, vel ſi quæ in publicum prodere oportuit, ſuis involucris obtecta manerent ceteris; aut ſi cui, & ad audendum animus, & ad bene merendum ingenium aderat, id demum conſequebatur,

batur, ut eorum, quibuſcum vivebat, concitata in ſe ſuperſtitione, inhumaniſſimis, peſſimiſque modis acciperetur. Fuit hæc ſors celebris illius Rogeri Baconi, qui pro ætate, in qua vixerat, admirabiles in naturæ ſcientia progreſſus feciſſe, & nonnulla, quæ inter poſteriorum temporum inventa numerantur, perſpecta jam habuiſſe videtur.

Philoſophia naturalis tum negligentia popularium ſuorum, tum contemptu ex Europa pene omni proſcripta interea Aſylum apud Saracenos reperit, quibus & complura inventa, & quædam etiam antiquorum opera conſervata debemus. Tanta fuit eorum de his opinio & exiſtimatio, ut de illorum exemplaribus, cum de graviſſimis negotiis cum Græcorum Imperatoribus tractarent, diſerte paciſcerentur, quamvis immenſum hujus generis theſaurum in prima expugnatione Alexandriæ everterint. Califa Almaimon hodieque celebratur, quod ſuos ad Aſtronomiæ ſtudium tantopere excitaverit, ſtructis per ſuas provincias magno numero ædificiis obſervandis ſideribus commodis, molisque ingentis inſtrumentis ad hæc comparatis. Hujus imperio effectum novimus, ut accurrata dimenſio unius gradus circuli Telluris tum primum accepta ſit.

Verum tandem horum etiam Philoſophi non minori cum ſervitute, atque Europæi Ariſtotelem amplexati ſunt, omniſque philoſophandi ratio in vocabulis verſabatur, innumeris ſerendis litibus aptis.

Diſſipatis interea ſenſim tenebris felicior rebus facies in Europa ſucceſſit: neque enim actuoſum illud hominis ingenium perpetua opprimi ſervitute poteſt. Nam reviviſcere ſcientiarum amor, Philoſophiæ

phiæ veteris monumenta, quæ illud temporis caliginoſi naufragium evaſere, ſtudioſe colligi, omneſque artes liberales, atque ſcientiæ priſtinum recuperare vigorem cæperunt; at nulli fortunatior, quam Phyſicæ, hæc rerum commutatio evenit.

CAPUT III.

De recentioribus ante Carteſium Philoſophis.

1. ARiſtoteles varias Philoſophiæ vices aſtrorum ortui, & occaſui comparat. Plinius vero quatuor ſcientiarum periodos, quæ ætatem ſuam præceſſere, commemorat: Ægyptiam videlicet, Aſſyriam, Chaldæam, & Græcam. Sepultum aliquando rei literariæ ſtudium his in regionibus nunquam amplius reſuſcitatum eſt, ut adeo ex tribus harum periodis vel omnino nihil, vel certe parum admodum ſuperſit. Interea in Occidentalibus Europæ plagis ſeſe res felicius dabant. Philoſophia diutius hinc peregrinata quodammodo remigravit denuo, illaque periodus, quæ a mutatione, cujus paullo ante meminimus, initium duxit, complura etiam ſæcula tenuit. Variæ ampliſſimi uſus inventiones hanc ſcientiarum aviditatem concitaverunt. Et certe, ut quanti hæc ſint, recte ſtatuamus, utiliſſimæ illæ perveſtigationes, quæ & factæ jam ſunt, & deinceps quoque expectare nos jubet eruditorum induſtria, qua recondita naturæ arcana aſſiduo perſcrutantur, non vanam nobis ſpem faci-

faciunt, periodum hanc ſero admodum evolutum iri, & ſi aliquando etiam communem reliquis ſortem experiri eam neceſſum foret, ipſa tamen ſcientiarum monumenta eam ſempiterna apud poſteros memoria donabunt, niſi fortaſſis communis quædam res omnes ſine diſcrimine oblivio ſepeliat.

Vitra convexa & concava jam tertio decimo ſæculo inventa, non niſi poſt tercentos circiter annos conjungi in Teleſcopia cæperunt, illuſtri certe documento, quot magni momenti proprietates etiam in rebus, quæ quotidie in manibus noſtris verſantur, ſæpenumero nos lateant, quæ caſu, vel experimentis ſubinde inſtituendis fors detegi aliquando poterunt. Affectio illa acus magneticæ, ad navigationis uſum circa quartum & decimum ſæculum, aut fortaſſis jam citius, translatæ, qua ſeſe verſus mundi polos dirigit, commercium cum remotis nationibus expeditum magis, explicatumque reddidit, atque Columbum in novum deduxit orbem. Quantum vero Typographiæ inventio, quam eidem ſæculo in acceptis referimus, rei literariæ emolumenti attulerit, nemo unus ignorat. Hæc, multaque alia haud minore admiratione digna inventa longe diverſam a priori faciem humanis dederunt negotiis, & commune quoddam ubivis fervebat ſtudium, ea omnia innovandi, quæ artibus, & ſcientiis quavis ratione conjuncta videbantur.

2. Peurbachius cum diſcipulo ſuo Regiomontano, pluribusque aliis Aſtronomiæ in priorem dignitatis locum reſtituendæ, ſæculo quinto decimo ſedulam dederunt operam. His celebris Copernicus Tho-

runnæ in Boruſſia 1473 natus ſucceſſit, vir (*a*), ut Keplerus ait, & capaciſſimi ingenii, & quod rei caput eſt, animi nulla temere hauſta opinione præventi. Hic ubi figuram, ordinem, motuſque mundanorum corporum, quales tum ex mente Ptolomæi vulgo exhibebantur, perpendiſſet, ſyſtema hoc ordine, proportione, & partium inter ſe conſenſione deſtitui facile animadvertit, velut picturam quandam, ut ipſe innuit, variis ex imaginibus male conſutis partibus monſtro, quam homini ſimiliorem. Quare in veterum Philoſophorum ſcriptis aliam motuum cœleſtium explicationem, rationi magis conſentientem, ſollicite quærebat. Et vero primos ſyſtematis ſui ductus in Ciceronis Lib. 4 Quæſt. Academic. adumbratos reperit, ubi refert ille, Nicetam Syracuſanum docuiſſe, Tellurem quotidie circum axem ſeſe convertere, eoque id effici, ut ſpectatori in terra poſito omnia circa eam ſydera dietim revolvi videantur.

Tum vero ex Plutarcho intellexit (*b*), Philolaum Pythagoræum Telluri etiam annuum circa ſolem motum tribuiſſe, quibus inter ſe rite compoſitis, theoriam motuum cœleſtium ab omni obſcuritate, & perturbatione, quibus involuta fuerat, vindicari, & ad ſimplicem quandam orbium diſpoſitionem, motuumque magno Univerſi Auctore dignam conſenſionem adduci poſſe ſentiebat. Jam circiter annum 1500 ſyſtema univerſi hunc in modum comparatum animo volvebat; at pervulgatam ubivis opinionem oppoſitam, ipſorumque ſuæ ætatis eruditorum

H menti-

(*a*) *Præfatio ad Paulum III Pontif. Maxim.*
(*b*) *De Placitis Philoſophorum Lib. III Cap. XIII.*

mentibus alte impreſſam veritus, non niſi poſt triginta, & quod excedit, annos a ſemet impetrare potuit, ut ſuam motuum cœleſtium explicationem juris publici faceret. Magna, ut ipſe fatetur, inclinatione voluntatis in Pythagoræorum conſuetudinem propendebat, qui nempe arcana ſua occulta haberi publico, privatimque per manus ad poſteros tranſmitti ſatius ducebant, non quod, quæ ipſi ſciebant, aliis inviderent, ſed ne egregia magnorum virorum inventa, diuturni ſcilicet laboris fructus, temeritati vulgi, & ignorantiæ ludibrio exponerentur; ægerrime certe adduci potuit, ut amicis ſcripta ſua in lucem edenda committeret, idque adeo tarde, ut non niſi paucis ante obitum horis exemplar typis excuſum anno 1543 viderit.

Hoc in opere ſtabilito veteri Pythagoræ ſyſtemate, phænomena motuum cœleſtium accurate deducit. Quodvis ſubinde ſæculum nova firmandæ ejus cauſæ argumenta ſuppeditavit: & adverſantibus nequicquam ſenſibus, Ariſtotelis in ſcholis auctoritate, ab imperitis jactatis minis, ipſorum denique ſacrorum inquiſitorum ſeveritate, ſenſim tamen hic Telluris motus in Philoſophiam eſt receptus. Præcipuum argumentum, quo Ariſtoteles, ejuſque Aſſeclæ terram univerſi eſſe centrum, evincere contenderunt, ex illo corporum niſu verſus Telluris centrum repetebatur. Huic enimvero rationi ut reſponderet Copernicus, probe animadvertit (*a*), quod ad principium

(*a*) *Equidem exiſtimo, gravitatem non aliud eſſe, quam appetentiam quandam naturalem partibus inditam a Divina Providentia opificis univerſorum, ut in unitatem, integritatemque ſuam ſeſe conferant, in for-*

pium Gravitatis, Telluri noſtræ nihil prorſus peculiare, & diverſum eſſe, Solis quoque, Lunæ, & ſtellarum partes verſus ſeſe mutuo niſu tendere, in quo ſcilicet ſita ſit ea efficacia, qua ſphæricam figuram hæc corpora conſervant, licet tot diverſis motibus agitata. Sic quivis denique gradus, quem in vera ſcientia facimus, tenue quoddam lumen ad ulteriora nobis præfert, incognita adhuc, & in naturæ theſauro recondita.

3 Reſtitutum Pythagoræ ſyſtema maximi ad veram Philoſophiam momenti res erat, viamque ad ampliora deinceps inventa ſternebat. At enim non dum ſatis ad illud amplectendum animi hominum comparati fuerunt. Deerat accurata motus Theoria, quæ ſyſtematis hujus ſimplicitatem, & pulchritudinem plena in luce conſtitueret, modumque ſuppeditaret, quo argumenta oppoſitionis ſpeciem præſeferentia diluerentur. Nam e Copernici mente Tellus circa axem ſuum ſumma celeritate revolvebatur, ab Occaſu in Ortum; opponebatur itaque, fieri omnino non poſſe, quin motus iſte quandoque etiam ſenſibus percipiatur: ſic lapidem exempli cauſa ex alta turri cadentem, non ad pedem ejuſdem, ſed ad intervallum quodpiam ab eo Occidentem verſus, humum ferire debere, ſi interim labente lapide turris motu terræ diurno in Orientem abripiatur.

formam Globi coeuntes. Quam affectionem credibile eſt etiam Soli, Lunæ, ceteriſque errantium fulgoribus ineſſe, ut ejus efficacia, in ea, qua ſe repræſentant, rotunditate, permaneant, quæ nihilominus multis modis ſuos efficiunt circuitus. Nicol. Copernici *revol. Lib. I Cap. IX.*

Hac ut difficultate ſeſe expedirent Copernicani, Tellurem navis in morem ſpectandam eſſe ajebant, æquabili motu in mari delatæ, in qua lapis ex ſuprema mali parte demiſſus recta ad ejus pedem in tabulatum incideret, etſi plenis interea velis, dum lapis caderet, magnaque celeritate proceſſerit. Experimentum hoc quantumvis certiſſimum cum rudius a quopiam, quam oportuit, & abſque neceſſaria attentione inſtitueretur, finiſter ejus eventus ad Tychonem Braheum delatus (*a*), ſtimulante ſimul intempeſtivo ſacrarum literarum auctoritatis tuendæ ardore, & fortaſſis etiam inventionis gloria, occaſionem ei obtuliſſe videtur refutandæ Copernici doctrinæ, novique, & quaſi medii alicujus ſyſtematis proponendi. Melius Planetarum motus ſibi cognitos Tycho habuit, quam ut aliud præter ſolem iis centrum conſtitueret; at vero ut Tellus immota conſiſtere poſſet, ſolem cum planetis omnibus circa eam ſingulis annis circumferri voluit, dum illi interea peculiaribus ſuis circa ſolem motibus periodos ſuas exigerent. Rejecto igitur Telluris motu diurno circa proprium axem, eam ſyſtematis Ptolomaici partem, quæ tantopere a ſimplicitate abhorret, retinere coactus eſt, motum inquam, quo omnis mundana, qua conſpicitur, Sphæra incredibili celeritate intra 24 horas a primo mobili circum axem Telluris circumagatur. Alii tamen ejuſdem aſſeclæ ab hac ducis ſui opinione deſciverunt, qui cum in terræ unius gratiam tanta rapiditate fixarum cœlum moveri

---

(*a*) Gaſſendus in vita Tychonis Brahei.

ri ægre ſibi perſuaderent, non niſi diurnum terræ motum circa axem ſuum tribuerunt, ideoque ſemi-Tychonici appellati ſunt.

Etſi nobili huic Dano ſyſtema ſuum minus ad nominis celebritatem profuerit, ſagacitate nihilominus ſua, & accurate peractis plurium annorum ſerie obſervationibus optime de re Aſtronomica meruit. Radios luminis ab aere detorqueri primus annotavit, fixarumque ſtellarum loca accuratione omnibus ante eum Aſtronomis incognita magno numero definivit, cometas ſupra lunam altius remotos eſſe, e perexigua eorum parallaxi, contra receptam ab omnibus ſua ætate opinionem demonſtravit. Adhæc, quam dicimus, *variationem* lunæ detexit, & quas longa ſerie inſtituit, planetarum obſervationes, ſubſequentibus dein temporibus ad eorum theoriam corrigendam, perficiendamque non parum contulerunt. Omnia hæc tam præclara viri merita, ſuſceptique labores, nomen ejus ſempiterna apud Aſtronomos gloria illuſtrabunt.

4 Sub exitum ſæculi ſupra decimum ſexti, & initium ſeptimi Galileus, & Keplerus propugnata Copernici doctrina, plurimiſque rebus novis in mundano ſyſtemate inventis enituerunt. Et Galileum quidem non minus illuſtrem reddiderunt, quæ in Philoſophia reperit, quam quæ ope teleſcopii in cœlo detexit; at Keplero veram orbitarum figuram, & proportiones motuum ſyſtematis ſolaris grati in acceptis referre debemus. Sed ut emolumentum illud, quod ex hujuſcemodi phænomenis in Philoſophiam

redundat, plane perſpiceremus, Newtono denique reſervatum fuerat.

Keplerus obſtinato prorſus animo analogias, & harmoniam Pythagoræorum, ac Platonicorum more in natura conſectabatur. Ex qua quidem contentione utiliſſima non nulla extiterunt inventa, quæ miram hanc animi inductionem viri tam inſignis abunde excuſant. Tria ſe præcipue juvenem adhuc magna cum pertinacia quæſiviſſe nos docet, ſcilicet cur planetæ ſex numero eſſent? cur orbitarum illorum eæ eſſent dimenſiones, quas Copernicus tradiderat? & qua demum lege, vel analogia eorum revolutiones peragerentur? Priora duo ex proprietatibus numerorum, & figurarum planarum nequicquam eruere conabatur; at ubi aliquando animadvertiſſet, quod licet figuræ planæ regulares numerum omnem excederent, ſolida tamen regularia non niſi quinque eſſe poſſint, quemadmodum Euclides jam multo antea demonſtraverat; ex hoc demum limite neceſſario, tamque evidente ad abſtruſa quæpiam in natura, & arcano conſenſu cum illis conjuncta ſibi poſſe patere aditum pollicebatur, idque eo certius, quod jam Pythagoræos horum quinque corporum regularium magnam habuiſſe rationem in Philoſophia non ignoraret. Proportionem itaque quandam, & connexionem dimenſionum horum ſolidorum cum intervallis ſphærarum cœleſtium deprehendere totis viribus enitebatur, cumque exiſtimaret, cubum Saturni ſphæræ inſcriptum ſex ſuis planis Jovis ſphæram contingere, alia item quatuor ſolida regularia ſpatiis, quæ inter ſphæras aliorum planetarum intercedunt, accurate reſpondere; hanc demum veram eſſe rationem firmiſſi-

me

me ſibi perſuadebat, cur planetæ primarii ſex tantum numero forent, ſupremusque rerum Conditor eorum diſtantias a ſole, mundani ſyſtematis centro, hac analogia definiviſſet. Atque ita magnum illud Pythagoræ arcanum ſe penitus evolviſſe, nihilque invento ſuo ad perfectionem ſupereſſe putavit, quod etiam nomine Myſterii Coſmographici 1596 vulgavit. Braheus accepto a Keplero exemplari, abſtruſas ejus ſuper mundano ſyſtemate meditationes parum ratas habuit, eumque literis hortatus eſt, ut poſitis prius in obſervationibus, & experientia fundamentis, tum demum ab his ad ipſas rerum cauſas progredi nitatur. Eximium hoc Tychonis monitum, quod Kepleri ſolertiam ſubinde ab inutili contemplatione ad pulcherrima inventa traduxit, iiſdem, quibus ab auctore relictum verbis accepimus, referri hic a nobis meretur (*a*). *Argumentum litterarum Brabei* ait, *hoc erat, uti ſuſpenſis ſpeculationibus a priori deſcendentibus, animum potius ad obſervationes, quas ſimul offerebat, conſiderandas adjicerem, inque iis primo gradu facto, poſt demum ad cauſas aſcenderem.* Graves, atque illuſtres omni ætate viros hoc quidem in judicio ſæpe congruentes reperias, ſed paucos, qui, quod animo ſentiebant, re quoque ſincere præſtitiſſent.

Interim Tycho tantum ingenio Kepleri detulit, ut eum ſibi & comitem Pragæ (ubi reliquos vitæ annos, quod iniquius ſecum actum eſſet in patria, traduxit) & laborum aſtronomicorum adjutorem adſciverit. Tychone haud multo poſt e vivis erepto

(*a*) *Nota in editionem ſecundam Myſterii Coſmographici.*

pto Keplerus magni hujus viri obſervationibus nixus, utiliſſimis compluribus inventis naturæ ſcientiam illuſtravit; patefecit errorem illum, in quo Aſtronomi tum adhuc verſabantur, cum planetarum orbitis figuram circuli, motibus vero æquabilitatem tribuerent; detexit præterea omnes prorſus planetas in ellipſi moveri, cujus focus alter in centro ſolis eſſet, motus vero eorum reipſa inæquales eſſe, eaque lege variari, ut radius, qui a planeta ad ipſum uſque ſolem ductus fingitur, æqualibus temporibus æquales areas deſcribat.

Paucis poſt annis analogiam inter planetarum a ſole diſtantias, & temporum periodos, quibus ſuas abſolvunt revolutiones, reperit. Facile animadvertit, planetas remotiores non modo in majoribus decurrere orbitis, verum etiam multo lentius vicinioribus moveri, ut adeo ex duobus capitibus periodica eorum tempora multo quoque majora ſint. Saturnus exempli cauſa in ea a ſole diſtantia revolvitur, in qua diſtantia Telluris novies, & dimidia ſui parte continetur, & tandundem curva ab eo deſcripta excedit Telluris orbitam; quemadmodum vero terra ſuam anni unius ſpatio revolutionem conficit, ita quoque, ſi æquales eorum forent celeritates, Saturnus novem & dimidii annorum intervallo revolveretur, cum tamen periodicum hujus planetæ tempus novem fere ſupra viginti annos complectatur. Igitur periodica planetarum tempora multo quidem magis, quam diſtantiæ, non tamen tantum, quantum earum quadrata, augentur; quod ſi enim ejuſmodi lege planetarum motus definirentur, cum quadratum de $9\frac{1}{2}$ ſit $90\frac{1}{4}$, periodus Saturni nonaginta annis abſol-

abſolveretur. Media quædam ratio inter diſtantias ſimplices, & quadrata earum veram temporis revolutionis proportionem conſtituit, quemadmodum inter $9\frac{1}{2}$, & ejus quadratum $90\frac{1}{4}$ medium Saturni revolutionis annos recte ſuppeditat. Keplerus poſt varios in conſtituenda hac analogia errores, tandem 15 May 1618 (ut ipſe accurate annotavit) celebratiſſimam ſuam regulam invenit: quadrata temporum periodicorum eſſe ut cubos diſtantiarum mediarum Planetarum a ſole. Verum quæ paucis, & ſummatim hic expoſuimus, non niſi graviſſimorum laborum fructus ſunt, quos pluribus annis tum in Tychonicis obſervationibus uſui accommodandis, tum augendis conſumpſit (*a*).

Cum advertiſſet Keplerus, quinque corpora regularia inter ſphæras planetarum poſita, orbitarum a ſe invicem intervallis ſecundum accuratiores obſervationes omnino non reſpondere, alia quædam harmoniæ ſyſtemata moliebatur. Hoc propoſito, ejuſdem planetæ tum maxima, tum minima in diſtantia motum, nec non aliorum quoque aliis in orbitis delatorum, quales obſervatori in ſole conſtituto viderentur, comparavit, indeque ſimilitudinem quandam cum longitudinibus chordæ in octo Muſices ſonorum intervalla diviſæ ſe reperturum putavit. Atque hæc tam futilia vir ille perſpicaciſſimus animo adeo obfirmato agitabat, ut cum alios quatuor planetas (Jovis ſcilicet ſatellites) a Galileo recens detectos inaudiviſſet, fateri haud vereretur, eo potiſſimum omne ſtudium ſuum, & meditationem pertinuiſſe, quemad-

(*a*) Vide *Tabulas Rudolphinas* & Comment. *de ſtella Martis*.

modum gratiſſimum ſibi ſyſtema ab interitu, ex hoc planetarum ad priores additamento impendente, vindicaret (*a*). Eadem hac cogitatione ad falſum de ſtellarum fixarum ſphæris (*b*) judicium inductus eſt: nam cum ad ſuſtinenda doctrinæ ſuæ placita ſoli ampliſſimum in univerſo principatum tribuiſſet, ſtellas interim fixas anguſtis nimium conſtrinxit limitibus, dum eas non ut totidem ſoles in ipſo ſuorum ſyſtematum centro collocatos, & planetis, qui circum eos revolvuntur, inſtructos conſideraret, velut alii Copernici aſſeclæ, ex proprio ſtellarum lumine, immenſis earum diſtantiis, & quadam naturæ ſimilitudine recte exiſtimarunt. Neque vero in harmoniis ex Tychonis obſervationibus acceptis acquieſcebat, ſed eam ſibi adeo libertatem arrogavit, ut complures ſine diſcrimine analogias ſtatueret, quæ cum naturæ non innitantur, accuratioribus eruditorum obſervationibus facile convelluntur. Ita nempe opiniones Kepleri, etſi merito celebratiſſimi, palam faciunt, non ſine periculo principia, & hypotheſes ex abſtruſis nimium ſcientiis accerſiri, atque liberius ad naturæ ſtudium transferri.

Hugenius inter ſummos, quos ætas ulla protulit, Geometras, & Aſtronomos merito referendus, recentius exemplum immodici ardoris, analogias inter abſtractæ contemplationis materiam, & naturæ ordinem aucupandi ſuppeditat. Detectum a ſe Saturni ſatellitem cum luna noſtra, & quatuor Jovis ſatellitibus, ſex planetarum ſecundi ordinis tunc invento-

rum

(*a*) Differt. *cum nuncio ſidereo.*
(*b*) *Epitome Aſtronomiæ. Lib. IV Part. I.*

rum numerum complere exiſtimavit; tum quod primarii planetæ ſex quoque eſſent, tum quod numerus iſte a Mathematicis perfectus nuncuparetur, utpote æqualis ſummæ ex partibus aliquotis 1, 2, 3 conſtanti (*a*). Cum adeo planetarum numerum jam his definiri arbitraretur, in hunc ulterius inquirere, ſupervacaneum eſſe rebatur (*b*). Verum non eo noſtra hæc ſpectat animadverſio, ut de tanti viri exiſtimatione quidquam diminuamus, qui nunquam alias fortaſſis eo modo ratiocinatus eſt, neque tunc, niſi ut novo denique exemplo teſtatum faceret, quam infirmo id genus ratiocinationes fundamento nitantur: haud enim multo poſt celebris Caſſinus alios quatuor propiores Saturno detexit ſatellites, ut adeo ſecundi ordinis planetas, reipſa nobis in mundano ſyſtemate cognitos, jam decem numeremus. Idem Caſſinus inventam a Keplero analogiam inter tempora periodica, & diſtantias planetarum a centro, in peculiaribus Jovis, & Saturni ſyſtematis obtinere deprehendit; obſervationes ejus, analogiam inter planetarum utriuſque ordinis ſummam, & numerum ſenarium temere excogitatam, everterunt quidem, ſed tamen ſimul palam fecerunt, eſſe quandam inter motus eorum conſenſionem, quæ vero cuipiam principio, late per univerſum diffuſo, debeatur.

5 Ut jam ad Keplerum redeamus, ſingulari, qua pollebat, ſagacitate, aſſiduiſque planetarum motus conſiderationibus, ipſarum hujus cauſarum velut

(*a*) Elem. *Euclid. Lib. VII definit. ultim.*
(*b*) Vide dedicationem ejus *Syſtem. Saturni.*

prima quædam indicia conſecutus eſt. In præfatione commentariorum ſuorum de Marte, de gravitate non ſecus, atque potentia quadam mutua in corporibus differit; Tellurem quoque, & Lunam vi gravitatis in ſeſe niti mutuo, atque etiam in puncto quodam, inter utrumque hunc planetam poſito, tanto tamen viciniore Telluris globo, quanto lunarem is magis excedit, alterum alteri occurſurum eſſe, niſi motu, quo feruntur, prohiberentur. Addit præterea, cauſam maris æſtus ſuos reciprocantis, non aliunde commodius, quam ab aquarum gravitatis niſu in Lunam repeti: verum cum non ſatis accuratas legum motus notiones haberet, ad omne emolumentum, quod ex hiſce commentationibus hauriri poterat, capiendum haud idoneus videbatur; quin etiam diſſimili ratione deinceps in ſuo Aſtronomiæ compendio, undecim poſt annis edito, cogitaſſe apparet, in quo ſcilicet phyſicam motuum planetarum explicationem, ex aliis longe principiis deductam, proponit.

Hoc in opere motum ſolis circa axem ſuum a principio vitali quadammodo, inſitoque conſervari ait, tum certam quandam eſſe virtutem, aut corporis expertem ſolis imaginem, quæ ſuis radiis per ſpatium ambiens diffuſa, cum ipſo ſolis corpore circum axem revolvitur, prehenſos planetas in eadem ſecum directione, velut magnes acum chalybeam, prope eam circumactus, ſimul in gyrum abripit.

Planeta juxta ejus opinionem, inertia ſua in eodem loco continue perſeverare conatur, actioque imaginis ſolis cum hac inertia perpetuo pugnat. Docet inſuper, hanc ſolis actionem iisdem cum lumine gradibus, tantum ſcilicet diminui, quantum creſcit

diſtan-

diſtantia, indeque eſſe, quod idem etiam planeta majore cum velocitate, dum ſoli propior, quam cum ab eo remotior eſt, moveatur. Ut explicaret, cur planeta ad ſolem accedat, dum ad Perihelium deſcendit, ab eodem vero recedat, dum ad Aphelium aſcendit, fingit latus aliud planetæ a ſole attrahi, repelli aliud, ſolique in Perihelio partem, quæ attrahitur, contrariam in Aphelio obverti. Reliquas porro motuum cœleſtium varietates ex commentitiis id genus cauſis repetere conabatur.

Cum vero jam accuratius multo, quam Kepleri fuerint tempore, motuum leges nobis cognitas, perſpectaſque teneamus, nullo prorſus negotio falſitatem ſingulorum capitum hujus revolutionum planetarum explicationis patefaciemus. Planeta vi inertiæ non in eodem ſubſiſtere loco conatur, ſed in linea recta excurrere. Vi quidem attrahente ab Aphelio ad Perihelium in curva verſus ſolem concava deſcendit; at ſi vi repellente, quam in Perihelio primum exeri arbitrabatur, rediret ad Aphelium, id fieri non poſſet, niſi in curva verſus ſolem convexa. Dabit ſe ſubinde occaſio ex Newtono exhibendi, quemadmodum attractio, vel gravitatio in ſolem abunde ſufficiat ad effectus omnes, qui juxta Keplerum præter vim attrahentem etiam repellentem exigebant; tum oſtendendi, quam virtus illa, quam imagini ſolis in planetarum regionibus extenſæ tribuebat, neceſſaria omnino non ſit, quin ſi daretur etiam, nihil prorſus hunc ad effectum conferret. Ita nempe jam comprobata videmus, quæ dudum futura præſentiebat, librum ſuum hiſce verbis concludens: *hæc*

& cetera hujuſmodi latent in pandectis ævi ſequentis, non antea diſcenda, quam librum hunc Deus arbiter ſæculorum recluſerit mortalibus (*a*).

6 Sub idem tempus Galileus mira quædam in cœlis ope teleſcopii (inſtrumenti tum primum inventi) detexit: tum Geometria ad motus doctrinam applicata, ſolida Philoſophiæ fundamenta primus jecit. Syſtemati Copernicano majorem multo lucem impertiit, dum ex phaſibus Veneris iis conſimilibus, quas menſtruo quovis ſpatio in luna noſtra contingere novimus, non obſcure oſtendit, Venerem circa ſolem revolvi. Motum ſolis circa axem ſuum ex obſervatis in eo maculis, evicit, indeque diurnam telluris revolutionem vero multo ſimiliorem reddidit. In peculiari Jovis ſyſtemate, quem in ſua circa ſolem revolutione quatuor ſemper comitarentur ſatellites, luculentam imaginem magni ſolaris ſyſtematis exhibuit, atque effecit, ut intelligeremus facilius, qua ratione luna tellurem, velut ſatelles quidam, in annua periodo affectaretur. Detectis in luna montibus & vallibus, in ſole maculis perpetuo variis, manifeſtum fecit, corpora cœleſtia non adeo a terreſtribus differre, ut Philoſophorum quorundam vana ferebat opinio (*b*).

Æque

(*a*) Epiſt. Aſtrom.
(*b*) Galileus ſingulare aliquid circa Saturnum detexit, dum nempe a ſatellitibus duobus planetam hunc prope contingi crediderat. Carteſius putabat eos in vortice ſuo quieſcere, quod Saturnus, ut fingebat, circa axem non moveretur. At rectius Hugenius phænomenon hoc ex annulo repetit, qui Saturni globum ita circumdat, ut nuſpiam tangat, continuoque in revolutione circa ſolem conſequitur.

Carteſius inconſulta hac ſua cenſura tantam animi levitatem prodidit, ut ex ea operum parte, quæ omnium infeliciſſime ceſſit, gloriam captaret. At enim omnia hujus & excellentis Philoſophi, & elegantis ſcriptoris merita prohibere non poterant, quo minus malevolorum injuriis, ingraveſcente jam ætate, appeteretur. Quidam enim non niſi nomine Philoſophi, cum imprudenter impugnatis ejus in corporibus cœleſtibus inventis, victos ſeſe demum, & aliorum riſui expoſitos vidiſſent, ſua in auctorem odia converterunt. Jeſuitarum in ipſum odio, ut nos edocet Grotius (*a*), & principis, ſub quo vixit, ſocordi metu, coactus eſt ire Romam, ibidemque ſolenni ritu terræ motum retractare, quem tamen e principiis maxime legitimis, & perſpicuis demonſtravit (*b*). Adeo crudelem in modum habitus aliquamdiu in ſilentio quidem, non tamen otioſus erat, cujus nempe præclara quædam opera poſteriore tempore conſignata ſuperſunt.

7. Illuſtris Cancellarius Baconus de Verulamio (*c*) Galilei atque Kepleri coævus, ſcientiarum præ-

(*a*) *Vir in omni Mathematum parte ſummus Galileus Galilei, Jeſuitarum in ipſum odio, ac Principis Thuſci, ſub quo vixit, ſocordi metu coactus ire Romam, ideo quod terram moviſſet, non vetante veſtro Hortenſio, dure habitus, ut majus vitaret malum, quaſi ab Eccleſia edoctus ſua ſcita reſcidit.* Hug. Grotius in epiſto. ad Voſſium Lutet. 17. May 1635*.

* Fidem fortaſſis apud rerum ignaros mereri poterat Auctor, niſi talem nobis teſtem adduceret.

(*b*) Condemnatus præterea ad anni unius carceres apud ſacram inquiſitionem, & dicendos in dies aliquos Pſalmos, quos pœnitentiales vocant.

(*c*) Natus is erat quatuor ante Galileum annis, ſcilicet 1560.

præſertim Philoſophiæ, quam experimentalem dicimus, reſtitutoribus annumerari meretur. Sextum & decimum annum vix dum attigerat, cum jam vulgarem Phyſicam, quam *Ariſtotelicam* nuncupabant, rejiceret. Novam Philoſophiæ formam inducendi, omnemque theoriam, quæ experientia non niteretur, eliminandi neceſſitatem probe perſpexerat. Quæ de ea deſignaverat, in quodam opere, cui *Inſtaurationis magnæ* nomen tribuit, tanto ſimul & rationum pondere, & juſto animi ardore propoſuit, ut eximius hic liber eorum omnium, qui ſcientiis quidem ſolidis afficiuntur, deliciæ merito eſſe debeat.

Phyſicam inſtar vaſtæ cujuſdam pyramidis habet, cujus baſis & fundamentum hiſtoria naturalis eſſe debeat, cui proxime tanquam pars phyſica, ut appellat, potentiarum ac principiorum, quæ in natura operantur, expoſitio incumbat; hanc conſequatur pars metaphyſica, quæ cauſas rerum *formales* & *finales* complectitur. Sed quod ad apicem hujus pyramidis, id, quod principem in natura locum obtinet, *opus, quod operatur Deus a principio uſque ad finem* (ut quidem ipſe mentem ſuam explicat), non abs re dubitat fore, ut eo humana mens aliquando pertingat. Philoſophos, qui per abſtractas contemplationes majorem ſyſtematis ſuis ſplendorem & firmitatem conciliare nituntur, facete comparat cum antiqui ævi gigantibus, qui juxta Poetarum fabulas Oſſam Pelio, & Olympum Oſſæ imponere laborarunt. Artifex, ait celebris hic auctor, in ludibrium, & inſaniæ notam haud injuria incurreret, ſi ingentem obeliſcum neglectis machinis, ſuis tantum lacertis confiſus, moliretur; aut ubi ſe tanto oneri ſuſti-

nendo imparem jam ſenſiſſet, complures operas ad id genus laborem perficiendum conduceret.

Næ ille ſe ridiculum æque faceret, ſi exploratis ſtudioſe ſuorum viribus validiſſimos denique, maximeque robuſtos ſibi deligeret, aut perſpecta omnis hujus induſtriæ inutilitate Athleticæ daret operam, unguentumque corroborandis membris opportunum conficeret, vel denique nobiliores etiam Medicos conſuleret, qui lectiſſima ſolidandi corporis, confirmandæque valetudinis medicamenta ſubminiſtrarent. Non minus irriſione digni ab illuſtri Auctore noſtro cenſentur, qui ſolo ingenii acumine in recondita naturæ arcana penetrare conantur, etſi perſpicaciſſimos quoſque Dialecticæ, ratiocinandique artis peritiſſimos in auxilium accerſant. Alios, ut vocat empiricos, quorum omnis labor, & ſtudium in collectionibus rerum naturalium potiſſimum continetur, cum formicis componit, quæ grana congerunt, eademque, ut temere oblata fuerint, in ſuam penum reponunt, niſi plane etiam illa quorundam de iis narratio vera ſit, quod primum id ſollicite curent, ne grana illa in herbam erumpant. Sophiſticarum diſputationum magiſtros cum araneis, quæ ſuis e viſceribus telam capiendis tantum improvidis peridoneam contexunt, confert. Apes denique, quæ ex floribus campeſtribus formandi tanta cum dexteritate melis materiam colligunt, eos cenſet Philoſophos, qui neque hiſtoria naturali, vel obſervationibus mechanicis contenti, ea, quæ natura ſuppeditat, meditatione & accurato examine perpoliunt, ut ad veritatem, digniſſimum humanæ perveſtigationis ſcopum, tandem perveniant. Ex obſervationum neglectu conſecutum eſt, ut, quamvis

vis natura inexhauſta ſit, nihil tamen admodum ad ſplendorem, aut emolumentum Phyſicæ plurium etiam annorum ſerie ageretur, diverſarumque ſectarum aſſeclæ in tenebris oberrarent, nullo eis veri affulgente radio, quo viam ex hoc naturæ labyrintho reperirent. Interim Cancellarius Baconus futurum aliquando, ut experientia rationi in naturæ ſtudio conjungeretur, firmiſſime ſibi pollicitus eſt. „ Alexandrum, ait, ac Cæſarem clariſſimos imperatores „ revera majora geſſiſſe, quam Amadiſius ex Gallia, aut Arthurus ex Britannia, umbratiles illi heroes, etiam feciſſe fingantur; ſed modis & viis ſcilicet actionum minime fabuloſis & prodigioſis.

Juſtiſſime eos reprehendit „qui male (*a*) applicatæ ſobrietatis, moderationiſque famam captantes, poſſe nos nimium progredi in libris ſive ſcripturarum, ſive creaturarum, Theologia aut Philoſophia, exiſtimant: *quin immo*, inquit, *excitent ſe homines, & infinitos profectus audacter urgeant utrobique & perſequantur, caventes tantum, ne ſcientia utantur ad tumorem, non ad charitatem; ad oſtentationem, non ad uſum. Quin potius*, adjicit, *certiſſimum eſt, atque experientia comprobatum, leves guſtus in Philoſophia movere fortaſſe ad Atheiſmum, ſed pleniores hauſtus ad religionem reducere. Namque in limine Philoſophiæ, cum ſecundæ cauſæ, tanquam ſenſibus proximæ ingerant ſe menti humanæ, menſque ipſa in illis hæreat, atque commoretur, oblivio primæ cauſæ obrepere poſſet. Sin quis ulterius pergat, cauſarumque mutuam inter ſe rationem, ſeriem, & concatenationem,*

(*a*) Baconus *de augment. Scient. Lib. I.*

atque opera providentiæ intueatur, tunc ſecundum Poetarum Mythologiam facile credet, ſummum naturalis catenæ annulum pedi ſolii Jovis affigi: vel potius experietur, Philoſophiam ſimilem ſpeciei Jacobo divinitus oblatæ ſcalam ei exhibituram eſſe, cujus extremum alterum ad ipſum uſque ſolium ſupremi Numinis extenditur.

Ariſtotelica philoſophandi ratio Bacono ſufficiens, in qua ſtudioſus veritatis animus acquieſcat, omnino non putabatur, non quod auctorem ejus parvi fortaſſe penderet (cujus nempe in laudem multa ſæpe præclare diſſeruiſſet) ſed quod ea alendis quidem diſceptationibus apta, vero tamen, ſolidoque emolumento adferendo impar videretur. Ariſtoteles enim, ait, Phyſicam ſuam Logicæ accommodavit; cum tamen hæc animos ad excolendam utilius naturæ ſcientiam comparare debuiſſet. Huic igitur, quod deerat, ut ſuppleret, *Novum Organum* conſcripſit, in quo potiſſimum id agit, ut legitimum argumenti ab inductione petiti uſum, quemadmodum Ariſtoteles ſyllogiſmum, edoceret. Huic tramiti, ſi reliqui poſt Baconum Philoſophi accuratius inſtitiſſent, illuſtrior quoque ſucceſſus eorum conatibus reſpondiſſet, & Newtoni Philoſophia non adeo inimicis ſibi opinionibus occupatos eruditorum animos reperiſſet, in recens ſcilicet inventa quædam ſyſtemata nimis proclivium, quæ ab hominibus, abſtractis meditationibus innutritis, tantis efferebantur laudibus. Qua re factum eſt, ut quantumvis omnes iſti Philoſophi ſublimem, quæ in hoc opere elucet, Geometriam admirarentur, rari tamen admodum aliquo tempore fuerint, qui vel ad amplectendam ejus Philoſophiam

para-

parati, vel ferendo de ea judicio ſine partium ſtudio idonei viderentur.

8. Interim his Baconi & cohortationibus, & exemplo tantæ ad Philoſophiam experimentalem acceſſiones factæ ſunt, ut nunquam antea tam late, feliciterque floruerit. Geometria, & Philoſophia iiſdem quaſi gradibus ad perfectionem evectæ officiis mutuo ſibi reſponderunt. Evidentiæ geometricæ jam ſuum etiam in Philoſophia conſtare pretium, & auctoritas cæpit, dum nempe omnia ſecundum numerum, pondus, & menſuram accurate examinata ſunt; principia theoriæ motus tum plene percepta denique, facillimos abſtruſarum Geometriæ partium explicatus ſuppeditarunt. Galileus dignos tanto magiſtro diſcipulos nactus eſt, qui gravitatis Atmoſphæræ clariſſimis argumentis evictæ preſſionem variam e columna Mercurii ejuſdem ponderis, quam in Barometro ſuſpenſam tenet, accurate menſi ſunt. Elaſtica vis aeris, qua ſe dilatare, & reſiſtere compreſſioni in ratione denſitatis ſuæ continue nititur, phænomenon novæ prorſus ſpeciei (non enim reliqua vulgo fluida proprietate hac gaudent) maximique in rem philoſophicam emolumenti æſtimabatur.

Hæc principia vaſtiſſimum quendam campum novis, utilibusque in natura inventis aperuerunt, ingentemque phænomenorum varietatem explicuerunt, quæ prius ad abſurdas quaſque cauſas neceſſitate quadam revocabantur. Videri prope poterat, aerem, fluidum illud, in quo homines jam inde a creatione vivunt, tunc primum eſſe detectum. Hujus igitur proprietatibus, & effectis accuratius perveſtigandis Philoſo-

loſophi in diverſis terræ regionibus magnopere occupabantur; at vero etiam hæc laborum aſperitas ampliſſimorum inventorum voluptate abunde compenſabatur. In tanto eorum, qui hac occaſione longe reliquis excelluere, præclariſſimorum virorum numero nobis ſilentio prætereundi neutiquam ſunt Torricellius in Italia, Paſchalius in Galliis, in Germania Guerickius, Boileus in Anglia.

Verum ſcientiæ limites apud Philoſophos non modo e deteſtis aeris proprietatibus ſtrenue promovebantur, verum etiam potentiſſimi elementi, ignis ſcilicet, effeſtis diligenter perveſtigatis, Chemicaque corporum compoſitione, reſolutione, & mutatione accuratius examinata. Sub idem enim tempus Chemici jam ad commune judicium, popularemque intelligentiam accommodatius loqui, artemque ſuam cum philoſophia naturali quodam modo conjungere cæperunt, aut ſaltem ne ab hac peregrina prorſus haberetur, effecerunt. Non exiguam profeſto hujus felicitatis partem honoratiſſimo Boileo debemus, qui, cum Chemiæ ſtudio potiſſimum teneretur, laborum ſuorum progreſſus methodo perſpicua, & plana orbi communicavit. Ut enim de ſingulari hoc viro, quod res eſt, plane dicamus, vix alius aliquando ad naturæ ſcientiam undequaque perficiendam, omniaque ex ea, quorum ferax eſt, elicienda commoda tantum operæ impendit. Bacono in emolumentum Phyſices ſubſtitutus quodammodo videri poterat, ut qui eodem die lucem aſpexerit, quem ille ſupremum in vita habuit. Nullis unquam vel laboribus pepercit, vel ſumptibus, quos quidem hiſtoriæ naturalis colleſtiones, aut ſingularia, utiliſſimaque omnis generis experimenta

ta ſibi depoſcebant: & quemadmodum Baconus deſignatione ſua, univerſam, qua patet latiſſime, naturam complexus eſt, ita quoque indagationum, quas ſumma cura, ſtudioque perſecutus eſt Boileus, varietas, & plurimum in ſe habet admirabilitatis, & vix aliam parem. In Hydroſtatica, parte Philoſophiæ mechanicæ utiliſſima, falſa veris ſupponebantur plurima, antequam Boileus ejus principia ſtabiliviſſet, & quæ paradoxa continere videbatur, magno experimentorum evidentium numero abunde explicuiſſet. Proprietates aeris uberrimam exercendæ induſtriæ materiam ſubminiſtrarunt, in quibus omnibus ingenium, ad Philoſophiam experimentalem aptiſſimum, cum eximio quodam animi candore conjunctum præſeferebat; errores, in quos Philoſophi anticipatis opinionibus ſuis ſeſe abripi imprudenter patiebantur, captioſeque quæſita diverticula, excutiebat ſollicite, & ſine oſtentatione refellebat. Spectata integritas, nullumque cenſorem verita, benevolentia in omnes, ac ſingularis pietas, ingens Philoſophiæ decus pepererunt, ſimulque viri celeberrimi indolem velut totidem peculiares notæ diſtinxerunt. Mundum hunc velut Divinitatis quoddam templum ſpectabat, in quo Sacerdotii munus homini natura detulerit, ut non modo *in ea*, ſed etiam *pro ea* divino vacaret ſervitio(*a*). Non ſatis illi erat, in tot, tamque variis voluminibus, in quibus conſcribendis vitam laborioſe contriverat, quoties ſe dabat occaſio, Divinitatis, religioniſque veritatem ſolidiſſimis argumentis ſtabiliviſſe, ſed ſupremæ etiam voluntatis tabulis providenter inſtituit, ut

(a) Boileus de utilitate Phyſicæ Part. II. Specim. III.

ut perpetuo ſuccederent, qui doctrinam hanc pro virili defenderent, eoſdemque fructus non ex ſuis modo, aut jam præteritorum, verum etiam conſequentium ſæculorum inventis diligenter colligerent. Dignum hoc Boileo conſilium eventum ex animi ejus ſententia habuit: & certe tam præclara viri merita confiteri nos id ingenue jubent, quod non ſui ſolum vel ævi, vel Patriæ ornamentum, & decus fuerit, ſed in communem omnium temporum & nationum felicitatem natus ſit, procreatuſque. Devenimus jam ad felicia illa Philoſophiæ experimentalis tempora, quibus recta detecta ſemita utilibus in commune ſcientiis omnis opera, & induſtria eſt impenſa, quibus naturæ cognitioni honos eſt habitus, quibus artes ad altiorem quotidie perfectionis gradum evectæ ſunt: denique non privatorum quorumque tantum, verum etiam integrarum Societatum ſolertia, & ingenium ad promovendos ſcientiarum limites in unum coaluerunt, quæ nulli prorſus addictæ ſectæ vel ſyſtemati, naturæ arcana animo quam liberrimo perveſtigant. Verum jam voluptate hac, perſequendi pulcherrima felicis hujus periodi inventa, frui diutius nobis non licet, ut, quod ſupereſt ſyſtema, e Philoſophia ſuis tantummodo contemplationibus nitente enatum, atque ad fallendum etiam eos, qui acri ceterum pollent ingenio, compoſitum, recenſeamus, quandoquidem jam multorum corruptis judiciis, progreſſus non parum moratur.

Tot recentium inventorum fertilis periodus haud ita omnia naturæ arcana in apricum eduxerat, ut eorum quoque moræ impatienti aviditati ſatis fieret, quibus arctis nimium limitibus circumſcripta videba-

debatur notitia, quam tempus & induſtria pariunt. Quare aurem iis facilem præbuerunt, qui, quidquid natura reconditi habet, facile ſubtilibus ſuis contemplationibus in aperto ſe poſituros quam magnifice, tam inaniter pollicebantur. Carteſii ſyſtema non modo ampliſſimum videbatur, verum etiam, ſi quibuſdam fidem adhibeamus, tanto ingenio, tanta arte concinnatum, ut cetera omnia, quæ prius excogitata erant, longo poſt ſe intervallo relinqueret. Equidem auctorem id habuit non præfidentem minus, quam perſpicacem, qui plures annos ab hominum conſortio ſemotus egerat, ut nullius interventus ejus molitioni obturbare poſſet. Multus erat in prædicandis ideis ſuis claris; atque exiſtimabatur etiam non parum contuliſſe ad diſſipandas tenebras, quibus Scholaſticorum doctrina involvebatur. Et ſiquidem aliquorum narrationibus credamus, vacuum ex univerſo adverſus priorem animi ſui ſententiam eam tantummodo ob cauſam proſcripſit, quod hunc in modum judicandi mos arrideret, qui ad plures jam tum pervaſerat. Inter amicos porro ſyſtema ſuum non aliter, quam Romanam Philoſophiæ fabulam vocitare conſuevit. Hæc tamen non oberant, quo minus pronis ubivis exciperetur animis, multis hodiedum ejus doctrinæ adſtipulantibus, ut propterea inſtituti noſtri ratio exigat, paucis iſthic eam exponere.

CAPUT IV.

De principiis Philoſophiæ Carteſii; de mutationibus inductis ab ejus ſectatoribus, & diſcordibus eorum hodiedum opinionibus.

1. PRincipiis ſuis initium Carteſius facit ab adſtruenda neceſſitate, omnia primo revocandi in dubium, ut deinde ad certam quampiam rerum cognitionem pertingere poſſimus. Petit porro a lectoribus ſuis, ut ne ſatis habeant, ſemel tantummodo argumentorum vim perpendiſſe, quæ nos ad hanc univerſalem dubitationem adigant; ſed ut hebdomadas, & menſes integros eorum accuratæ contemplationi dent, antequam ad ulteriora gradum promoveant. Tum vero ante omnia alia de nobis ipſis, noſtrisque perceptionibus ex intimæ conſcientiæ ſenſu certos nos reddit. Verum, quæ in hanc rem adfert, ita comparata ſunt, ut vel dubitandi unquam facultatem adimere videantur. Præterea ex idea de ente infinite perfecto, & quod non poſſit non eſſe, quam animo concipimus, conficit, illud eſſe reapſe, & vera neceſſitate. In his principiis certitudinem complurium propoſitionum evidentium, ſive axiomatum

tum conſtituit (*a*), uti & aliarum omnium, quarum veritas eſt neceſſaria.

Rerum cauſa hunc in modum ſtabilita, nexu quodam indiſſolubili omnium effectorum cognitionem perfectam inde deducere contendit. Manifeſtum quippe eſſe ait (*b*), methodo nos uſuros philoſophandi præſtantiſſima, ſi e cognitione, quam de Deo habemus, omnium ejus operum explicationem repetamus, ita, ut hac ratione ſcientiam nobis perfectiſſimam (effectuum nempe e ſuis cauſis) comparaturi ſimus. Quod ad finales cauſas, eas omnino e Philoſophia proſcripſit, quemadmodum jam alias monuimus. Vel ex hiſce jam tum auctoris, tum Philoſophiæ, de qua agimus, ingenium & indoles ſeſe produnt, licetque nobis e principiis, e quibus derivat cetera, conjecturam facere, quo demum id genus conſilium evadere poſſit.

Res corporeas, quas velut extra nos vere poſitas mens nobis exhibet, non fallace quapiam ſpecie, ſed in ſe haberi, inde evincit, quod, ſecus ſi fieret, Deus verax non foret. Materiæ naturam eo uno contineri arbitratur, quod extenſa ſit; nam id ſolum ſupereſſe ait, ſi duritiem, pondus, calorem, frigus, ceteraſque qualitates, quæ a corpore nequeunt abeſſe, mente removeamus. Atque hinc illi proclive eſt concludere, vacuum, ſive extenſum materiæ expers,

(*a*) Si Carteſium ſequamur, non Deus voluit tres angulos trianguli conficere ſummam duorum rectorum, quod ſciat rem aliter eſſe non poſſe, ſed propterea tres illi anguli duobus rectis æquantur, quod Deus ita voluerit.

(*b*) Vide locum mox indicatum Principiorum in Notis ad §. 4. Cap. I.

nuſpiam eſſe. Quamvis cum hæc diſſeruiſſet, mox velut proprietates materiæ adjungat, quod ejus partes ſeparari, moverique poſſint, quibus certe paullo amplius ſubeſſe videtur, quam ſi rem extendi modo idoneam ſpectes.

Motus porro naturam definit, quod ſit *tranſlatio unius partis materiæ, ſive unius corporis, ex vicinia eorum corporum, quæ illud immediate contingunt, & tanquam quieſcentia ſpectantur, in viciniam aliorum.* Ut proinde nullum diſcrimen conſtituat inter motum *abſolutum, & verum*, & inter *relativum, & apparentem*, in quem eadem deſcriptio convenit. At cauſam, cujus gratia eadem motus quantitas in mundo univerſo citra ullum augmentum, vel decrementum perſtet, inſolente prorſus brevitate expedit, cum ait, perfectionem eſſe in Deo, *quod modo quam maxime conſtanti, & immutabili operetur.* Ex eadem Divina perfectione conſequi vult, corpus quodlibet manere in ſuo ſtatu, motus vel quietis, conſervare figuram &c, donec cauſæ externæ mutationem inducant, id, quod primam naturæ legem apud eum abſolvit. Quod deinde directio motus fiat in lineis rectis, neque res ulla a ſua directione per ſeſe deflectat, alteram legem conſtituit. Et demum tertiam, quod *ubi corpus, quod movetur, alteri occurrit, ſi minorem habeat vim ad pergendum ſecundum lineam rectam, quam hoc alterum ad ei reſiſtendum, tunc deflectatur in alteram partem, & motum ſuum retinendo, ſolam motus determinationem amittat; ſi vero habeat majorem, tunc alterum corpus ſecum moveat, ac quantum ei dat de ſuo motu, tantundem perdat.* Corpora dura inde haberi ait, quod eorum *omnes particulæ juxta ſe mutuo quieſcant*; fluida autem, quod *diviſa ſint in multas exiguas particulas* mo-

motibus a ſe mutuo diverſis agitatas. Finem denique ſecundæ hujus libri parti facit, dum nos monet, ex hiſce omnia naturæ phænomena explicari poſſe, neque alia Phyſicæ principia admittenda eſſe, neque etiam optanda.

Progreditur ſubinde ad exponendum modum, quo univerſi hujus moles in præſentem coaleſcere potuerit formam, atque e principiis Mechanicis in eadem perpetuo contineri. Ponit itaque, exiguas materiæ portiones variis angulis fuiſſe præditas, ut replendo omni ſpatio aptarentur, nullo penitus hiatu relicto; tum motu continuo attritis angulis, inde extitiſſe exiles illos globulos, quos ſecundi ſui elementi materiam vocat. Fragmenta porro hæc anguloſa ab illis reciſa, in tenuiſſimas redacta particulas, materiam primi, quod appellat, elementi præbuerunt, replendis meatibus inter majores opportuni. At quoniam harum tanta vis erat, ut ingens earum copia inde excluderetur, in ſingulorum vorticum, quibus univerſum hoc componi fingit, centra accumulatæ, in ſolarem globum, ſtellasque fixas coiverunt. Cœleſtia ſpatia materia ſecundi elementi occupavit, cujus uſus ſcilicet in propagando lumine eſſet.

Planetas, Cometaſque, e tertio quopiam elemento, cujus partes prioribus ſubtilitate multum concederent, concreviſſe porro autumat, atque horum geneſin a primis inde initiis per omnia incrementorum intervalla perſequitur. Si Carteſium audiamus, primi elementi materia perpetuo fluxu per meatus inter ſecundi elementi globulos relictos, qua parte motus vorticis circularis concitatior eſt, elabi debet; at affluere denuo verſus centrum, inde per polares vorticis tractus, circa quos volvitur: & quo-

etiam iſthic facile id genus moleculæ altera alteri implicantur, fieri debuit, ut jam tertii elementi partes enaſcerentur, quarum, ſi major numerus copularetur, maculam efficiebat tum in ſolis, tum in aliorum ſiderum ſuperficiebus. Inde vero non nulla horum corporum, cruſta undique ducta, in Planetas cometaſve abierunt, rotationis motu ſenſim langueſcente, atque vortice ipſo ab aliis abſorpto vorticibus vicinis, & viribus potioribus. Hunc ortum ſcilicet habuit ſyſtema ſolare, planetarum ſecundariorum vorticibus ab iis hauſtis, qui ad primarios pertinebant, ac omnibus denique a ſolari vortice abreptis. Arbitratur adhæc, in ſolari vortice particulas uſque ad certum limitem denſitate creſcere, at minui velocitate; inde autem nullo magnitudinis diſcrimine celeritatem eas acquirere ſemper majorem, quo a ſole longius recedunt. Unde in remotioribus hiſce ſpatiis cometas, in vicinioribus planetas collocat, corporibus ſcilicet minus denſis ſoli admotis propius, ut ne differrent a vorticis ipſius rarioribus ſpatiis, in quibus deferuntur.

Corporum terreſtrium gravitatem e vi centrifuga ætheris circa tellurem gyrantis cum repetit, eo modo ab hoc corpora minore vi a centro abeundi prædita detrudi debere exiſtimat, quo fluidis immerſa elevantur, quibus minor eſt gravitas ſpecifica. Denique & Magnetis peculiaria phænomena, & quidquid natura obſervatorum ſolertiæ objicit, ex his principiis citra difficultatem evolvi poſſe ſibi perſuadet.

2. Vix exemplum ullum molitionis tam inconſultæ proditum aliquando eſt, deducendi ſcilicet e quibuſdam notionibus, quas de infinita Numinis

per-

perfectione mens noſtra ſibi effingere poteſt, neceſſariarum plane conſecutionum ſerie univerſi hujus mundi ſtructuram, omniumque naturæ phænomenorum explicationem. Et niſi tanta eſſet auctoris exiſtimatio, atque ſyſtema ab eo excogitatum apud multos in admiratione haberetur, vitio certe nobis non immerito daretur, quod in id genus Rhapſodiam animadverſiones noſtras Lectori proponamus. Nam ſiquidem etiam de principiis & methodo plane cum eo nobis conveniret, haud tamen illud effugeret cujuſquam oculos, quam debili nexu in commentitiorum hoc ratiociniorum acervo priora ſequentibus colligentur. Non diſcutiemus vero hic, quam accurata ſit ea ratio, qua Deum eſſe, cui infinitæ illæ perfectiones competant, adſtruit, neque quam ejus de vero & falſo (quæ a Dei voluntate pendere unice ait) opinio opportuna ſit, ſcientiarum fundamentis labefactandis, primiſque, quibus nituntur, perturbandis principiis; at dum materiæ naturam omnem ſola extenſi ratione complectitur, quod & ſolida ſit, & iners, inſuper habet, quibus tamen illa dotibus motus, & quietis mutationibus reſiſtit, & quæ corpus a mero ſpatio diſtinguunt. Quod ſi una extenſi proprietas materiæ naturam contineat, is ſeſe deridendum propinet, neceſſe eſt, qui e data hac definitione contendat, ſpatia omnia materia repleta eſſe. Quæretur enimvero præterea, nihilne ſit ſpatii, quod non oppleat res illa ſolida, mobilis, reſiſtens, cui apud vulgus *corpus* eſt nomen? Quippe quod in ſpatiis alibi vix quidquam, quod ſenſu percipi poſſit, alibi diverſis admodum modis, ut diverſa eſt fluidis illic diffuſis denſitas, corporum motibus obſiſtatur,

id

id indicio nobis eſt, eſſe ſpatia eo, quod communi materiæ vocabulo cenſemus, vacua.

Certe cometarum liberrimi qua qua verſus, rapidiſſimique excurſus, immanis voluminis caudas ad ſummam raritatem redacta materia conſtantes ſecum trahentium, luculentiſſime commonſtrant, haud quaquam cœleſtia ſpatia denſo quopiam, & vacuum omne excludente fluido repleri. Res eſt apud Philoſophos, qui naturæ ſtudium experimentis colluſtrant, extra omnem dubitationem poſita, fluidorum reſiſtentiam pro denſitatis ratione augeri, ſi ceterum par ſit eorum conditio, ut proinde motus omnis in fluido mox extingueretur, quod, cum inanibus meatibus deſtitueretur, quam ipſum argentum vivum, aliudve quodlibet ponderoſiſſimum corpus, multo foret denſius. Nec illud minus eſt perſpicuum, vim, qua data quæpiam velocitas in duobus ſimul corporibus efficiatur, ejus eſſe duplam, quæ eorum ſingula pari celeritate moveret. Sive dein e minutis particulis, ut libet, grandia componamus corpora, ſive hæc in illas reſolvamus, nunquam non reſiſtentiam, aut inertiam, e quantitatis materiæ proportione creſcere, minuive deprehendimus. Hinc quippe eſt, quod corpus data velocitate intra fluidum denſius motum, cum, ut viam proſequi poſſit, plus materiæ e loco ſuo depellere debeat, ſitque reſiſtentia æqualis motui fluido communicato, æqua proportione id ſibi fluidum magis obſiſtere experiatur. At ut pateat, quam abſona ſit hæc opinio, univerſi totius ſpatia materia replens, haud opus nobis eſt, liberos planetarum, cometarumque curſus afferre in medium:

vel

vel maxime communes, atque ante omnium quotidie oculos poſiti motus, quos aut in telluris noſtræ ſuperficie, vel prope conſtituta corpora habent, ei funditus evertendæ ſuffecerint, quando compertum nobis eſt, nihil admodum, ſi aerem demas, iis obſtare, dum fluidum ita denſum, ut ſpatium omne æqualiter compleat, ingens prorſus obſtaculum objiceret.

His quidem fluidi vacua omnia explentis patroni eo argumento occurrunt (*a*), quod ſi corporum meatus, & inania inter ſolidas moleculas intervalla materia hæc tanta libertate pervadat, qua lumen pellucida, aut magneticum, electricumve effluvium plurima alia corpora, reſiſtentia haud paullo minore, quam pro denſitatis ratione, motibus ſeſe opponat; id enim ſi fiat, reſiſtentia haud amplius e fluidi denſitate metienda eſt, cujus nempe pars maxima per meatus corporum motorum citra ullum impedimentum tranſitum reperit. Verum etſi hæc darentur, vel in ipſa hac hypotheſi nihilominus perquam impeditus foret globi aurei per ſpatium materia plenum trajectus, cum quævis fingatur licet fluidi tenuitas, corporibus permeandis accommodata, fieri tamen nequeat, ut non obſiſtat ſolidis auri particulis, quæ tantum deperdent e ſuo motu, quantum in fluidum transferunt, dum illud perpetuo e loco, quem occupant, depellunt, itaque reſiſtendi modus e molecularum auri ſolidarum quantitate penderet. At reſiſtentia, quæ eidem globo in argento vivo

 (cui

(*a*) Prodiit paucos ante annos de hoc argumento opuſculum, quod auctoris ingenium commendat.

cui nullum aditum ad interiores auri partes patere ponimus) ſuperanda eſt, menſuram habet partium ſolidarum argenti vivi, pari cum globo volumine contentarum quantitatem, quas ſcilicet e via removere debet, cum progreditur. Jam vero cum minor argenti vivi partium ſit ſub eodem volumine quantitas, quam auri, pro ratione, qua Mercurii gravitas ſpecifica a gravitate auri exceditur, neceſſe ſane eſt, ut globus aureus in fluido ejuſmodi pleno, &, ut libet, per maxime exiles meatus libere penetrante, difficilius moveatur, quam in argento vivo. Rem ut amplius illuſtremus, cum auri gravitas ſpecifica ſit ad gravitatem ſpecificam Mercurii proxime ut 195 ad 140, fingamus globum aureum 195 particulis ſolidis compoſitum in materia illa perfecte plena data velocitate moveri ſpatio perquam exiguo; fingamus porro eundem globum intra argentum vivum eadem celeritate idem conficere ſpatium: itaque globus hic, cum primum ſpatium percurreret, e materia illud replente dimovit quantitatem ſibi æqualem, ſive 195 partibus; & cum alterum deſcriberet, expulit æquale volumen Mercurii, id eſt, 140 partes ſolidas. Sed quoniam, qui vacuum omne eliminatum volunt, iſthic globo, dum intra Mercurium progreditur, non modo ab hoc, ſed etiam a ſubtili illa materia impedimentum objici, dicere poſſunt; conveniamus in hypotheſin, ſumamusque, etiam intra argentum vivum ab ea materia tantundem impediri globi motum, quantum in ſpatio, fluido quovis ſpiſſiore deſtituto; comperietur tamen ſemper, reſiſtentiam fluidi vacuum excludentis adverſum globum fore ad eam, quam intra argentum vivum ſuperare debet,

ſal-

ſaltem in ratione, quæ eſt denſitatis auri ad denſitatem Mercurii, & auri ſimul, ſive 195 ad 335, ac proinde octies magis globi motum impediret id genus fluidum, quam aqua. Atque tanta eſſet vel minima reſiſtentia in ſpatiis materia perfecte plenis globo vincenda, ſi in dandis iis, quæ vacui adverſarii ſuæ doctrinæ poſtulare poſſunt, ſimus quam liberaliſſimi, quæ ſane motus corporum exiguo tempore extingueret. At quis non videat, plus æquo nos dediſſe materiæ ſubtilis propugnatoribus, quando poſuimus, globi motum intra Mercurium pati reſiſtentiam parem ſummæ illarum, quas ſeorſim argentum vivum, ac illa materia efficerent. Hoc enim ita ſi habeat, oportet, ut reſiſtentia in argento vivo ſit ad reſiſtentiam in aqua, quemadmodum eſt ſumma denſitatum auri & mercurii, ad ſummam denſitatum auri & aquæ, hoc eſt, ut 335 ad 205, vel ut 67 ad 41, ut propterea reſiſtentia Mercurii ne quidem eſſet dupla reſiſtentiæ aquæ, immo vero nec aeris; & haud ſcio, an quidquam aliud evidentius cum experientia pugnet.

Hæc dum diſſerimus, non intereſt, ecquem raritatis gradum in auro, argento vivo, aliiſve maxime ponderoſis corporibus, quis conſtituat, quando inter omnes convenit, argentum vivum admodum magnam corporibus reſiſtentiam opponere, quæ non magis ex ejuſmodi hypotheſi mutari poteſt, quam e proportione denſitatis auri & mercurii, quæ toti priori ratiocinio fundamentum præbet. Quippe fieri nequit (quantalibet facilitate corporum meatus tenuiſſima illa materia pervadat, quantave horum ſit copia) ut reſiſtentia globo aureo in ejusmodi per-

cte denſo fluido ſuperanda, non metienda ſit e partibus ſolidis globi, quarum in eo volumine major numerus continetur, quam ſi æqualis moles cujusvis alterius nobis cogniti fluidi accipiatur, cujus reſiſtendi vis per ſolidas tantummodo moleculas habetur. Quod ſi dicere lubeat, ejusmodi materiam ſolidam non niſi milleſimam, aut millioneſimam voluminis argenti vivi partem occupare, nihil aliud inde conficietur, quam inertiam datæ quantitatis materiæ ſolidæ augeri in eadem ratione, qua raritatem argenti vivi, cujus inertia experimentis cognoſcitur.

Ea porro reſiſtentia, quæ a partium fluidi cohærentia, & tenaciore implexu gignitur, ad minorem reduci poteſt, cum interim inertiæ propria eadem ſemper perſtat. Hanc quoque ſi tolli penitus fingas, ut materia jam omnis reſiſtentiæ ſit expers, nemo facile animo conceperit, quid in ea actuoſi eſſe poſſit, quæve vis mechanica ſeu ad impellenda corpora, ſeu ad effecta alia, quæ ſubtili Carteſii materiæ plerumque tribuuntur. Actio ſemper reactioni eſt æqualis, neque alia nobis adhuc vis in corporibus innotuit, quam quæ a reſiſtentia adverſus omnem ſtatus mutationem, ſive ab inertia, provenit; quam ſi abeſſe ponamus, aberit quoque vis omnis centrifuga, tot effectuum apud iſtos Philoſophos fœcunda ſcilicet parens, cujus ſubſidio univerſa prope naturæ phænomena explicare conantur.

Adhæc illud quoque ſibi dari poſtulant, quod tenuiſſimi hujus fluidi partes qua qua verſus omni directione moveantur perpetuo, cujus commenti ope omnem ab ejus actione reſiſtentiam ſeſe amoliri poſſe

ſe ſperant. Verum præterquam, quod nulla unquam ratione fictionem hanc credibilem reddiderint, neque eam e re ſua eſſe oſtendere poſſunt. Fluidorum motus corporum intra ea poſitorum progreſſum ea ſolum ex parte faciliorem reddere poteſt, qua in eandem directionem conſpirat; at quo eorum moleculæ in omnem plagam æquali vi agitantur, is non magis tollendæ reſiſtentiæ eſt idoneus, quam quies perfecta partium. Scimus equidem, alios quoque Philoſophos non nullos in opinione eſſe, quod fluidorum ceterorum quoque, velut aquæ, aut aeris particulæ perpetuis inteſtinis motibus cieantur, quo tamen prohiberi nequit, ne pro denſitatis ratione motus corporum aliorum reddant impeditos; verum qui negant, vacuum omnis corporis expers cogitari poſſe, non alii profecto ſunt, quam quorum animus Carteſiana doctrina eſt imbutus, in qua palmarium eſt, naturam corporis extenſione definiri, & plane inter ſe repugnantia conjungere niteretur, qui ſpatium citra extenſionem cuperet. Porro fluida procreare, omnia corpora reliqua pervadentia, atque meatus maxime exiles replentia, quibus neque obſiſtendi, neque agendi ſit ulla facultas, ejus tantummodo rei gratia, ut vacuum ne ſit, nil aliud foret, quam duplicis ſortis comminiſci materias, quin vel neceſſitas poſtulet, vel perſuadeat ratio, ſeu foret ipſum quæſtionis caput in medio relinquere. Argumenta denique, quibus adverſus vacuum Leibnitzius pugnat, tum expendendi ſe dabit occaſio, cum de mutationibus in hoc ſyſtema inductis agemus.

cte denſo fluido ſuperanda, non r[illegible]io hoc mundi tibus ſolidis globi, quarum i[illegible]tuo, quod temere numerus continetur, quam [illegible]tendit Carteſius, a ve- alterius nobis cogniti [illegible] Motus *abſolutus* variis ſtendi vis per ſolid[illegible]*ibus*; in compoſitione, & quan- tur. Quod ſi d[illegible] *quibus* vis elaſtica perfecta non eſt, lidam non niſ[illegible] *uti* ex adverſo augetur in reſolutio- minis arge[illegible] *nunquam* etiam, dum corpora elaſtica conficie[illegible] *Ut* corporum durorum natura explice- ſolid[illegible] *eſt* principio quodam agente, neque una [illegible] *quiete* res confici poteſt, quando ea pro- [illegible] *non* poſſet, ne vel minima vi adhibita dis- *jungerentur*. Vix ullam hujus ſyſtematis partem re- *perias*, quæ non difficultatibus involuta ſit, e qui- *bus* eluctandi ſpes omnis ſit præciſa.

Tandem Carteſius vel invitus neceſſitatem perſenſit, ad obſervationes in naturæ ſtudio confugiendi, quod non niſi ægre, ac reluctans tum denique nos monet, poſtquam principiorum ſuorum vim tanta cum oſtentatione prædicavit, quæ nempe tam late patentia, tam fœcunda compererit, ut ex iis longe plurium explicatio haberi poſſit, quam quæ in hoc mundo aſpectabili ſe nobis offerunt.

Cum vetus ſit aliorum Philoſophorum querimonia, quod pauca admodum naturæ arcana e tenebris educere poſſint, Carteſio ita arriſit fortuna, ut his in principiis plus quam ſatis habeat ad univerſa phænomena clara in luce conſtituenda, eoque uno angi videtur, ne tam fertili in ſolo nimium uberem explicationum ſegetem demetat. Inde ſcilicet ad

phæno-

phænomena recurrit (*a*), non quod ex iis argumenti quidpiam ſibi petendum putet (cavet enim vero, ne animis noſtris tam humilis de ejus Philoſophia inſideat opinio, ut exiſtimemus, quod robur & firmitatem ex obſervatis in natura effectibus arceſſere voluerit) ſed ut mero tantummodo arbitratu ſuo mentem ad unum potius aliquem ex innumeris effectibus contemplandum flectat, quos ex cauſis iisdem explanari judicat, quam ad alios ad examen revocandos.

Illud quoque animadvertit (*b*), non unam ſibi ſuppetere rationem, effectus ejuſdem e principiis a ſe ſtabilitis deducendi, eoque uno ſibi negotium faceſſi, ut quæ earum tam multiplicium in natura locum habeat, rite definiat. At hæc dum ille tam magnifice de ſuis principiis, aliud ſane non agit, quam ut fragilitatem ſui ſyſtematis intuentium oculis ſubducat; at patente facile fuco, qui eam non niſi evidentiorem reddat, & affectata confidentia, viro tam celebri indigna.

3. Dum Carteſius materiæ naturam in eo repoſuit, quod extenſa ſit, aliis occaſionem præbuit, ex

(*a*) Refert naturæ effecta, ut ait, *non quidem ut ipſis, tanquam rationibus utamur ad aliquid probandum; cupimus enim rationes effectuum a cauſis, non autem a contrario cauſarum ab effectis deducere; ſed tantum, ut ex innumeris effectibus, quos ab iiſdem cauſis produci poſſe judicamus, ad unos potius, quam alios conſiderandos mentem noſtram determinemus.*

(*b*) *Sed confiteri me etiam oportet, potentiam naturæ eſſe adeo amplam & diffuſam, & principia hæc adeo eſſe ſimplicia & generalia, ut nullum fere amplius particularem effectum obſervem, quem ſtatim* variis modis *ex iis principiis deduci poſſe non agnoſcam, nihilque ordinarie mihi difficilius videri, quam invenire, quo ex his modis* [illegible] *näeat.* De Methodo §. 6.

ex hac ſua doctrina ejuſmodi noxia deducendi conſectaria, quæ procul dubio ipſe rejecturus erat, etſi haud appareat, qua ratione eorum vim infringere potuiſſet. Cum enim animo comprehendi nequeat, ſpatium poſſe in nihilum redigi, atque eſſe deſinere, aut fuiſſe aliquando tempus, quo ipſum non fuerit; ſi ejus naturam una extenſi ratione conſtitui demus, infinitum, æternum, & neceſſarium quoque eſſe fateri cogemur. Atque hanc ratiocinandi viam, quam Carteſii ei principia aperuerunt, inſiſtit Spinoſa, materiam non modo infinitam & neceſſariam, ſed etiam unam in ſe, atque individuam eſſe oſtenſurus, certus nempe, hoc inficiari non poſſe, qui ſpatium omnis corporis expers inter ea reponunt, quæ haberi nequeunt. *Nam ſi ſubſtantia corporea*, inquit (*a*), *ita poſſet dividi, ut ejus partes realiter diſtinctæ eſſent, cur ergo una non poſſet annihilari manentibus reliquis? & cur omnes ita aptari debent, ne detur vacuum? ſane rerum, quæ realiter ab invicem diſtinctæ ſunt, una ſine alia eſſe, & in ſuo ſtatu manere poteſt. Cum igitur vacuum in natura non detur, ſed omnes partes ita concurrere debent, ut detur vacuum, ſequitur hinc etiam, eaſdem non poſſe realiter diſtingui; hoc eſt, ſubſtantiam corpoream, quatenus ſubſtantia eſt, non poſſe dividi.* Alio porro loco ait (*b*): *ſi una pars materiæ annihilaretur, ſimul etiam tota extenſio evaneſceret.*

Et

(*a*) Spinoſ. Ethic. Part. I. Prop. XV. Schol.

(*b*) Epiſt. 4 ad Hentic. Oldenb. Ex his, aliiſque locis colligere licet, Spinoſam in turpiſſimum hunc errorem conjectum eſſe, dum naturam materiæ corporeæ cum Carteſio in extenſo conſtituit. Annitebantur quidem Carteſiani, pernicioſas

has

Et ſane aſſiduus in Carteſii ſcriptis volvendis fuiſſe videtur hic ſcriptor (*a*), qui etiam priores duas partes ejus principiorum in formam Geometris uſitatam redegit. Quin ipſe Leibnitzius Spinoſæ dogmata *Carteſianiſmum* appellat, *qui modum ſit egreſſus.* Et præterquam quod methodi magna congruentia ubivis notetur, complura ex eo fonte etiam doctrinæ ſuæ capita derivaſſe videtur.

Uti Carteſius ex illa notione, quam de ente infinite perfecto, & quod neceſſario ſit, habemus, tale reapſe eſſe collegit; ita Spinoſa ex idea vera (hoc eſt, ex idea clara & diſtincta, ut ipſe exponit) *ſubſtantiæ*, eam non poſſe non eſſe confecit (*b*), vel ut ejus verbis utar, ejus *exiſtentiam non minus, quam*

has conſecutiones refellere; at majore ſane laboris compendio & felicius id præſtitiſſent, ſi fontem ipſum, deſertis principiis, obſtruxiſſent. Interea Spinoſa Epiſt. 73 Carteſium non exiguis ſe involvere difficultatibus oſtendere conatur, dum materiam in extenſi proprietate reponit, quæ ſe arbitro exponi debuerat ejusmodi definitione, quæ *eſſentiam eſſentialem & infinitam* exhiberet.

(*a*) *Cum ille ſummo ſciendi amore arderet, quid in his ingenii vires valerent, experiri voluit. Ad hoc propoſitum urgendum ſcripta philoſophica Renati Deſcartes magno ei fuerunt adjumento.* Spinoſ. Op. Poſth. Præf.

(*b*) *Si quis dixerit ſe claram & diſtinctam, hoc eſt, veram ideam ſubſtantiæ habere, & nihilominus dubitare, num tal s ſubſtantia exiſtat, idem hercle eſſet, ac ſi diceret, ſe veram habere ideam, & nihilominus dubitare, num falſa ſit, ut ſatis attendenti ſit manifeſtum; vel ſi quis ſtatuat, ſubſtantiam creari, ſimul ſtatuit, ideam falſam factam eſſe veram; quo ſane nihil abſurdius concipi poteſt: adeoque fatendum neceſſario eſt, ſubſtantiæ exiſtentiam ſicut ejus eſſentiam æternam eſſe veritatem.* Ethic Part. I Prop. VIII. Schol. II.

eſſentiam eſſe veritatem æternam. Moliebatur Carteſius univerſe omnia phænomena naturæ e perfectionibus cauſæ primæ deducere; & Spinoſa omnes cognitiones noſtras ab ideis veris (uti appellat) originem habere contendit: ideas porro veras effici ab anima ex ea, quæ ens perfectiſſimum, fontem & ſcaturiginem totius naturæ, exhibet (*a*). Volebat Carteſius cauſarum finalium conſiderationem a Philoſophia haberi alienam; & Spinoſa eas humani ingenii commenta appellat (*b*), illoſque deridet, qui exiſtimant, oculos videndi gratia eſſe datos animantibus, ſolem, ut luce ſua omnia colluſtret, eſſe conditum; nec aliunde in nobis boni & mali, ordinis & perturbationis, pulchritudinis & deformitatis notiones enatas eſſe vult.

Univerſum hoc exhibuit Carteſius machinæ inſtar, quæ ſemel condita ſolis Mechanicæ legibus deinceps ſemper perduret, motu eodem in natura abſque ulla mutatione manente; ſic itidem Spinoſa illud velut infinitum, & neceſſarium depingit, motu eodem ſemper præditum, aut ſiquidem parum accurata ejus verba uſurpare libeat, quod ſemper eandem ratio-

(*a*) *Ut mens noſtra omnino referat naturæ exemplar, debet omnes ſuas ideas producere ab ea, quæ refert originem & fontem totius naturæ, ut ipſa etiam ſit fons ceterarum idearum.* Spinoſ. de emendat. Intellect.

(*b*) *Ut jam oſtendam, naturam nullum ſibi finem præfixum habere, & omnes cauſas finales nihil, niſi humana eſſe figmenta, non opus eſt multis &c. Hoc adhuc addam, nempe hanc de fine doctrinam Naturam omnino evertere,* Append. Prop. XXXVI. Part. I. Ethic.

rationem motus ad quietem in ſeſe habeat (*a*), atque id abſque ullo motore, & cauſa libera, ſed neceſſitate, & naturæ vi inexſuperabili.

Equidem iis, quæ a Carteſio mutuatus eſt, Spinoſa haud parum de ſuo adjecit; nihilominus methodi, & principiorum affinitas, dum uterque e notionibus, quas de intima rerum natura, & cauſis neceſſariis, ſeſe veras, & claras habere arbitrabatur, ſyſtema integrum condere ſibi propoſuit, diſcriminis nos admonet, cui ratio philoſophandi tam ambitioſa, & præfidens nos objicit. Et ſi animum ad ea advertamus, quæ legitima conſecutione ex id genus principiis deduci neceſſe eſt, facile illius philoſophiæ amplectendæ, quæ experimentis ſibi ad naturæ cognitionem viam aperit, conſilium capiemus, velut quæ maxime mentis noſtræ facultatibus eſt accommodata. Quamvis porro ab æquitate alienum foret, impia illa conſectaria Carteſio tribuere, quæ e jactis ab eo fundamentis eduxit Spinoſa; facere tamen non poſſumus, quin iſthic moneamus, ad cetera philoſophiæ Newtonianæ decora etiam illud laudis adjiciendum eſſe, quod noxia Spinoſæ dogmata radicitus evellat, dum oſtendit, non modo ſpatium plenum, infinitum, & individuum non eſſe, verum etiam vacuum haberi reipſa, materia perexiguam ejus

 par-

(*a*) *Omnia corpora ab aliis circumcinguntur, & ab invicem determinantur ad exiſtendum & operandum certa ac determinata ratione, ſervata ſemper in omnibus ſimul, hoc eſt, in toto univerſo eadem ratione motus ad quietem.* Epiſt. XV.

Corpus motum vel quieſcens ad motum vel quietem determinari debuit ab alio corpore, quod etiam ad motum vel quietem determinatum fuit ab alio, & illud iterum ab alio, & ſic in infinitum, Ethic. Part. II. Prop. XIII. Lem. III.

partem occupante, moleculis à ſe disjunctis, atque ſeparatis.

Ceterum operam profuderimus penitus, ſi ſingula minutim hujus ſyſtematis capita evolvere conemur, cujus tot abſurdiſſimi errores brevi, & perſpicua expoſitione comprehendi non poſſunt. Qui alias, cum de religionis, ad quam ratio, & natura facem nobis præfert, fundamentis agitur, parum a Scepticis abſunt, nihilominus hoc ſyſtema monſtrorum omnium, quæ impietas unquam edidit, maxime eſſe deforme cenſent „& ad fallendum minime idoneum, quod „ ſcilicet cum notionibus evidentiſſimis, quarum capax „ eſt humana ratio, manifeſte pugnat; atque tantam „ argumentorum vim illico adverſus ſe provocat, ut „ non niſi theſi ipſa obſcuriora reſponſa reddi poſ„ ſint (*a*). Quod ſi methodo Geometris familiari uti videatur, eam tamen haud aliter adhibet, quam quod *ſubſtantiæ*, ejuſque proprietatum pro libidine conſtituta natura, a commentitiis ſuis definitionibus velut veris ideis (uti nunquam non appellat) ad res ipſas ponendas progrediatur, quæ ſcilicet per ſeſe, & nexu inviolato conſequantur, quem in dubium revocari vetat; ut proinde tota ea ratiociniorum ſeries, quod in

(*a*) Hunc in modum Bayleus diſſerit artic. *Spinoſa*, ubi, quam alienum a ratione ſit hoc ſyſtema, clare ob oculos ponit, itaque ait eſſe infirmum, ut ab adverſario etiam maxime debili funditus convelli poſſit. Nobis, dum illud iſthic adumbravimus, non modo propoſitum fuit, oſtendere, quam abſurda conſectaria e. Carteſii ſyſtemate eruantur, verum etiam ipſa Spinoſæ dogmata ad ſuam revocare originem (atque id in eorum gratiam, qui fortaſſis malo quopiam errore plus ei, quam par ſit, deferunt) quæ alia non eſt, quam Carteſiana fabula, cujus fere ſingulæ partes tum a Newtono, tum ab aliis Philoſophis fuerunt confutatæ.

in controverſia verſatur, dari ſibi poſtulet, haud quaquam evincat. Et quamvis nullum excogitari poſſit ſyſtema, quod hunc in modum tueri non liceat; attamen non facile fuerit, æque abſurdum proferre in medium, quod in univerſo hoc unicam conſtituat *ſubſtantiam*, proprietatibus infinitis præditam (præcipue *extenſione* & cogitatione infinita), quæ neceſſitate in ſemet ipſa res omnes efficiat, tanquam *modificationes* ſuas, quæ ſola inſit in omnibus, ſimul cauſa, ſimulque effectus, *agens* eadem ac *patiens*, atque id, ſeu ad rationes phyſicas, ſeu ad morales rem expendas.

4. Carteſii doctrina complures ab eo tempore, quo in lucem a ſuo auctore emiſſa eſt, mutationes, correctionesque ſubiit, & integri fere ſæculi decurſu variorum clari nominis Philoſophorum in eo maximus verſabatur labor, ut magis indies inclinatam, labantemque ejus famam ſuffulcirent, jam altera vaſti hujus ſyſtematis parte in novam tranſfuſa formam, jam altera reſarta. At enim tam arenoſo in ſolo, tam male coagmentatum ædificium ſuæ ruinæ permittere præſtiterat, ut rudera poſteros edocerent, quo demum dementiæ temeritas philoſophos in condendis ſyſtematis abducat. Materiam ſubtilem, ſpatium perfecte plenum, ac vortices Carteſii Leibnitzius quoque adſcivit, atque univerſum hunc mundum inſtar machinæ numeris omnibus abſolutæ exhibet, quæ e legibus Mechanicæ immutabili neceſſitate in ſuo motu perſiſtat; quamvis ſint etiam non nulla, quibus a Carteſio diſſidet.

Dum Newtoni Philoſophia primo lucem aſpexit (nempe anno 1687), vulgaverat Leibnitzius ſpecimen quoddam motuum cœleſtium (*Act. Erud.* 1689) in

in quo ætherem e mente Carteſii in gyrum actum cum gravitate a Newtono ſtatuta conjungit, quamvis nuſpiam docuerit, ut iſta inter ſe conſpirare poſſint ad Planetas in ſuis orbitis deferendos, aut qui gravitas impulſione ætheris efficiatur. Non, inquam, oſtendit Leibnitzius, qui *circulatio* illa *harmonica* ætheris conciliari poſſit cum legibus Planetarum, quibus eorum motus in diverſis orbitis inter ſe collati ſubjacent, & quæ non parum diverſæ ſunt ab illa, qua ejuſdem Planetæ motus in variis a ſole intervallis regitur. Velocitas angularis Planetæ inde a Perihelio uſque ad Aphelium minuitur, uti ejus a ſole diſtantia augetur: atque id eſt, quod Leibnitzius circulationem harmonicam appellat. Quod ſi lex iſthæc ad diverſos in ſyſtemate mundano Planetas, dum eorum motus comparandi ſunt, pertineret, tolerabilior foret hypotheſeos conditio, qua cœleſtia corpora ab æthere abrepta in orbem agi ponuntur; at enim velocitates Planetarum, cum mediocrem habent a ſole diſtantiam, decreſcunt ea ratione, qua radices quadratæ numerorum diſtantias medias exprimentium augentur. At neque illud indicavit, qui motus iſte ætheris conſiſtere poſſit cum Cometarum liberrimo in omnem plagam diſcurſu, aut cum obliquo ſitu planorum, in quibus ſuas percurrunt Planetæ orbitas, ad planum æquatoris, atque etiam alterius ad alterum. Denique nihil attulit, quo graviſſima argumenta adverſus vortices, & materiam vacuum omne excludentem pugnantia diſſolveret.

At cum poſtea jus illud, quo calculi infinite parvorum, aut methodi fluxionum inventum ſibi

ven-

vendicabat, in controverſiam vocaretur, Philoſophiam Newtoni acriter oppugnandam ſibi ſumpſit, atque adverſæ partis agmen ducere videbatur. Verum alienum exiſtimamus ab hoc loco explicatius referre, quam infenſis Newtono, aliiſque, qui ab eo ſtabant, animis Leibnitzii ſectatores fuerint. Et ſane ſepelienda eſt ea omnis acerbitas prudente oblivione, liteſque Philoſophicæ intra Philoſophiæ terminos continendæ.

Quoniam e Divina Sapientia & Bonitate inferebat Leibnitzius, univerſum hoc abſolutæ undique eſſe perfectionis, neque alterum melius effici a Deo poſſe, multos ad ſuum ſyſtema amplectendum pellexit. Mirum, quam hæc doctrina maximæ Philoſophorum parti ſemper arriſerit, qui ſaltem rationis lumini non ita penitus occludebant oculos, ut, num eſſet Numen aliquod ſupremum, & beneficum, dubitarent. Hujus certe difficultatis explanationem nequicquam Socrates in Anaxagoræ ſcriptis ſcrutabatur; Ens ſupremum, ſecundum Timæum Locrenſem (*b*), erat Creator; & Plato docebat, ab univerſi moderatore res omnes ad totius perfectionem, & felicitatem eſſe ordinatas; iniquas eſſe noſtras querimonias, quæ ab arctis tantummodo cognitionis noſtræ limitibus provenirent. *Exiſtimat Chryſippus* (inquit Aul. Gell. Lib. VI. Cap. I) *non hoc fuiſſe naturæ principale conſilium, ut homines faceret morbis obnoxios; nunquam enim hoc conveniſſe naturæ auctori, parentique rerum omnium bonarum; ſed cum multa, atque magna gigneret, pa-*

reret-

(*b*) Δημιουργὸς τοῦ βελτίονος.

reretque aptiſſima & utiliſſima, alia ſimul agnata ſunt incommoda iis ipſis, quæ faciebat cohærentia, eaque non per naturam, ſed per ſequelas quaſdam neceſſarias facta dicit, quod ipſe appellat παρακολέθησιν. Plura ad defenſionem hujus doctrinæ Leibnitzius ſcripſit, atque rationibus, quæ perfectioni univerſi opponebantur, reſpondere eſt conatus.

Verum etſi eruditi hujus auctoris ſcripta ratiociniorum ſubtili nexu lectoris animum implicare poſſint; ut tamen in iis acquieſcat, efficere nequeunt. Duplex conſtituit omnis noſtræ cognitionis principium: alterum, quod fieri nequeat, ut res ſit ſimul, & non ſit; quod veritatum a natura abſtractarum, & theoriæ omnis baſin appellat: alterum, quod nihil ſit ſine *ratione ſufficiente*, cur potius hunc in modum, quam aliter ſit; quo ſcilicet principio a veritate abſtracta ad Philoſophiam naturalem nobis tranſitum paremus, ut arbitratur. Ex hoc porro fonte derivat, mentem noſtram natura ſua in eligendo, ac volendo melioris ſpecie, & exiſtimatione flecti, neque alterutrum amplecti poſſe eorum, quæ perfecte ſint ſimilia, ideoque *indiſcernibilia*, quemadmodum vocare illi placuit; quin id ad Deum quoque ipſum pertinere exiſtimat, qui propterea res duas omnino ſimiles procreare nequiverit. Tum hoc argumento, tum aliis non nullis Metaphyſicis animadverſionibus ductus, vacuum rejicit penitus, quod nihil eſſet, quod in illius partibus diſcrimen pareret. Eadem ratione atomos, materiamque omnem ſimilibus præditam partibus reſpuit; iis vero corporis particulis, quas recipit, & quæ ultra omnem limitem in

mino-

minores ſemper ſecari poſſint, Monadem, aut principium quoddam actuoſum, adjungit, quod, ut ait, perceptionis ac volitionis cujuſdam ſpeciem habeat. Naturam rerum in actione, ac vi efficiendi reponit, aut potius, ut loquitur, in medio quodam inter actionem, & agendi facultatem.

Quietem ad hæc veram haberi poſſe negat, ſed motum aut niſum, vel tendentiam cum corporea natura neceſſitate quadam conjungi vult. Monadis eam nobis depingit imaginem, quæ univerſum hoc omne in eo loci puncto, in quo collocata ſit, repræſentet. Demum in epiſtola quadam ſua materiam ait non eſſe *ſubſtantiam*, *ſed ſubſtantiatum*, vel *phænomenon bene fundatum*.

Atque hæc ſunt Philoſophi illius non modo dogmata, verum etiam uſitata illi mentem ſuam explicandi ratio, qui notiones ſibi claras, atque perfectas nunquam non arrogabat, Anglorumque deridebat Metaphyſicam, velut cujus limites nimis ſint anguſti, & notionibus minus, quam in rebus contineatur, repræſentantibus, innitatur. Quamvis vero plerique veritatis normam (criterium dicunt) non aliam, quam perceptiones claras, ac evidentes adhibendam ſtatuant, ſunt tamen non nulli inter Philoſophos, qui, quo denſioribus quidquam obvolutum eſt tenebris, eo majore illud in pretio habere videantur. Anne in animum induxerit quiſquam, ut credat, ad litem de vacuo dirimendam plus momenti eſſe in ejuſmodi argumentis, quamin certa, ac manifeſta experientia? ſua modo quiſque perpendat cogitata, &

ſenſa (qua ſcilicet via unica tum propriæ, tum Divinæ libertatis notiones nobis comparare poſſumus), & ſiquidem plane viderit, ita ſeſe affectum, ut ſi inter duas res quaslibet, quæ ſui deſiderium excitant, nullum diſcrimen adverteret, alterutram nihilominus mallet eligere, quam utraque ſe privare; ſane Leibnitzianum ratiocinium penſi non habebit.

Partium materiæ ſimilitudinem eadem premet ſemper difficultas, quanquam monadum ſubſidio, ut altera diſcreparet ab altera, ſit efficere conatus; quid enim dixerit inter ipſas intereſſe monades? aut ſi quid etiam diſcriminis hic comminiſci poſſit, qui eandem monadem, quovis temporis, quo perdurat, puncto, a ſe ipſa differre noverit? Haud equidem apparet, cur, ſi res duæ accurate ſimiles, altera poſt alteram diverſis temporis momentis eſſe poſſint, non item tempore eodem diverſis in locis haberi queant. Perſpicacis hic vir ingenii non parum averſo erat animo ab omni opinione, qua ſepulta ſemel Scholaſticorum dogmata in lucem iterum protrahi viderentur; interea, quas nobis obtrudit monades, tam omnem intelligendi vim effugiunt, quam quævis illorum *forma ſubſtantialis*, *entelechia*, aut *qualitas maxime occulta*.

Multum porro ſubſidii repoſitum ſibi putabat in ea comparatione animæ, rationum oppoſitarum momenta expendentis, cum bilance a ponderibus appenſis hac, atque illac impulſa, aut vero cum corpore, quod a viribus in contrarias plagas nitentibus urgeretur. Negabat enimvero ſagax ejus adverſarius,

rius, quadrare in animam eum ponderum impulſum, quem in bilancem exerunt, dum illa perſpectis argumentorum in utramvis partem viribus ad eligendum inter oppoſita utitur; cum nihil penitus actionis inerti inſit bilanci, mens vero noſtra non modo iners non ſit, ſed ſe ipſam in alteram flectendi partem facultate polleat. Pati quidem, ajebat, mentem noſtram, dum propoſitæ rationis evidentiam perſentiſcit; at nihil id præter perceptionem eſſe, quæ ſollicite ſeparanda ſit a poteſtate illud reapſe poſtea decernendi, quod percepit: diſcrimen hominis, & machinæ non uno ſenſu, & intelligentia contineri, ſed etiam vi illa agendi propria menti: bilancem ea efficacitate deſtitutam nihil ſibi motus poſſe tribuere, dum ponderibus æqualibus premitur; verum rem, quæ libertate utitur, ſiquidem duplex ad agendum ſe offerat via ſimillima, & rationi conſentanea, alteram eligendi potentiam in ſemet continere, cauſaſque ei ſuppetere poſſe graviſſimas, ne actione ſeſe omni abſtineat. Ceterum ipſo ſole meridiano clarius mihi eſt, quod, cum quid quid de libertate mea mihi conſtat, ex intimo animi ſenſu compertum habeam, iis, quæ huic interno teſtimonio adverſa ſunt, ut aſſenſum adjungam, facere nequeam. Et præſtaret fortaſſis, res adeo a ſenſibus abſtractas Philoſophiæ experimentalis more pertractare, quam integra volumina metaphyſicis in hoc unum argumentum diſquiſitionibus complere. Et vero tam aliena a propoſito, cum de vacuo & atomis diſputatur, videtur quæſtio de libertate, ut non poſſit non cenſeri maxime inſolens, ex hac de illis ferre ſententiam, nimiumque temerarium, Deo negare poteſtatem

tem omnem ſimul procreandi materiam unico voluntatis ſuæ nutu, quamvis tum partibus omnibus perfecte ſimilibus conſtaret.

5. Eidem fundamento & illud Leibnitzianæ doctrinæ caput incumbit, mundum eſſe machinam, ad cujus perfectionis abſolutionem nihil adjici poſſit, cujus partes perturbari, aut deteri nequeant, neque adeo unquam reparari debeant; cogitare, Deum eam per ſe moderari, nihil aliud eſſe, quam de Auctoris ſapientia, atque operis perfectione detrahere. At quis non videat, Leibnitzium hic longius progredi, quam vel aſſumpta principia poſcant? Etſi enim daretur, nihil ſine ratione ſufficiente haberi; nemo tamen definierit, an non melius ſit, ut mundi Conditor per ſe in opus ſuum agere pergat, illud conſervans, ejus motus regens, & ſubinde etiam non nihil permutans, aut reſtaurans. Anne pulchritudini, & perfectioni univerſi metuendum ſit ab actione ſupremi illius moderatoris, qui non aliam normam, quam ſummam ſapientiam ſequitur? Decuerit (haud inficiabor) ordinem omnia univerſe, conſtantemque curſum in natura tenere, atque id non propterea tantum, quod pulchritudo, & elegantia major exigat; verum etiam quod mentium intelligentia præditarum conditio hoc ſtatu rerum haud paullo melior reddatur, quæ ſi nulla certa lege in univerſo hoc omnia evenirent, nihil provide decernere, nihil cum conſilio & ratione eligere, nihil de futuris eventibus e cognitis rerum proprietatibus conſtituere unquam poſſent, neque alias facultates ſuas exercere; at certe is ipſe perpetuus in natura ordo neceſſe non eſt, ut

non

non niſi per varios motus e materiæ inertis affectionibus mechanicæ tantummodo ſubjectis legibus provenientes conſtituatur, quando haud dubie nunquam ad hanc perfectionem, & pulchritudinem natura potuiſſet pertingere, ſiquidem non per alia, quam ejuſmodi principia, fuiſſet primum formata.

Exiſtimavit Newtonus, univerſi ſtructuram longo ſæculorum decurſu a prima ſua conſtitutione debere non nihil deſciſcere, atque eadem reformatrice manu aliquando indigere, qua condita fuit. Verum hæc ſententia a Leibnitzio damnata eſt, quod ad impietatem viam aperiret; & quod magis mirere, ex ea haud obſcurum ſibi ille argumentum ſubminiſtrari arbitratus eſt, quo aſſertam a ſe opinionem fulciret. Ajebat quippe, quemadmodum artificem peritum deceat, perficiendo operi omnem adhibere diligentiam, ita vel minorum virium, vel errori obnoxiæ ſcientiæ in mundi Auctore fore indicium, ſi machinæ ab eo concinnatæ apponenda eſſet manus, aut ne motus vel ſiſtatur, vel a legibus exerret, ejus libramenta quodammodo ad priſtinum ſtatum reduci oporteret. At Newtono haud quaquam a ſupremi Conditoris perfectione alienum videbatur, ſi ita comparatum ederet opus, ut non modo ab eo dependeret, ſed etiam ſuo tempore ex infinitæ ſapientiæ arbitrio renovandum eſſet. Ex univerſo Divinitatis adminiſtrationem, actionemque excludere, idem ſane eſt, ac omnium rerum optimam, perfectiſſimamque eliminare, cujus defectus nullo Mechanices artificio compenſari poteſt. Et vix aliud Leibnitzium in hanc de mundi perfectione opinationem adduxit, quam

immodica ad mechaniſmum, & neceſſitatem propenſio.

Itaque fundamentum, cui tota ea philoſophandi ratio innititur, quæ mundum nobis velut machinam exhibet, quæ cum ei nihil ad abſolutam præſtantiam addi poſſit, in eo, quo nunc eſt, ſtatu perpetuo poſſit perſeverare, non aliud eſt, quam quod eadem efficacitas, & vis permaneat, atque ab alia in aliam materiæ portionem tranſmittatur, quod niſi fieret, mutatio in univerſo ut contingeret, evitari haud poſſet. Viſum eſt Carteſio, motus eandem quantitatem in toto mundano ſyſtemate ſemper perdurare; Spinoſa eandem perſiſtere proportionem motus ad quietem ajebat; Leibnitzius diſcrimen inter quantitatem motus, & vim corporum ſtatuit; illam mutari, hanc in univerſo citra ullam variationem eandem eſſe contendit; quanquam vix aliud ſit, quod tantopere ab experientia, atque obſervationibus, quæ a nemine non facillime fieri poſſunt, diffideat, licet illud etiam daretur, quod ex ejus opinione virium menſura a velocitatum quadratis petenda ſit.

Quod ſi corpora omnia, quæ mundi univerſi compagem conſtituunt, vi elaſtica perfecta forent prædita, eſſet fortaſſis, quod hujus ſententiæ patrocinium ſuſcipiendum ſuaderet; at nuſquam adhuc ulla ſagacitate detegi corpus ejuſmodi potuit; & quotieſcunque duo ſibi occurrunt corpora, minore ſemper cum motu reſiliunt, parte virium per colliſionem deperdita. Si porro ea mollia ſint, amborum motus ſiſtitur, quod alterum penetrari ab altero nequeat, aut (ut cum Leibnitzio loquamur) quod non ſit ratio

ratio ſufficiens, ob quam alterum vincatur ab altero. Jam vero hoc ſi fiat, utriuſque motus omnis extinguitur, & non niſi ſine cauſa, alia, quam ut hypotheſis ſalva præſtetur, ad fluidum neſcio quod recurritur, quod corporum eorum vires in ſeſe recipiat, atque conſervet.

At enim hac ſi libertate uti fas ſit, ut commenti unius rationes ex altero, alterius e tertio, itaque deinceps, accerſat, ecquod erit tandem ſyſtema tam abſurdum, quod hunc in modum tueri non liceat? ſi primas, quas de materia & motu habemus, notiones ſequamur, experientia quam evidentiſſime nos edocet, materiam eſſe natura ſua inertem, & vi elaſtica deſtitutam. Hi nihilominus Philoſophi omni ſuæ materiæ ſubtili perfectam adſcribunt elaſticitatem, atque motuum leges communes eas conſtituunt, quæ in corporibus, quorum nullum adhuc natura exhibuit, locum tantummodo habere poſſint. Et quamvis oſtendere non potuerint, qua ratione vis elaſtica perfecta e mechanicis legibus efficiatur; attamen, ſi illis credamus, in mundo motus omnis mechanicus eſt, & perpetuus.

At nihil eſt, quod indolem hujus Philoſophiæ declaret evidentius, quam mira illa artificia, quæ ad evitandas difficultates inextricabiles adhibita ſunt, quibus vortices premuntur: ac ne tam prope mox ad earum reſolutionem accedere cogerentur, majores tenebras quæſtioni offundere ſunt conati, novis vorticibus in ſingulas materiæ particulas inductis; parati ſcilicet, inde, ſi opus ſit, ad alios rurſus ordinis infinite minoris venire, itaque deinceps, quando

do illis propoſitum eſt, eadem in Phyſica ex infinitis ordinibus infinite parvorum compendia ſectari, quæ non nullis Geometris noſtri ævi in reſolutione problematum obveniunt (*a*). Nempe (ut alibi (*b*) annotavimus) vitioſa Geometria non niſi abſurdæ Philoſophiæ parens eſſe poteſt. Et licet magnitudinis notio ea nobis inſit, ut in quantitate quavis partes, quæ in alias ſemper ſecari queant, animo comprehendamus; attamen abſurdum eſt, eam reapſe infinite dividi, & vel Leibnitzio judice (*c*), quantitas infinite parva non niſi in cerebro effingi poteſt. Sed ut hiſce etiam Philoſophis de infinitis ordinibus infinite parvarum partium materiæ conveniat, atque, ut ſibi de commenti ſui elegantia plaudant; certe nullum illud in ſolidiore Geometria reperiet unquam fundamentum, immo haud deſinet communi hominum exiſtimationi adverſari. Et poſtquam tam copioſe, tam vehementer in vorticum cauſa declamatum eſt, nullum ad hæc uſque tempora proferri potuit in medium experimentum, quod veri ſpeciem eis conciliaret, cum tamen plurima ſint, eaque notiſſima, atque ſimpliciſſima, quæ cum fluidis iſtiuſmodi, eorumque motibus manifeſte pugnant.

Alterum non minus luculentum hujus artis exemplum, qua ſua propugnant dogmata, in exiſtimata illa demonſtratione proſtat, quam contra atomos adferunt, omniaque corpora perfecte dura, quorum

(*a*) Monum. Acad. Reg. Scient. An. 1729.
(*b*) Tract. De flux, in introduct.
(*c*) Theodicæa. § 70.

rum partes flecti nequeant. Ex lege enim (quam continuitatis appellant) quælibet in natura rerum mutatio gradibus ſenſum omnem effugientibus, atque infinite exiguis peragitur, ut corpus nunquam a definitæ velocitatis motu ad quietem, aut ab hac ad illum pervenire poſſit, niſi tranſitu per omnia media celeritatis momenta; e quo confici volunt, atomos, ac perfecte dura corpora cum rerum natura pugnare, quippe cum manifeſtum ſit, id genus duo corpora, ſi in oppoſitas plagas æqualibus motibus lata, alterum in alterum incurrerent, momento temporis extincto motu continuitatis legem violatura (*a*). Sed enim legem hanc univerſalem naturæ ferendi, quæ illis cauſa, quæ neceſſitas? ut enim corporum, quæ præ manibus habemus (conſtitutorum nempe partibus minus firme nexis, atque rurſus ex aliis, aliisquē inferiorum ordinum conſurgentibus, ut proinde ad ipſa elementa, ſive atomos, non poſſit perveniri, niſi reſolutionum numero a nobis nunquam definiendo) ut, inquam, horum corporum partes in colliſione cedant utcunque, haud idem de individuis, primiſque elementis affirmate dicere licet. Emotio illa molecularum e ſitu ſuo cauſam in plexu corporum habet, quæ mole ſua nunquam non meatuum inanium plus complectuntur, quam ſolidæ materiæ, atque ex ejus generis particulis coaluiſſe cenſenda ſunt, quarum cohærendi vis haudquaquam cum ea comparari poſſit, qua materia elementarium partium compacta eſt (*b*). Sed ſi rem omnem perpendamus

(*a*) Differt. de motu Paris. An. 1726.

(*b*) Auctor diſſertationis de motu, cujus ſuperius meminimus, inter

accuratius, illud deprehendemus, fuiſſe hiſce Philoſophis impoſitam neceſſitatem, omnia corpora perfectæ duritiei rejiciendi, quod horum colliſionis effectus nullo modo cum conſervatione ejuſdem in univerſo quantitatis virium cohærere poſſit, aut cum novitia illa opinione, quæ corporum viribus quadrata celeritatum menſuram tribuit: hinc ſcilicet eos ad *continuitatis* legem confugere oportuit, ut e perplexo ſeſe negotio expedirent.

Nam ſi corpus hujus generis perfecte durum in aliud æquale quieſcens incurrat, neceſſe eſt, ut primi velocitas ipſo impactu in utrumque æqualiter diſtribuatur; quod ſi jam vim e quadrato celeritatis metiamur, ſingulis quarta tantummodo pars illius obtinget, quæ ante concurſum inerat primo, & utrumque conjunctim dimidium habebit, ut dimidium alterum perierit penitus, quin ullum præſtiterit effectum. Hujus ut vim argumenti eludant novæ de menſura virium doctrinæ aſſeclæ, quibusdam eorum ſatis eſt, oggerere, nullum in rerum natua repertum adhuc eſſe corpus omnino durum; quanquam nemo non videat, id jure eodem de perfecte elaſticis dici, de quibus interim multa Phyſicis eſt tractatio. At alii longe confidentius hanc corporum claſſem inter ea rejiciunt, quæ

inter alia adfert, quod ſi natura a motus ſtatu ad quietem momento temporis abire poſſet, quin omnes medios velocitatis gradus prius habuerit, fieri deberet, ut deſinat ſtatus prior, antequam illa cognoſcere poſſit, ad quam ei tranſeundum ſit; atque exponi ſibi poſcit, qua ratione ad alterum præ altero tum ſeſe poſſet flecteret? verum ut paucis reſpondeamus, animadvertere ſatis eſt, deſinere moveri eſſe idem, ac quieſcere, neque intereſſe quid medii inter motus, & quietis ſtatum, ſed motu extincto, haberi neceſſitate quietem.

quæ fieri non poſſunt, iis nempe perſuaſi Metaphyſicis obſervationibus, de quibus nunc diximus. Deinceps patebit, quam naviter elaboratum ſit immodico hujus opinionis ſtudio, ut theoria motus, etiam qua parte evidentiſſima erat, implexa redderetur, & obſcura.

Sed quod ultra omnem modum legum mechanicarum vim provexit, Leibnitzii celebris illa doctrina fuit, quam *Harmoniam Præſtabilitam* appellat. Si Carteſium audiamus, animalia meræ ſunt machinæ, quæ tamen opinio nullam apud maximam Philoſophorum partem fidem reperit, velut quæ a veri ſpecie nimium ſit remota: at nihil id eſt, ſi cum eo conferatur, quod nobis Leibnitzius perſuadere conatur, dum docet, nihil animam in corpus, nihil corpus in animam agere, utrumvis diverſis admodum operandi teneri legibus, illam quidem in ſuis perceptionibus, hoc in motibus, ut rerum tam conjunctarum altera alteram nullo modo afficiat; ſed ſpectandas eſſe duarum machinarum inſtar nullo a ſeſe nexu mutuo pendentium, ad volitiones animæ conſequi quidem illico opportunas in corpore motiones, at quæ cauſam in illis penitus non habeant (utpote nulla vi in eas influentibus), verum ex admirabili corporis fabrica conſequantur. Impreſſiones in ſenſus factas nihil effectus habere in animam, ſed in hac congruas perceptiones oriri eodem tempore nexu quodam cauſarum variarum. E Leibnitzii itaque mente, quid quid agimus, loquimurve, nil aliud eſt, quam ſtupendi artificii machinæ effectus. Sed enim, niſi ejuſmodi tandem commenta mittamus penitus, verendum nobis eſt, ne apud prudentem Lectorem uni-

verſa Philoſophia in ſuſpicionem veniat, tanquam fabula in otioſorum modo cerebro enata.

CAPUT V.

Non nulla Superiorum animadverſionum conſectaria.

I. QUæ ſuperioribus capitibus attulimus, illud cumprimis nos docent, quod eruditi illi viri, quamvis mire fœcundi ingenii in ſuis ſcriptis nobis monumenta reliquerint, nihilo minus, ac reliqui omnes, qui conſimili methodo philoſophandi uſi ſunt, a principiis multum ſupra mentis vires poſitis ſint exorſi, cum omnem cauſarum ſeriem evolvere ſunt aggreſſi, atque Philoſophiæ ſyſtema humani intellectus facultatibus longe ſuperius moliri. Qua re factum eſt, ut rerum intima natura, primæque cauſæ infinito ſemper intervallo eorum ingenii perſpicaciam excedere pergeret, dum interea indubitata experientia, & obſervationes manifeſtæ tantopere prædicatas eorum contemplationes convellunt.

In eo elaborare nos convenit, ut ab effectibus ad cauſas proxime effectrices, inde ad remotiores, velut totidem gradibus, ad ſupremam uſque enitamur. Dei e rebus creatis nobis comparanda eſt cognitio, nequaquam vero ex imperfectis illis notionibus, quarum capaces ſumus, ſupremi entis, & ad cujus naturam perſpiciendam tot ubivis arcana aditum nobis præcludunt, perveſtiganda eſt adminiſtrandi ratio, qua ille in univerſo hoc utitur. Id ſi fiat, tum

enim-

enimvero naturæ cognitio ad religionis, quam ratio docet, fundamentum non parum adferet ſoliditatis. At quis ſine riſu videat inanes illas molitiones, e mera hypotheſi naturæ ſcientiam eruendi, quæ eum in finem tantummodo excogitata ſit, ut nobis perſuadeamus, ſyſtema Metaphyſicum ad majorem inde perfectionem provehi; aut etiam ut non nullis dubiis Theologiæ naturalis commodius occurratur. Denique plane ex his convincendus eſt animus, ad veritatem non niſi per obſervationem, & experientiam, auxiliarem manum præbente Geometria, aſpirandum eſſe, priuſque analytica methodo omnia indagare oportere, antequam ſyntheſis ex inventis ſyſtema condere audeat.

Ad hæc tot ſucceſſu deſtituti conatus frænum injicere debent aviditati noſtræ perfectorum omni ex parte Phyſicæ ſyſtematum, greſſumque cohibere, dum viam amittimus ex oculis, relicto poſteris ulterioris progreſſus emolumento, & gloria, quando dies ipſa, & diuturnior experientia idoneis ad id eos viribus inſtruxerit. Neque enim dubitare poſſumus, quin natura multa plane ſequentium ſæculorum induſtriæ reſervet, niſi nos intempeſtivo ſtudio conſilia ejus prævertendi, inventioni moram injiciamus. Hac ſi in naturæ ſtudio circumſpectione utamur, ætas quælibet novis opibus ſcientiæ theſaurum augebit, quæ adhuc recondita ſunt, ſenſim in lucem proferentur, artes incrementa capient, hominum denique genus omne facultates ſuas excolet, eoque majore cum dignitate gradum ſuum in univerſo tuebitur, quo ad accuratiorem ſemper naturæ cognitionem pertigerit.

2. Hac nempe methodo theoreticæ Matheſeos partes ad eum perfectionis apicem, quo nunc conſi-

ſtunt, evectæ ſunt, dum illuſtrium virorum ſolertia, multorum licet ſæculorum intervallis ſejuncta, in eundem ſemper ſcopum conſpiravit. Coluerunt hanc ſcientiam primi Ægyptii, auctiorem reddiderunt Græci, apud Arabes ex Europa profuga non modo aſylum reperit, ſed florente eorum imperio magnus etiam ei honor ſemper habitus; denique poſt reſtitutas memorabili illa rerum converſione in Europa literas, in illius admirandis progreſſibus ſuam eruditi noſtri ævi gloriam maxime conſtituerunt.

Nili exundatio Ægyptios in neceſſitatem adduxit artem quampiam excogitadi, qua terras ſuas dimetiri poſſent, qua e re Geometriam nomen ſuum ſortitam eſſe volunt. Sacerdotibus porro earum regionum nec otium, nec ingenium deerat eam uberius percolendi, atque in ſcientiæ formam redigendi; quin ipſi non nulli eorum Reges de eo argumento ſcripſerunt. Thales ejus principia ſecum in Græciam attulit, quæ tanta illic ſedulitate longius ſunt promota, ut pars Geometriæ elementaris brevi tempore ad ſuam pertingeret perfectionem, cujus etiam tanta erat exiſtimatio, ut Mathematum velut eminentioris præ ceteris diſciplinæ nomine inſigniretur (*a*). Ex eo vero oraculo, quo Apollinis ara cubica duplicari jubebatur, plus profecto emolumenti Geometria retulit, quam Athenienſes, quorum urbs tum peſtilente morbo conflictabatur, quippe inde Platoni oblata occaſione celebre problema de duplicando cubo accuratius diſcutiendi, atque Geometriæ ſolidorum initio dato. Hanc deinde ſcientiam inſigniter

(*a*) Μαθήματα, diſciplina, ſcientia; a μανθάνω diſco.

ter Archimedes (cui parem vix habuit Græcia) promovit, reperta areæ parabolicæ quadratura, non nullis etiam ad circuli dimenſionem pertinentibus, aliiſque pluribus eminenti illius ingenio reſpondentibus.

Attamen non niſi ſenſim ad hæc perventum eſt, & quandoque etiam lentis admodum greſſibus. Cum repertum forte eſſet a quopiam, tres trianguli æquilateri angulos æquari duobus rectis, alio opus fuit inventore, qui detegeret, idem etiam in triangulo, quorum bina tantummodo latera æqualia ſint, ſive iſoſceli, locum habere; ac rurſus alio, qui oſtenderet, theorema communiter ad omnia pertinere triangula (*b*). Haud aliter res agebatur, cum provectior jam hæc ſcientia ad ſectiones conicas ſeſe extenderet: nam planum ſectionis non niſi ad latus coni perpendiculare adhibebatur; & quidem in cono lateribus ſuis angulum rectum comprehendente ſola parabolæ ſectio conſiderabatur; ellipſis putabatur tantum obtineri, ſi conus acuti anguli ſecaretur; & hyperbola, ſi coni angulus obtuſus foret. Adhæſit curvis illis e ſectionibus repertis nomen a tribus hiſce conorum generibus deſumptum non exiguo annorum intervallo, donec Apollonius monſtraret, omnes eas ſectiones in uno, eodemque cono haberi poſſe, quo invento Magni Geometræ ſibi tum cognomen promeruit.

Atque his tam exiguis momentis nobiliſſima illa ſcientia pedetentim ad arduum conſcendit faſtigium, in quo eam non ſine admiratione ſuſpicere poſſumus. Problematum difficultas, quorum ſolutio unius aliquando ſæculi vires, & operam ludere videbatur,

(*b*) Procli *Comment.* in Euclidem.

batur, altero demum ſubacta eſt, dum tertio ita eſſent complanata, ut ſuo pene exciderent pretio, & vix digna reſolutionis induſtria cenſerentur. Theoremata primum reperta, plerumque ad peculiares tantummodo conditiones reſtringebantur, verum ſubinde ad maxime generalia, & latiſſime patentia viam ſternebant, quæ ipſa anguſta ſæpe, multiſque horrens ſalebris progreſſus morabatur, donec planior, ac compendiaria alicubi ſeſe explicaret. Interim nihil majore ſollicitudine per omnem hanc incrementorum ſeriem providebatur, quam ut certa evidentia, velut ſcientiæ hujus character nitidiſſimus, conſervaretur illibata. Et quamvis ab eo tempore, quo in Græcia effloruit, multa abierint ſæcula, dum Europæ reſtitueretur; attamen cum veteres omnia & ſolidiſſimis inædificaſſent fundamentis, & nihil, quod non firmiſſime cohæreret, unquam adjici ſint paſſi; ſcientiis ad priſtinum revocatis nitorem noſtri temporis eruditi non modo in eorum voluminibus moli parem repererunt baſin, ſed etiam normam, quam ſequerentur.

Et in hoc Mathematicarum diſciplinarum progreſſu, qui ex totius prope humani generis ſolertia extitit, imaginem quandam mihi cernere videor hominis, inde a prima infantia, per omnes ætatis gradus ad juſtam denique tum mentis, tum corporis habilitatem pervenientis. Erant quidem primorum conatus & debiles, & nulla experientia ſuffulti; at hac paullatim aucta, eo felices plurium ſæculorum labores ceteros provexerunt, ut nihil pene illis ſeu nimis arduum videatur, ſeu nimis ſublime.

3 Quod

3 Quod ſi animum ad ea advertamus, quæ in Philoſophiæ naturalis hiſtoria retulimus, haud difficile erit perſpicere, cur hujus tam diſpar ſit ſors, curve in ea pulcherrimi illius proceſſus tam rara ſeſe offerant veſtigia, quem in Geometria inde a primis elementis uſque ad gradum maxime ſublimem non ſine voluptate ſpectavimus. Cum enim in natura perſcrutanda naviter elaborandum eſſet, Philoſophi in ſuis meditationibus provehendis toti erant. Cum illius effecta, & operandi ratio omni diligentia eſſent deſcribenda, hi non niſi commentis ſuis volumina complebant: cum in perplexis judicium cohibendum eſſet; illi temere ferebant ſententiam: cum in plano promovere gradum deceret, ſubſiſtebant illi: quod ſimplex erat, diſſecabant; explicabant, quæ dubitationi non erant obnoxia: at cum nodus incideret inextricabilis, artificiis a natura alienis ſeſe difficultati ſubducebant, neſcio qua fallace ſcientiæ ſpecie reperta, quæ communi omnium hominum ſenſui vim adferebat. Ut temere adſcitum axioma firmarent, comminiſcendum illis erat alterum, mire ſemper fœcundo ingenio ad excogitanda nova fulcra, dum prima ruinam minitabantur. Adornabantur variæ hypotheſes, non quidem propterea, ut obſervata in natura ad ordinem, & certas quaſdam revocarentur regulas, qui ſane uſus vitioſus non fuerit; ſed ut in ipſis ſcientiæ conſtituerentur principia. Atque his tantum tribuebatur, ut neque abſurda inde derivata conſectaria, neque manifeſta obſervationum repugnantia adverſus eas quidquam valerent; verum rhapſodiæ ejuſmodi auctor ne quidem penſi habebat id genus difficultates, illud agens unice, ut cœptam fabulam ad exitum perduceret.

Hunc in modum ſecta quælibet alterius molitiones partem maximam evertebat. Adhibebantur ſub initium numeri & harmonicæ quædam Pythagoræorum proportiones ad maxima naturæ arcana explicanda : tum vero ideæ Platonis ; materia, & forma Ariſtotelis ſuo quæque tempore primas tenebant, quamvis non niſi hominum ignorantiæ velum obtenderent. Epicurus id egit ſua Philoſophia, ut, quod ſenſus & ratio certiſſimum habent, extirparet radicitus, nec tamen ob id deſtitutus diſcipulis, qui ſyſtema tum abſonum & fulcire, & perpolire ſatagerent. At Sceptici in alterum prolapſi extremum ita perdite adamabant ſuas tenebras, ut ne quidem evidentiſſimæ veritatis radios admitterent , ſatiuſque eorum quibuſdam viſum eſt, vel de eo dubitare, num dubitent, quam ut rem ullam ſibi perſpectam eſſe faterentur : utroſvis nihilominus copioſum ſtipabat ſectatorum agmen. Subſecutis dein temporibus ea ſolum parte Philoſophiæ conſtabat pretium, qua obſcuris, & mendacibus explicationibus provehendæ ſuperſtitioni erat idonea. Ævo hoc noſtro ideæ claræ Carteſii, Metaphyſicæ Leibnitzii meditationes plurimorum concitaverunt admirationem, qui veræ Philoſophiæ loco eas ſunt amplexi, ut nihil de Spinoſæ delirationibus, aliorumque commentis vel recordatione indignis dicamus.

Cum ſuperius per varias ætates deductos Philoſophiæ progreſſus contemplaremur, facile intelleximus, eorum operam, qui in procudendis ſyſtematis, aut iis ad univerſam naturam extendendis occupabantur, primum quidem plauſu dignam videri potuiſſe; at cum longius procederent hæ molitiones, in ejus-

modi

modi ſemper conſequutiones offendiſſe, a quibus non poſſet non abhorrere, cujus judicium nondum ſpecioſis illis commentis eſſet corruptum. Alii, cum animum penitus in eo conſilio haberent obſtinatum, ut nihil niſi e Mechanicæ legibus explicarent, omnia demum, præter materiam, & motum, ex univerſo hoc eliminarunt; alii ex oppoſito nihil recipiendum exiſtimarunt, quam perceptiones, reſque perceptas; quæ ratiocinandi methodus quoſdam eo adduxit, ut proprias tantummodo perceptiones retinendas cenſerent. Rurſus alii cauſas proxime efficientes aſpernati quodammodo, ad primæ omnia efficacitatem referebant, naturæ pulchritudine penitus ſublata, atque illic conſtituto philoſophandi initio, quo omnis noſtra perveſtigatio deſinere debet. Denique cum quis quam longiſſime ſyſtematis terminos proferre conaretur, memorabile tandem illud operæ fecit pretium, ut cum ad perfectionem jam prope attingere, atque omnium rerum explicationem complecti videretur, tum vero falſitatem in aperto conſtitueret, quod eam ad abſurdum uſque provexiſſet. Carteſii hypotheſis plures habitura fuiſſet ſectatores, niſi Spinoſæ impietas cohibuiſſet. Leibnitzii ſyſtema, & immutabilem in cauſarum nexu neceſſitatem, plures fuiſſent amplexi, niſi eos monadum doctrina, & harmonia præſtabilita abſterruiſſet; & cum facile in animum induxiſſent, veram materiæ naturam rejicere, haud tamen a ſe impetrare poterant, ut etiam animam inter commenta reponerent.

Tanta opinionum diſcordia, perpetuæque inter Philoſophos lites, multis tum noſtris hiſce temporibus, tum lapſis dudum retro ſæculis, perſuaſerunt,

nequicquam nos ad certi aliquid in Phyſica eniti, quod ſucceſſum ipſa principiorum hujus ſcientiæ imbecillitas fruſtraretur, cui nulla ars, nulla induſtria mederi poſſet. Verum ex eorum inventis, qui non effictas in animo ſuo rerum imagines, ſed ipſam naturam in conſilium vocarunt; maxime autem ex iis, quæ Newtonus tradidit, patuit clariſſime, culpam non in Philoſophiam, ſed in Philoſophos recidere. Ceterum nunquam ſatis aureum illud illuſtris hujus viri monitum eorum animis inculcari poteſt, qui cum emolumento operam in naturæ ſtudio ponere deſiderant: *quid quid enim*, inquit, *ex phænomenis non deducitur*, hypotheſis *vocanda eſt*: *& hypotheſes*, *ſeu Metaphyſicæ*, *ſeu Phyſicæ*, *ſeu Mechanicæ*, *ſeu qualitatum occultarum in* Philoſophia experimentali *locum non habent. In hac Philoſophia propoſitiones deducuntur ex phænomenis*, *& redduntur generales per inductionem. Sic impenetrabilitas*, *mobilitas*, *& impetus corporum*, *& leges motuum*, *& gravitatis innotuerunt.* Syſtema perfectum fruſtra quidem uno ab homine, fruſtra uno ſæculo, & fortaſſis etiam plurimorum ſæculorum decurſu fruſtra expectatur; & ſiquidem ſpes ſe dediſſet unquam operis ejuſmodi unius hominis viribus conficiendi, ſane ea in nullo alio, quam Newtono reponenda fuiſſet; ſed enim magis ille ſibi naturam perſpectam habuit, quam ut tale quid aggredi auderet. Juverit interea, quam longe progreſſus ſit, conſiderare, atque præcipua illius inventa expendere.

Finis Libri Primi.

Expo-

EXPOSITIONIS
PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ
LIBER II.
Theoria Motus, & Mechanicæ.

CAPUT I.
De Spatio, Tempore, Materia, & Motu.

I. QUemadmodum animus ſibi intime conſcius, ſuarumque certus cogitationum, dubitare neminem ſinit, quod reapſe ſit, eaſque mente agitet; ita idem certos nos reddit, eſſe extra nos res alias, vires, & cauſas, quæ in nos agunt: et-

enim complures inde in nobis exiſtunt perceptiones, atque illæ cum primis, quas dolor comitatur, quas anima noſtra patitur verius, quæque a cauſis noſtro arbitrio non ſubjectis, etiam fruſtra obnitente voluntate efficiuntur. Hæc omnia rerum genera duplicem in claſſem univerſe commode partimur, quarum prima eorum, quæ vires ſibi inditas ſponte ſua exercendi facultate prædita ſunt, ſemet movendi poteſtatem, aliaſque affectiones poſſident illis non diſſimiles, quas in nobis experimur, cum ratiocinamur, judicamus, volumus, amore, odio concitamur &c. Claſſe altera rerum extra nos collocatarum illa continentur, quæ hac virium ſpecie deſtituta, & naturam patiendo potius, quam agendo natam, ſortita ſunt, nunquam ſe ipſa movent; nunquam, ſi mota ſint, citra cauſam externam moveri deſinunt. Si quando in his motum advertamus, quin motricem cauſam ſenſu percipiamus, illico eum actioni rei cujuſpiam alterius, etſi ſenſum omnem fugientis, adſcribimus: adeo ſcilicet de horum inertia perſuaſi ſumus. Quod ſi iſtorum quodpiam in locum certum repoſuerimus, nunquam ſane vel minima nobis occurrit dubitandi ratio, quin illic rurſus reperturi ſimus (niſi forſan ab alio inde dimotum ſit), quamvis tempus abierit interea longiſſimum. Aque hac inertia, locum, conditionemque mutandi impotentia, res in alteram relatæ claſſem a priore diſcrepant præcipue, ſuntque corpora, & materia; uti primam animæ, aut ſpiritus conſtituunt.

2. Illud autem loci hujus non eſt, ut diſquiramus, qua ratione utravis eorum claſſis, quæ extra nos ſunt conſtituta, mentem noſtram afficere, tan-

tantamque impreſſionum, ac imaginum varietatem gignere in animo poſſint; neque etiam a nobis iſthic quis poſtulet, ut, quam exacte notiones noſtræ res ipſas exhibeant, quæve inter utraſque ſimilitudinis ratio intercedat, decidamus. Extra dubium vero videtur, eam repræſentandi ſpeciem, qua prius jam habitæ notiones tantummodo repetuntur, eſſe illis multo accuratiorem, quas denuo exhibent; & ſi quem hominem ſæpius viderimus, ſi quo in loco frequentius ſimus verſati, ſi quam figuram pluries contemplati ſimus, inde enata notio multo accuratius impreſſioni in ſenſus factæ reſpondet, quam doloris verbi cauſa, quam ipſimet nobis effinximus, congruat cum ſenſatione, quam dolorem paſſi habuimus. Et quemadmodum nullius roboris eſſet argumentum, ſi quis eo ex capite in dubium revocare vellet, an aliorum hominum anima ratione prædita ſit, quod ea longe quid aliud eſſe poſſit, ac nos mente concipiamus; ita nihil prorſus adverſus res corporeas ex eo conficitur, quod earum intima natura, in qua proprietates cuivis peculiares reſident, ab affectionibus, quas in iis experimur, diverſa admodum fortaſſis ſit, nobiſque ignota. At illud etiam cavendum, ne parum adeo notionibus, quas de rebus exterioribus habemus, tribuamus, ut non alio eas cenſeamus loco, quam voces, ac ſigna mere arbitraria, quibus id demum efficiatur unice, ut alias ab aliis ſecernamus. Etenim iis certe debemus, quod rerum proprietates cognoſcamus, quod vim aliarum in alias mutuam, quod actiones in noſtram animam, quod rationes, comparationeſque earum perſpiciamus, quod denique eam habeamus notitiam tum noſtri ipſorum,

rum, tum aliorum extra nos poſitorum, quæ plurimum commodi nobis adfert. Sic profecto, dum inter ſe ſe eas conferimus, dum diſcutimus, de ordine, & perturbatione, de pulchritudine, & deformitate, de conſenſu vel diſſenſu rerum a legibus judicium ferimus. Inde quoque numeri, proportioniſque profluit cognitio, ſcientiarum ſcilicet tam utilium, tam vaſtarum fundamentum.

3. Vis porro ſuæ agendi mens noſtra intimam habet conſcientiam, quando ad notiones ſuas advertit, eas ad examen revocat, redigit in ordinem, e ſimplicibus complexas nectit, denique dum ratiocinatur, dum eligit, dum decernit. Hinc vero, & e rerum externarum in eam actione, nec non cognitione, quam de naturæ ſtatu jam hauſit, cauſæ, effectuſque notitiam facile acquirit. Si ex figuræ cujuſpiam in tabula depictæ aſpectu conſimilis fere apud omnes, qui eam cernunt, in mente imago enaſcitur, an dubitet aliquis, eſſe rei hujus cauſam aliquam vere effectricem, cum tamen nemo ſit omnium, qui poſtquam ad numeroſum auditorem diſſeruit, non exiſtimet, ſibi tribuendum eſſe, quod eo ſermone in aliorum mentibus effectum eſt, quamvis non minus obſcurum ſit, qua ratione verborum notio in aliorum animos tranſeat, quam qui fiat, ut figura illa mera in ſenſus impreſſione ſpectatoribus omnibus quodam modo communis evadat? Nec deſunt complura alia, quæ adverſus oppoſitam philoſophandi rationem adferri poſſent, eo ſcilicet deducturam ſequaces ſuos, ut neceſſe illis ſit admittere, res externas una cum noſtris perceptionibus mutari, fierique alias, cum vel

ab

ab aliis percipiuntur, vel ab iiſdem tempore, locove alio. At ut iſthæc ab operis noſtri inſtituto tam aliena, quæque, ut omni carent utilitate, ita a communi hominum judicio diſſident, perſequamur ulterius, nemo exiget.

4. Corpus ob propriam ſibi inertiam, naturamque, ſi dicere liceat, paſſivam, non modo nunquam ſtatum ſuum ex ſeſe mutat, verum etiam cauſis mutationem quampiam inducentibus reſiſtit. Cum quieſcit, non abſque difficultate movetur; cum in motu eſt, certa vi opus eſt, ut ad quietem reducatur. Vis, qua in ſtatu ſuo perſeverare conatur, ac mutationi ſeſe opponit, vis inertiæ appellatur, atque ex omnium partium, quibus conſtat, inertia conſurgit, ideoque materiæ quantitati reſpondet, quæ in corpore continetur, ut non aliunde de hac judicium ferre poſſimus, quam ex inertia corporis. Et recte id ſane, cum experiamur certiſſime, dum molem corporis duplam, triplamve ſumimus, vires quoque duplicandas, triplicandaſve eſſe, ut eadem, qua ſimplam, velocitate movere poſſimus, aut ea demum impulſum ratione augendum, minuendumve eſſe, qua corpus auctum, minutumve fuerit. Et ſi quidem partes ſimplices corporum ſolidæ, & meatibus deſtitutæ, mole æquales æqualem vim inertiæ poſſideant, id, quod diximus, ſemper accurate verum erit; at vero ſi materiæ ſint diverſa genera, ut alterius partes dimenſione æquales inertia majore ſint præditæ, quam partes alterius elementares; ut ejusdem ſortis comparentur corpora, neceſſe eſt, ut inertia rationem materiæ obtineat. Quamvis autem nihil

hil ſit, quo minus varias materiæ claſſes dari poſſe credamus; attamen ſi experientiam ſpectemus, ſola diverſæ denſitatis, raritatiſve ratio, qua intervallorum inanium numerus major, minorve in corporibus conſtituitur, ſufficit, ut inde inertiæ diſcrimen, quod in eadem variorum corporum mole deprehendimus, deducamus.

5. Spatium quaqua verſum nullis certis limitibus extenditur, immobile, uniforme, ac omnibus in partibus ſibi ſimile, liberum, reſiſtentiæ expers. In ſe quidem ex partibus conſtat, quæ in minores alias dividi poſſint, hæ iterum in alias uſque in infinitum; at vero ſeparatio in his partibus, tranſpoſitio, atque ſitus cum contiguis permutatio nulla concipi poteſt.

6. Corpus in ipſo ſpatio ſuam habet extenſionem; eſt mobile, certa figura circumſcriptum, ſolidum, impenetrabile, ſua inertia actionibus extrinſecis reſiſtens, in partes minores, ac minores in infinitum ſectile, quæ etiam inter ſe ſeparari, ſitum, ac diſtantiam infinitis modis mutare poſſint.

7. Cogitationum, quas quiſque habet, ſucceſſio, ac rerum externarum, quarum e naturæ legibus aliæ ſequuntur alias, continuus ordo, facile durationis, temporiſque notiones, nec non menſuræ ejus in nobis generant. Ac tempus quidem verum, ut in ſe eſt, æquabiliſſimo, & nuſpiam variato fluxu decurrere concipimus, quod ſolum exacte dimetiendis aliarum rerum mutationibus ſit aptum: niſi enim tem-

temporis menſuræ, qua rudi admodum, & parum accurata utimur, neceſſariæ adhibeantur correctiones (ex Satellitum Jovis eclipſibus, & maxima Aſtronomicorum phænomenorum parte petitæ) computationes noſtræ erroribus ſunt obnoxiæ. Et quamvis fieri poſſit, ut temporis fluxus diverſis mentibus inæquabilis videatur, idque magis, minuſve, ut earum diverſa fuerit perfectio; attamen vero non eſt ſimile, tempus in ſe a rei cujuſdam creatæ cogitandi ratione dependere. Tempus in minores partes ſemper diviſum intelligi poteſt, quin ullus certus limes ſtatuatur, infra quem ejus portiones decreſcere nequeant, licet cuivis rei peculiari definitum temporis ſpatium ultimum ſit, quod percipere poſſit, quemadmodum etiam in aliis magnitudinum generibus *minimum quodpiam ſenſibile* datur.

8. Motus eſt mutatio loci, hoc eſt, partis ſpatii, quod corpus ſua extenſione occupat, eſtque *realis*, ſive *abſolutus*, dum ſpatium abſolutum mutatur; *relativus* dicitur, quando corpus ſolum reſpectu vicinorum locum alium acquirit, ac *apparens*, ſi id fiat talium comparatione, quæ nobis quieſcere videntur. Et quoniam partes ſpatii abſoluti ſenſibus non ſubjacent, inter præcipuas in Philoſophia difficultates habetur, ut motus veri ac reales ab iis diſcernantur, qui tantummodo tales apparent, ex qua tamen ambiguitate quandoque ſe quis expediet, ſi debitam præcavendis erroribus ſolertiam adhibeat, motus natura, & proprietatibus in conſilium vocatis, ubi jam perſpecta ſunt, ac legitimo ratiocinio e cauſis, effectiſque deducto. Sic motus circularis nunquam

eſt ſine vi quadam centrifuga, e niſu corporis linea recta progrediendi enata, indeque fit, ut per eam circa æquatorem telluris gravitas minuatur, motuſque pendulorum lentior evadat, ſingulis oſcillationibus plus temporis requirentibus, quam prope polum alterutrum, quo argumento motus diurnus telluris circa axem ſuum liquido evincitur. Ex oppoſito diurnæ revolutiones corporum cœleſtium circa terram non niſi apparentes eſſe poſſunt; etenim hic motus verus ſi eſſet, vim a centro recedendi immenſam efficeret, ac dubio procul etiam nobis percipiendam, utpote cum in ſpatiis liberis perageretur, orbibus illis ſolidis graviſſimis de cauſis jam dudum e cœlo deturbatis.

9. Equidem non ignoro, eſſe inter Metaphyſicos magni nominis, qui notionem ſpatii abſoluti a nobis datam reprehendant, accuſentque Mathematicos, quod ideis ſuis rerum verarum proprietates affingant; at enim iſti ſi debita cum diligentia motus phænomena accurate circumſpicerent, facile animadverterent, iniqua ſe cenſura uti. Nemo ignorat, qui rerum creatarum ſtatum perpendit, dari motum; corpus ſemel ad hunc concitatum, in eodem perſiſtere, donec actione rei alterius, & vi externa eum perdat; verum ex corporum inertia nullum produci niſum, ut motum apparentem ſolum, ac relativum conſervent. Sic ſi motus telluris ſiſteretur, aſtrorum omnis diurna revolutio evaneſceret, quin minimam illis vim adhibere neceſſe foret, & ſi ſideris cujuspiam motus apparens motu alio in partem contrariam impreſſo tolleretur, reliqua curſum ſuum tenere pergerent,

vis

vis centrifuga ad æquatoris plagas perſeveraret eadem, eadem ſphæroidea oceani figura: quæ omnia ex vero Telluris circa axem ſuum motu veriſſime conſequuntur. Quibus motuum theoria minus perſpecta eſt, citra difficultatem in hoc conveniunt, quod corpus quieſcens natura iners ſtatum ſuum per ſe haud mutare unquam poſſit, quamvis non item tam manifeſtum illis ſit, corpora ſemel mota ad quietem ex ſe nunquam reditura. Verum hic corporis in quiete manendi conatus locum non habet, niſi ad ſpatium abſolutum referatur; neque id ſane concipi poteſt, niſi ſpatium ipſum ejuſmodi detur. Turbinem circa axem ſuum motum ſat diu in gyros agi videmus, ac ſi quod aliud interea corpus in ejus ſuperficiem decidere ſinas, illico hoc rejiciet turbo, nequaquam ſecum in circulos abripiet. Quamdiu navis curſu æquabili fertur, corpora in ejus foris collocata ſitum ſuum, non ſecus, ac ſi omnia quieſcerent, conſervant; aſt ubi motus ſiſtitur, verſus eam partem impulſa labuntur, quam navis ventis acta ſpectabat, quæ ſcilicet inertia ſua nequaquam quietem illam, quam navis comparatione habebant, tueri conabantur, ſed eum ſolummodo ſtatum, ſeu motus, ſeu quietis, in quo ſpectato ſpatio abſoluto fuerant. Plura quidem in hanc rem ſuppeterent, quibus liquido oſtendi poſſit, naturæ phænomena exponi haud poſſe, niſi motus verus ab apparente; ſpatium verum, & abſolutum a relativo diſcernantur; verum quid quid obmoveant Philoſophi iſti, non alterius rei clariorem habemus comprehenſionem, quam ſpatii; & quamvis fortaſſe non nulla ex iis, quæ pertractanda ſuſcepimus, litibus haud ita facile dirimen-

mendis occaſionem præbere poſſint, ſcimus tamen etiam, nihil prorſus eorum, quæ in rerum naturalium indagatione occurrunt, ab hoc incommodo eximi; noſtrum igitur erit, naturæ cognitionem ad eam claritatem, cujus capax eſt, provehere, eaque firmitate conſtabilire, ad quam vires noſtræ pertingunt; at ut omnibus numeris abſolutam nobis promittamus, id utique a ratione alienum foret, ut jam alias (Lib. I.) diximus.

10. Quoniam corpora a mero ſpatio facile per reſiſtentiam ſuam, ac inertiæ vim diſcernuntur, evidens eſt, non omnia ubique ſpatia materia æque plena eſſe; quin variæ a Philoſophis inſtitutæ obſervationes manifeſte evincunt, etiam in corporibus, quæ denſiſſima novimus, materiæ quantitatem, ſi toti conferatur volumini, exiguam eſſe. Radii luminis in omnem partem meatus in globo vitreo reperiunt, quos tranſmittant, non modo luculento exilitatis partium lucis argumento, ſed etiam ingentis raritatis vitri. Idem de magneticis, electriciſque effluviis omnia pervadentibus quam liberrime, nec non de aliis ſubtiliſſimis fluidis corpora in Chemicis experimentis penetrantibus ſentiendum. Sed quod ad illas materias ſubtiles, quas Philoſophi corporum meatibus explendis, & excludendo ex hoc univerſo vacuo excogitarunt, quædam ſuperiore jam libro annotavimus, ac etiam deinceps ſe ſe dabit occaſio, ut oſtendamus, quam parum ſubſidii in iis ad explicanda naturæ phænomena inſit, quorum cauſæ putantur.

11. Spa-

11. Spatium, & tempus per motum ſeſe mutuo metiuntur; ac tempus quidem continuo fluxu evaneſcit; ſpatium vero deſcriptum rei perdurantis modo concipimus. Dum æquabilibus temporis partibus ſpatia æqualia motu percurruntur, is æquabilis eſt, celeritate nulli per id tempus variationi obnoxia; at ſi ſpatia æqualibus temporibus confecta continua quadam ratione creſcant, motus eſt acceleratus, uti ex oppoſito retardatus, ſi ſpatia perpetuo fiant minora. Univerſe celeritatis menſura eſt ſpatium, quod mobile tempore quopiam dato deſcriberet, ſi ea interea æquabilis, ac conſtans maneret. Hinc porro manifeſtum eſt, ſpatium motu uniformi percurſum eſſe in ratione compoſita temporis, & velocitatis. Exhibeat AB, quæ eſt baſis figuræ, tempus, quo motus durare ponitur; PM vero ad baſin normalis, ſeu ordinata, in quovis puncto P, celeritatem, quam corpus eo momento temporis habet, (hoc eſt, ſpatium, quod ea cum celeritate tempore dato poſt illud momentum æquabiliter confici poſſet): erit area hinc genitæ figuræ ABD menſura ſpatii tempore AB deſcripti. Parallelogrammum rectangulum itaque, cujus baſis exponit tempus, altitudo velocitatem, metitur ſpatium motu æquabili decurſum; at ſi motus uniformiter acceleretur, hoc eſt, ſi corporis velocitas æqualibus temporis incrementis æqualiter augeatur, ſpatii menſura per triangulum exhibetur, in quo baſis tempus deſignat, celeritatem perpendicularis ad baſin, quæ in eadem ratione cum baſi creſcit. Et quoniam triangulum eſt dimidium parallelogrammi ſuper eadem baſi, & ejuſdem altitudinis, ſpatium motu uniformiter

Tab. I. fig. 1.

acce-

accelerato, dato quovis tempore confectum, dimidium quoque eſt illius, quod velocitate in fine temporis acquiſita, ac conſtante interea percurri potuiſſet. Sunt præterea triangula ſimilia in ratione duplicata laterum homologorum; igitur etiam ſpatia, quorum menſuræ ſunt, motu uniformiter accelerato deſcripta in ratione duplicata celeritatum eſſe debent, quæ in fine temporum acquiruntur. Eadem trianguli figura dimetiendo ſpatio motus uniformiter retardati adhibetur, modo tempus uſque ad motus extinctionem accipiatur, ac celeritatum ordo invertatur. In aliis motibus ſpatia non niſi per areas curvilineas exprimi poſſunt; & quia curvarum quarundam ea eſt indoles, ut quamvis in infinitum producantur, ordinatis certa quadam lege perpetuo decreſcentibus, areæ nunquam datum aliquod ſpatium finitum æquare poſſint; legitime conſequitur, ſimili ratione celeritatem in motu retardato poſſe imminui, ut quamvis infinito tempore perduraret motus, ſpatium tamen ad datæ lineæ finitæ magnitudinem nunquam pertingeret. Sic ſi ponatur celeritas prima hora temporis dupla illius, quam corpus hora altera habet; tertia æquare dimidiam ſecundæ horæ, itaque deinceps, ſpatium his motibus quamvis longiſſima ſæculorum ſerie percurſum, nunquam duplum fieret illius, quod intra primam horam eſt deſcriptum.

12 Cum motus quantitas ex motu omnium partium corporis conſurgat, ea eſt in ratione compoſita ex quantitate materiæ, & volocitatis. Si maſſa corporis A ſit ut 2, celeritas ut 5; corporis B quantitas materiæ ut 3 moveatur celeritate ut 4;

quan-

quantitas motus corporis A erit ad quantitatem motus corporis B in ratione compoſita ex 2 ad 3, & 5 ad 4, hoc eſt ut 2 × 5 ad 3 × 4, ſeu ut 10 ad 12. Facile autem intelligitur, nullam eſſe rationem, ob quam inter quantitatem motus corporis, & inter vim corporis moti, diſcrimen ſtatuatur, quoniam tota vis, & energia corporum ab eorum motu dependet Attamen illud nemo requiſierit, ut omnis motuum effectus ſit eorum quantitate definitus, niſi ſecundum vera Mechanicæ principia & temporis, & directionis, juxta quam actio ſit, ratio habeatur. Corpus vi motus æquabilis dato tempore datum percurret ſpatium: at nullum tam magnum ſpatium effingi poteſt, quod idem non deſcriberet, ſi nullus temporis limes figeretur; & dum corpus in alterum corpus agit, varii omnino ſunt effectus, qui ſecundum varias directiones eduntur. Accuratius ſequente Capite oſtendemus, quam neceſſarium ſit, ut rerum harum exacta ineatur ratio, quando motus, & actionum corporum effectus indagari debent.

13. Dum corpus ad motum tendit, at vero per obſtaculum aliquod impeditur, is niſus preſſio dicitur, quæ non magis cum motu comparari poteſt, quam linea cum rectangulo ejus motu genito. Hujus generis eſt gravitas corporis alicui plano incumbentis, aut aquæ in fundum vaſis prementis, aut aeris vela navis impellentis. Sublato obſtaculo actio continua preſſionis motum efficit in corpore tempore finito, quemadmodum gravitas Corporum cadentium motum omni momento ea impellendo accelerat. Dum aquæ per foramen in fundo vaſis exitus datur, preſ-

S ſio

ſio incumbentis accelerat motum effluentis, velocitate tempore quam minimo maximum, ad quem pervenire poteſt, gradum acquirente. Ventus quoque navim deferens ſub initium velocitatem auget continuo, donec una cum celeritate navis creſcente reſiſtentia aquæ, venti actio cum reſiſtentia in æquilibrio fit. In allatis, aliiſque ſimilibus exemplis motus a quiete incipit, fitque continua vis motricis, ſeu preſſionis actione, ut velocitas finita tempore finito generetur. Quod ſi quavis actione potentiæ celeritas finita efficeretur, motus tempore utcunque exiguo infinitus evaderet, omnemque celeritatem, quam quis mente concipere poteſt, excederet, uti alias demonſtravimus. (Tract. de flux. § 44.)

14. Inter omnes vires, ſeu preſſiones maxime nobis cognita eſt gravitas. Corpora eadem velocitate in vacuo deſcendunt; quare neceſſe eſt, ut gravitas eorum maſſæ modum ſequatur, nec ſeu a figura, ſeu partium plexu, ſed a ſola materiæ quantitate dependeat. Evincunt hoc ſumma cum evidentia pendulorum experimenta quam accuratiſſime inſtituta. Longitudinibus enim pendulorum æqualibus, licet corpora volumine, & textu partium tum interno, tum externo admodum inter ſe differant, eorum vibrationes in arcubus æqualibus tempore exacte eodem peraguntur, eſtque velocitas in punctis homologis arcuum, quos deſcribunt, eadem, modo ne inæquali aeris reſiſtentia hæc oſcillationum concordia interturbetur. Hujus rei veritas ita univerſe hominum animis inſidet, ut in omni rerum uſu cor-

poreæ

poreæ maſſæ quantitatem e pondere deſumant, quamvis ambientis aeris diverſa conſtitutio huic menſurandi rationi in rebus majoris momenti aliquid accurationis demat. Licet vero corporum gravitas e niſu eorum verſus omnes telluris partes proveniat, ut deinceps patebit; attamen cum hæc vis agat quaquaverſum, ac directionem fere ad centrum iis tribuat, id cauſæ eſt, cur vis centripeta vocetur. In ſequentibus manifeſtum faciemus, ſimiles vires centripetas dari, quæ in ſolem, & alios Planetas tendant. Harum virium triplex eſt ſpecies: vis *abſoluta*, cujus menſura eſt motus, quem in corpore dato ad datam diſtantiam efficeret; exempli cauſa, vis centripeta abſoluta in ſolem tendens, eſt ad vim centripetam in tellurem, ut motus corporis ex data diſtantia extra ſolem a vi centripeta ſolis genitus, ad motum ejuſdem corporis in eadem diſtantia a tellure a vi centripeta telluris effectum. Quemadmodum enim dum vires duorum Magnetum metiendæ ſunt, effectus ab iis in æqualibus diſtantiis præſtiti comparandi ſunt; ſic etiam, quando vires abſolutas ad corpora in centro poſita tendentes æſtimamus, comparatio æqua non eſt, niſi inſtituatur inter effectus iiſdem conditionibus editos. Altera virium centripetarum ſpecies eſt vis *acceleratrix*, quam metitur velocitas, quam dato tempore generat, ac variis in diſtantiis a corpore centrali varia eſt, neque a corporum gravitantium maſſa dependet, utpote eadem in omnis generis corporibus, quando intervallum a centro eſt idem. Tertia denique ſpecies eſt pondus, ſeu vis *motrix*, quæ a motu in corpore gravi tempore dato effecto deſumitur, eſtque idem in-

ter hanc, & vim acceleratricem diſcrimen, quod inter motum, & ejus velocitatem intercedit.

15. Quoniam gravitas tam accurate nobis perſpecta eſt, cum in aliarum quarumvis virium proprietates inquirimus, ſemper nobis curæ eſt, ut eas ad gravitatem referamus, earumque ad hanc rationem eruamus. Sunt autem quam diverſiſſimæ in rerum natura vires gravitati analogæ, uti illa, quæ fluidorum particulas in guttas conglobat, qua corporum duorum moleculæ inter ſe cohærent, qua radii lucis, cum in aquam, aut vitrum, aliudve quodvis medium vi majore refringendi præditum, ingrediuntur, conſtante quadam ratione verſus perpendiculum inflectuntur, & cum ſufficiente obliquitate in poſticam vitri ſuperficiem incidentes, ex integro reflectuntur, quamvis nullum trans vitrum ſit medium huic effectui præſtando aptum; non ſecus ſcilicet, quam corpus grave oblique in altum projectum, deſcripto arcu curvæ cujuſpiam, propria ſua gravitate rurſus in terram relabitur. Hæ, aliæque conſimiles naturæ vires, quamvis gravitatis quadam ratione ſint æmulæ, attamen ad diſtantias multo minores ſeſe extendunt, aliiſque ſubjacent non nihil legibus; & quia plurimum ſemper difficultatis ſeſe in earum explicatione ad leges Mechanicas exacta objecit, alii effluvia e corporibus emanantia, & atmoſphæræ ſpeciem, qua ambirentur, excogitarunt, alii vortices invenerunt; at eventus plerumque conatum deſtituit adhuc, ut quamvis certiſſimum ſit, ſoleque meridiano clarius, potentias haſce in rerum natura dari, atque per eas præcipua edi phænomena;

cau-

cauſæ tamen earum ſint ut quam maxime abditæ, tenebriſque, quas vix diſcutiemus unquam, obvolutæ. Interim quotieſcunque corpora alia agunt in alia, quamvis inter ſe diſſita, atque ad ſeſe accedere nituntur, nulla apparente cauſa, quæ ea impellat, vis hæc *attractio* dici conſuevit, qua voce Newtonus frequenter utitur, ea tamen circumſpectione, ut moneat lectorem, quod dum id vocabuli adhibet, nulla ratione vis hujus naturam definire velit, agendivé modum; quin palam, ſæpeque fatetur, corporis in corpus actionem nullam eſſe poſſe, niſi mediis aliis corporibus. Illud vero momenti ſummi in omni Philoſophia exiſtimandum eſt, ut exiguo virium communium numero in rerum natura maxima cum evidentia ſtabilito, leges earum definiantur, ac quæ inde conſectaria exiſtunt, deducantur, licet cauſæ harum virium adhuc nobis obſcuræ ſint; id, quod Newtonus magno cum ſcientiæ emolumento præſtitit.

16. At vero attractionis vocabulum quamvis maxime opportunum ſit ad inutilem, ac tædii plenam verborum circuitionem evitandam; quoniam tamen non nulli e Scholaſticis eo uſi ſunt, ut ignorantiæ ſuæ velum prætenderent, Newtoni adverſarii hinc quæſito colore ipſam ejus doctrinam impetere, atque riſui exponere ſunt conati, fruſtra ſcilicet monentis, quo conſilio eam vocem adhiberet. Nempe id ea re efficiunt, ut dubitare non poſſimus, eos vel Newtoni cogitata non aſſequi, vel ad hanc diſcuſſionem nec animum partium ſtudio liberum, nec attentionem debitam attuliſſe. Ipſe Leibnitzius, an-

tequam iis ſeſe adjungeret, idem vocabulum, notione eadem adhibuit, quod in aliorum quoque, apud quos accurata loquendi ratio a nemine deſideratur, Philoſophorum ſcriptis frequens occurrit, quin, ut a Newtono factum, cautum ſit, ne qua ſignificatio a mente eorum aliena huic voci tribuatur. Verum enim vero ſunt quædam in ſcientiis uſitatæ voces, quibus ſi quis dextre uti norit, adverſariis ſuis negotium faceſſet, fallet incautos, a ſincera veritatis indagatione avertet; quod quam infra Philoſophiæ dignitatem ſit, nemo non videt. Interea nemo unus fuit omnium ex iis, qui ſcripto impugnarunt Newtonum, qui non hoc argumenti genere diffuſe egiſſet, quamvis fundamento omni deſtituto, adhibitis non nunquam omnibus ornamentis, quæ ſeu feſtivum ingenium, ſeu eloquentia ſuppeditare poteſt. Quod ſi Lector id laboris ſuſceperit, ut eorum commenta cum Newtoni expoſitione conferat, advertet illico, quam longe ab ejus mente abſint, atque hoc tandem arte, ſcientiaque omni ſua aſſecutos eos eſſe, ut cerebri ſui partum non ſine lepore in luce poſuiſſe exiſtimentur. Fuerint fortaſſis quidam in ſana Philoſophia parum verſati, qui ſibi perſuaſerint, poſſe corpora ſeſe attrahere mutuo quodam illicio, ac vi incognita, citra impulſum ullum aliorum corporum, & actione qualibet externa; fuerint alii, qui materiam ad mutuam conjunctionem tendere ex natura ſua ſint arbitrati, quamvis id inertiæ, de qua diximus, omnino adverſetur; at id genus opiniones non ſine injuria Newtono tribuentur, qui non obſcure mentem ſuam aperuit, ſeque exiſtimare teſtatus eſt, vires iſtas provenire ex medio quodam æthereo,

reo, & ſubtili per hoc univerſum diffuſo, ac corporum majorum meatus penetrante. Ex literis ad Boyleum (*) datis ſane liquet, id eum dudum ſenſiſſe, unamque cauſam fuiſſe, cur non ſcripto ſententiam hanc ſuam explicuerit, quod defectu ſufficientium obſervationum, & experimentorum nondum eo pertigerit, ut naturam hujus medii, agendique rationem, qua præcipua naturæ phænomena ederentur, ita definire poſſet, ut mens acquieſceret. Illi porro, qui exiſtimant, a Newtono nil aliud præſtitum fuiſſe, quam quod uno, alterove novo vocabulo Lexica Philoſophorum ditarit, nullo interim ſcientiæ augmento, facile errorem dediſcent, ubi expenderint apud animum, quam luculente primaria Syſtematis Mundani phænomena ex his viribus explicata dederit; quam acute ad calculos materiæ ſolaris quantitatem, & denſitatem plurium planetarum revocaverit; quam feliciter, atque ad verum proxime, motum nodorum orbitæ Lunaris ex cauſa ſua deduxerit; denique quam accurate non nullas hujus ſideris anomalias, alioſque Syſtematis Planetarii motus conſtituerit. Verum diutius fortaſſis, quam neceſſe erat, his immorati ſumus: quando enim Philoſophorum nullus religioni ſibi ducit, dicere, a magnete ferrum, a corporibus electricis, ubi eorum vis frictione excitata eſt, alia leviuſcula corpora attrahi; vel id concedendum eſt, ut non minus accurate dictum exiſtiment, ſi audiant, a terra attrahi gravia, quæ omnia multo certius verſus hunc glo-

(*) Vide vitam Boylei, quæ præfigitur poſtremæ ejus operum omnium editioni.

globum deſcendunt vi eorum materiæ reſpondente, quando diſtantia eſt eadem; ſed ſecundum legem non ignotam mutabili, dum intervalla deſcenſus diverſa ſunt.

CAPUT II.

De Legibus Motus, & quæ inde generatim conſequuntur.

1. LEx prima motus eſt, *corpus perpetuo perſeverare in ſtatu ſuo quietis, vel motus uniformis in directum, donec a cauſa quapiam externa mutatio inducatur.* Obſervationes obviæ, & quotidianæ, nec non ipſa natura iners corporum, facile equidem nobis perſuadent, corpus ex ſe in quiete perſtare; at illud haud æque evidens videtur, quod etiam, quantum ex ſe eſt, non ſecus in motu perſeveret; ipſis Philoſophis ſubinde res conceptu non facilis habita eſt, dum cauſam *motus continuati* ſibi exponi poſtularunt. Verum non minus ad naturæ legem hoc pertinere, quam alterum, planiſſime intelligitur. Et quamvis motus omnis, quem in corporibus efficimus, paullo poſt langueat, tandemque extinguatur (id, quod vulgo perſuaſit, motum per ſeſe continuo imminui, ac ad quietem tendere); hu-

hujus tamen rei cauſa non difficulter perſpicitur, utpote cum corporibus in motu conſtitutis tot, tamque varia obſtacula objiciantur, maxime vero attritus ad alia corpora, & frictionis. Quod ſi enim quavis demum arte hæc minuantur, motum longe diutius perdurare advertimus. Sic dum attritus axis rotæ ſuppoſitis minoribus trochleis, quæ in eandem volvantur partem, minor redditur, rota major non nunquam etiam dimidiæ horæ ſpatio moveri pergit, ubi ſemel impulſa eſt. Turbo cupreus, ſi axe in cuſpidem tenuem deſinente inſtructus ſit, ſuper tabula vitrea multis minutis horariis circumagi videtur. Pendulum dextre ſuſpenſum oſcillationes longo tempore peragit, licet aer ei perpetuo reſiſtat. Ex his vero ſatis apparet, quod ſi attritus, aliaque impedimenta ex integro tolli poſſent, motus futurus eſſet perpetuus. Sed major adhuc evidentia huic veritati accedet, ſi perpendatur, corpus in foris navis alicujus collocatum quietum perſiſtere, quamdiu navis motu æquabili fertur: idem autem eſt, ſeu corpus ab altero delatum moveatur, ſeu per ſe motum in recta linea recipiat, atque ſpatium quodpiam percurrat. Quod ſi jam corpus in motu conſtitutum ex ſe ad quietem redire conaretur, ſequeretur ſane, etiam in navi æquabiliter delatum debere verſus gubernaculum recedere, quod non minus mirabile videretur, quam ſi corpus ex quiete per ſe ad motum tranſiret. Atque hinc eſt, quod motus telluris circa axem ſuum nulla ratione afficiat motus corporum in ejus ſuperficie conſtitutorum; hinc motus navis aquis currentibus abreptæ ab iis non ſentitur, qui in navi ſunt, niſi attentione ad res alias,

quas immotas eſſe ſciunt, uti ſunt littora, ac fundus maris, aut per obſervationes Aſtronomicas de eo ſeſe reddant certos; hinc denique motus Planetarum, & Cometarum in ſpatiis cœleſtibus liberis a medio reſiſtente, opus non habent novis impulſibus, ut perpetui ſint.

2. Ad eandem legem pertinet, ut corpus nunquam ſine quapiam vi extranea directionem ſui motus mutet; quemadmodum etiam ex natura ſua inerte nunquam velocitatem ſuam mutat. Quoniam enim corpus ſeſe movere nequit, ſi motum ſuum directionem poſſet mutare, qui quæſo ad hanc potius, quam ad aliam ſeſe ipſum impelleret? Verum etiam hac in re legi allatæ experientia conſentit. Globus partibus homogeneis conſtans in plano lævi impulſus motum ſuum in eadem recta peragit, nullac ab ea deflectit, donec attritu, & aeris reſiſtentia eum prorſus amittat. Et ſi quandoque globulus in tabula tudiculari aliquantum progreſſus, dein eandem rectam velut ſponte remetiri videatur, id tamen ex eo tantum contingit, quod globus ſimul, dum in tabula progreditur, circa axem ſuum directione oppoſita gyretur, quo fit, ut extincto motu translationis in tabula, globus retrorſum volvatur, donec etiam hic motus affrictu pereat. Globus ſurſum projectus, ex gravitate equidem recidit, ac curvam quandam deſcribit; attamen ſemper in plano eodem, ad horizontem perpendiculari, movetur, juxta quod primo impulſus eſt, quin ex illo exerret, niſi forſan ob motum gyrationis circa axem ſuum per aeris reſiſtentiam unam verſus partem for-

tiorem

tiorem tantillo declinare ab illo cogatur. Denique ſi corpora per ſe directionem ſuam mutare poſſent, non conſervarent ſuum ſitum, quando ab aliis, quibus, incumbunt æquabiliter antrorſum feruntur, quemadmodum quotidie experimur. Igitur uti corpus ex ſe iners motum, ac motus directionem ab alio recipit, ita ſine ulla mutatione utrumque conſervat, donec vis externa quædam in illud agat. Lex hæc univerſe quidem velut manifeſtiſſima recipitur; at vero ne quidem Kepleri tempore ſatis intellecta eſt, ut ſuperiore libro diximus, cum de hujus Philoſophi doctrina ageremus. Ex eadem vero patet, cur in Philoſophia cauſa nulla requiratur motus perdurantis, aut cur is uniformis, in linea recta peragatur; quod ſi motus incipiat, qui prius non erat, ſi acceleretur, retardeturve, aut ſi directio mutetur, tum vero Philoſophi erit, in vires, & cauſas hujus mutationis inquirere. Et ut Newtonus advertit, præcipuæ Philoſophiæ partes ſunt, invenire motuum datorum vires effectrices, aut datarum virium motus.

3. Lex altera univerſalis motus eſt, *mutationem motus eſſe proportionalem vi eam efficienti, fierique ſecundum lineam rectam, juxta quam vis hæc agit.* Sic dum acceleratur, ut fit in gravibus linea perpendiculari cadentibus, acceleratio fit e proportione potentiæ acceleratricis in gravia agentis. Si corpus oblique per planum inclinatum deſcendat, motus acceleratio non reſpondet gravitati toti corporis, ſed ei tantum parti, quæ ſecundum plani directionem agit, uti clarius patebit, dum de virium

reſolutione agemus. Dum fluidum corpus quodpiam impellit, ut aqua palmulas rotæ molariæ, ventus vela navis, aut alas molendini, motus acceleratio non adæquat vim integram horum fluidorum, ſed eam tantummodo partem, quæ reapſe palmulas, aut vela premit, ac ab exceſſu velocitatis fluidi dependet ſupra celeritatem, quam jam acquiſiverunt rotæ palmulæ, ſeu vela navis. Quodſi enim aquæ, vel aeris velocitas accurate æqualis eſſet velocitati rotæ, aut navis, fluida hæc inſequerentur tantum palmulas, aut vela, at nullam prorſus vim ad eorum motum accelerandum, vel retardandum exerere poſſent. Intereſt ſimul iſthic potiſſimum, ut directionis, ſecundum quam nova vis imprimitur, ratio habeatur, ut mutatio motui inducta definiri poſſit. Etenim inſigniter hallucinaretur, qui exiſtimaret, accelerationem motus navis ſecundum directionem, qua fertur, congruere cum vi impreſſa, quando in vela oblique agit, ſive dum velorum ſitus obliquus eſt ad navis directionem. Quippe prius motus mutatio æſtimari debet juxta directionem ipſius vis impreſſæ; dein vero recta principiorum Mechanicorum, ac Geometricorum applicatione inveniendum, quæ mutatio inde navi in ſua propria directione accidere potuerit. Dum gravitas, aut alia vis centralis in corpus agit, quod directione obliqua ad rectam a corpore ad centrum ductam movetur, mutatio motus nequit reſpondere vi toti centrali in corpus illud agenti, ſed ejus portioni, quæ vi tota rite reſoluta ſecundum corporis directionem agere deprehenditur. Ex his autem conſtat abunde, quam amplus ſit harum legum uſus in doctrina motus.

4. Ter-

4. Tertia lex motus itidem communis eſt, *actionem, & reactionem eſſe æquales, & oppoſitas, ac debere ſemper ſecundum eandem rectam æſtimari.* Corpora non ſolum nunquam ex ſe ipſis ſtatum ſuum mutant, ſed etiam inertia ſua omni actioni reſiſtunt, qua mutatio in eorum motum inducitur. Dum duo corpora ſibi occurrunt, quodvis nititur motum cæptum retinere, atque omni mutationi ſeſe opponit; & quia mutatio, quæ in utrovis efficitur, tam actioni, quam in alterum exercet, quam reſiſtentiæ, quam in altero ſuperare debet, æque debetur, conſequens eſt, ut mutatio utriuſque æqualis ſit, attamen ſecundum directiones oppoſitas fiat. Neutri quidpiam novæ vis accedit, niſi quod alterum in ea directione perdit; neutrum perdit quidpiam, niſi quod alteri accedit. Hinc eſt, quod quamvis motus impactu mutuo ex uno in alterum corpus transferatur, ſumma nihilominus motuum ſecundum eandem directionem acceptorum eadem ſemper maneat, nec alterius in alterum actione mutetur. Quando igitur hæc ſumma accipitur, ſignis contrariis exhibenda eſt, corporibus in plagas oppoſitas tendentibus. Motus enim in orientem contrarius eſt motui in occidentem, ut ſi ſumma motuum verſus occidentem petatur, is, qui in ortum dirigitur, velut negativus haberi debeat, aut ex altero ſubtrahi. Unde lex præſens etiam illum uſum habet, quod primam univerſaliorem reddat, atque aptam, ut cuivis corporum numero applicari poſſit; quemadmodum enim ex prima lege fit, ut corpus quodvis in ſtatu ſuo ſeu quietis, ſeu motus uniformis in directum, perſeveret, donec per cauſam externam ab eo dimovea-

moveatur; ita hujus conſectarium eſt, *ſummam motuum corporum quotcunque, ſi ad datam directionem omnes referantur, mutuis eorum actionibus, & impulſibus non mutari, ſed perſiſtere eandem, donec vi extrinſeca interturbentur.*

5. Veritatem tertiæ hujus legis ingens experimentorum numerus confirmat, quæ mutua omnis generis corporum percuſſione inſtituuntur. Non nulli tamen magni ingenii Philoſophi in errorem lapſi videntur, dum ſæpius longe aliam ei notionem ſuppoſuerunt, atque ideo, ne in eundem offendamus lapidem, cautione opus eſt. Qui recentiori de virium menſura opinioni adhærent, eaſque ajunt in ratione compoſita ex ſimplici maſſarum, & duplicata velocitatum eſſe, in difficultates inexplicabiles incurrunt, dum de actione, & impactu corporum perfecte durorum, ac omni vi elaſtica deſtitutorum quæſtio eſt, ut cum ſua doctrina rem concilient. Atque hinc quidam eorum, ut ſeſe perplexo hoc negotio expedirent, fieri poſſe negarunt, ut in rerum natura id genus corpora dentur, iis ſcilicet argumentis nixi, quorum imbecillitatem jam priore libro oſtendimus. Alii eo obtentu a ſe onus explicandi impactum, ac collifionem corporum perfecte durorum amoliri ſunt conati, quod nullum hujuſmodi corpus in hoc univerſo noſſent; rati nempe, hanc cauſam omnibus probatum iri, quamvis interim iidem multi ſint in explicando conflictu corporum perfecte elaſticorum, quorum tamen nullum uſpiam reperitur. Et certe majoris ponderis ſunt argumenta, quæ perfectam in corporibus duritiem dari poſſe evin-

evincunt, quam quibus perfecta elaſticitas iis competere oſtendatur; quandoquidem tandem neceſſe eſt, ut dicatur, quod ultimæ partes elementares, ſive atomî omnibus intervallis vacuis deſtitutæ, inflexiles ſint, & perfecte duræ, quæ in colliſione corporum cedere nequeant. Verum ut callide etiam hæc in favorem adamatæ opinionis comminiſcantur, in easdem difficultates eos conjicit impactus corporum mollium, ideoque novæ excogitandæ ſunt trochleæ, quibus ex iis ſeſe evolvant, ac phænomena ſuæ ſententiæ accommodent. Quippe ſi corpus molle velocitate u incurrat in alterum itidem molle, & æquale, poſt impactum, velut in unum coaleſcentia, progrediuntur ambo velocitate $\frac{1}{2}u$, & quantitate motus æquali illi, quem corpus incurrens ante conflictum habuit, vi legis univerſalis tertiæ. Secundum novam ſententiam vis incurrentis ante ictum fuit uu; & vis utriuſvis poſt ictum eſt $\frac{1}{2}u \times \frac{1}{2}u$ ſive $\frac{1}{4}uu$, indeque ſumma virium $\frac{1}{2}uu$, ut conſequenter hæc poſt ictum ſit tantum dimidia virium ante ictum, manente interim motus quantitate eadem citra ullum diſcrimen. At enim in eo difficultas eſt, ut ratio reddatur, cur dimidium virium, quas corpus ante incurſum in alterum habuit, perdatur? igitur nullo alio novæ opinionis argumento allato, id aſſerunt fieri, quod, dum partes corporis mollis elaſticitate deſtitutæ in conflictu cedunt, ac comprimuntur, quin ad priſtinum ſitum redeant, in ea compreſſione pars virium pereat, quamvis vim a corpore amitti non videamus alias, niſi dum ea corpori alteri communicatur. Verum eſt, partes corporis mollis in conflictu loco ſuo cedere, atque virium portionem perire in cor-

corpore incurrente, quæ hunc in modum partibus quieſcentis accedit; at enim hæ ipſæ partes ab incurrente impulſæ vim ſuam non poſſunt amittere, niſi communicando eam partibus aliis, aut niſi ea motui totius maſſæ accedat, ut adeo nulla ſit ratio adſtruendi virium decrementum per compreſſionem, aut ceſſionem corporum mollium in conflictu, neque aliud commodi inſit huic novæ vires menſurandi rationi, niſi quod ſyſtemati, cujus gratia excogitata eſt, faveat.

6. Ceteris opinionis hujus patronis doctior, & ſagacior magnopere a vero legis tertiæ ſenſu aberrare videtur, dum ait, conſervationem ſummæ motuum abſolutorum in conflictu corporum adeo arcte, & evidenter connecti cum æqualitate actionis, & reactionis, ut qui eam argumentis evincere vellet, nil ageret aliud, quam ut rem claram redderet obſcuram, cum augmentum, aut decrementum virium in uno, neceſſario conſequatur ex decremento, vel incremento virium in altero. At enim lex hæc univerſalis eſt, atque ad omnes corporum ſpecies pertinet; nec minus ſcitur, quando corpora mollia ſibi occurrunt directionibus oppoſitis, ſummam motuum eorum abſolutorum, ſeu virium, imminui, ac ex integro quiem perire, ſi maſſæ eorum, velocitateſque ſint æquales Ut adeo non ſumma virium, aut motuum in ſe ſpectatorum, ſed ſecundum eandem directionem acceptorum in conflictu permaneat, nec in ullo corporum genere conſervatio virium abſolutarum tanquam conſectarium hujus legis haberi poſſit. Imo vero in ipſis corporibus perfecta elaſticitate præditis ſumma motuum abſolutorum quandoque

que per conflictum creſcit, quandoque decreſcit, ideoque oſtendendum erat prius, ſummam virium abſolutarum (quæcunque eas menſurandi ſit ratio) citra mutationem in corporum impactu conſervari, præcipue dum ipſi fatentur, infinitam varietatem ſubire hanc ſummam tempore illo exiguo, quo actio corporum perdurat, ac partes prius loco ſuo cedentes, dein ſitui ſuo reſtituuntur.

7 Iidem Philoſophi hanc legem, aut partem ejus præcipuam, haud recte intelligunt, dum actionis, & reactionis menſuram non in eadem linea accipiunt. Celebre eſt illud argumentum, quo ſententiæ ſuæ firmitatem adſtruere conantur: oſtendunt nempe, a corpore celeritate ut 2 lato, poſſe tendi quatuor laminas elaſticas, aut earum reſiſtentiam ſuperari, quarum quævis habet vim æqualem corpori, cujus velocitas foret ut 1. Ex quo inferunt, hac conditione moti corporis vim eſſe ut quatuor, quamvis ejus celeritas tantum ſit dupla velocitatis corporis ſecundi. Simili ratione ex eo, quod corpus motum velocitate, quæ ſit ut diagonalis parallelogrammi rectanguli adæquet vires duorum elaterum, qui ſint ut latera illius parallelogrammi, conficere nituntur quod vis corporis lati celeritate, quam exhibeat diagonalis, æquetur virium ſummæ duorum aliorum, quæ ſint ut latera ejuſdem rectanguli. Et quoniam quadratum diagonalis æquale eſt ſummæ quadratorum laterum binorum, concludunt, vires corporum æqualium eſſe ut quadrata velocitatum. Verum in omnibus hiſce (licet hæc præ ceteris ſpeciem veri concilient eorum opinioni, atque incautum lectorem in errorem inducere poſſint longe citius, quam alia omnia, quæ ſententiæ ſuæ

gratia excogitarunt adhuc) illud non perpendunt, quod vis a corpore amiſſa nequaquam æquetur illi, quæ ab altero acquiritur, vel in altero, in quod agit, deſtruitur, ſi æſtimatio fiat directione quavis arbitrario aſſumpta, ſed ſolum ſi accipiatur ſecundum directionem corporis agentis. Neque attendunt, per inertiam corporis fieri debere, ut non modo reſiſtat mutationi quantitatis motus, ſed etiam directionis, & cuivis alteri. Quando Planeta quiſpiam in orbita circulari revolvitur, ejus gravitas verſus centrum virium ſolummodo in mutationem directionis toto periodi tempore impenditur, quin vel minimum augmentum, vel decrementum motus ipſius efficiatur. Verum hæc omnia longe clariora fient, poſtquam de compoſitione, & reſolutione motus egerimus. Illud obſervaſſe in præſens ſufficiat, quod Philoſophi iſti ſuæ opinionis gratia, quæ eis tantopere cordi eſt, omnem motus theoriam, quæ de ſe tam clara, ac ſimplex, quam elegans eſt, perturbent, dum jam temporis rationem nullam habent, jam directionum, quibus corpora ſeu in ſeſe mutuo agunt, ſeu in elatteres, nullum faciunt diſcrimen, cum ea omnia, quæ ex ſua doctrina deducere conantur, atque conſideratione digna ſunt, & longe concinnius, & methodo nulli exceptioni obnoxia, e legibus motus, ſi, ut oportet, applicentur, atque ſenſu vero accipiantur, deriventur.

8. Primum Corollarium, quod Newtonus e legibus motus deducit, eſt, quod, dum duplex vis eodem tempore in idem corpus agit, corpus motu compoſito ex utraque vi percurrat diagonalem paral-

parallelogrammi, cujus utrumvis latus eodem tempore, una virium ſeparatim agente, conficeret. Moveatur corpus A (*fig.* 2) directione A B, quæ ſimul ejus motum exponat, & imprimatur ſimul eidem corpori motus alius, cujus directionem, & quantitatem exhibeat A D: compleatur parallelogrammum A B C D; movebitur corpus in diagonali A C, eamque eodem tempore percurret, quo vi primi motus deſcripſiſſet latus A B, vel vi ſecundi latus A D. Ut demonſtratio a Newtono data recte intelligatur, tanquam evidens ſumendum eſt, quod ſi potentia quævis agat directione parallela ad lineam poſitione datam, nullam omnino vim habeat, qua efficiat, ut corpus ab ea linea recedat, vel ad eam accedat, ſed id ſolum poſſit præſtare, ut corpus moveatur directione parallela ad datam rectam, quemadmodum ex altera lege manifeſtum eſt. Hinc motus in directione AD nequit acceſſum corporis A ad lineam BC ſeu impedire, ſeu accelerare: atque ideo eodem tempore corpus pertinget ad lineam B C, ac ſi nullum prorſus motum in directione A D haberet. Similiter quoniam A B ad DC parallela eſt, motus per A B corpori impreſſus nec acceſſum ad DC impedit, nec etiam promovet; unde eo tempore perveniet ad D C, quo perveniſſet citra motum in directione A B, ſolo motu A D agente. Quare neceſſe eſt, ut corpus ad utramque lineam B C, D C eodem tempore veniat, quo ſolo motu primo percurriſſet A B, vel ſolo motu ſecundo A D. At fieri nequit, ut ad utramque lineam B C, D C, ſimul perveniat, niſi in communi earum interſectione C; igitur ſi corpus ſimul duplici vi impellatur A B, & A D, ex A in C moveatur Fig. 2.

tur, & diagonalem AC, eodem percurrit tempore, quo ſeparatim agente vi utravis, latera AB, & AD deſcripſiſſet.

Fig. 3. 9. Quoniam præſens corollarium uſum habet ampliſſimum, operæ pretium eſt, ut illud paullo pluribus illuſtremus. Ponatur (*fig.* 3) planum EF GH motu æquabili ferri directione, & velocitate AB; & corpori A in hoc plano conſtituto ſimul imprimi motus directione, & celeritate AD. Iis, qui in plano EFGH mobili ſunt poſiti, corpus A videbitur recta AD moveri, cum motus illius reapſe fiat in diagonali AC parallelogrammi ABCD; & tempus, quo AC percurritur, erit idem, quo a plano mobili EFGH, aut quovis ejus puncto deſcribitur recta æqualis datæ AB, ſive quo a corpore A deſcriberetur AD. Nam liquet, ipſam lineam AD a plano mobili transferri in BC, ita, ut punctum D veniat ad C, ut adeo corpus A in diagonali AC progredi neceſſum ſit.

Fig. 4. 10. Porro e converſo inferre hinc licet, motum per diagonalem AC expoſitum reſolvi poſſe in duos alios, qui ſecundum directionem laterum AB, AD parallelogrammi fiant. Etenim ſi accipiatur AK æqualis, & directione oppoſita rectæ AD, compleaturque parallelogrammum AKBC (*fig.* 4) manifeſtum eſt, rectam AB eſſe ejus diagonalem, ideoque, ut e poſterioribus duobus articulis deducitur, motibus AC, & AK (æquali & oppoſito motui AD) inter ſe compoſitis deſcribi, hoc eſt, ſi ex motu per diagonalem exhibito ſubtrahatur motus

per

per latus quodvis AD expoſitus, reſtare motum ſecundum alterum latus AB parallelogrammi ABCD.

11. Hæc clariora fient, ſi uterque motus per latera AB, AD expoſitus in duos reſolvatur, quorum alter directionem diagonalis habeat, alter ad eandem ſit perpendicularis (*fig. 5*), hoc eſt, ſi Fig. 5.
AB reſolvatur in AM & AN, & AD in AK & AL. Nam quia triangula ADK, BCM ſimilia, & æqualia ſunt, eſt DK = BM, ſive AL = AN, ita, ut motus AL, AN æquales, & oppoſiti ſeſe mutuo elidant: & quia evidens eſt, motum in recta quavis non affici, vel mutari actionibus ad eam rectam perpendicularibus, ſi hæ actiones, æquales & oppoſitæ ſint; facile intelligitur, cur corpus A ſemper in diagonali AC progrediatur; & cum præterea AK = MC, etiam patet, cur idem corpus viribus reſiduis impulſum motum habeat, quem diagonalis accurate metiatur. Hinc etiam manifeſta fit cauſa, ob quam in compoſitione motuum aliquid virium abſolutarum perdatur; quod ſcilicet motuum AD, AB partes AL, & AN æquales, & directe oppoſitæ ſeſe mutuo elidant, partes vero reſiduæ AM & AK ſolæ ſecundum directionem motus compoſiti AC addi poſſint: ex oppoſito etiam clarum eſt, in reſolutione quantitatem motuum abſolutorum fieri majorem, cum AB, & AD ſive BC ſimul, ſemper excedant motum AC. At enim ſi motus æſtimatio fiat ſecundum directionem aliquam datam, is nullo modo afficitur, aut mutatur per reſolutionem, vel compoſitionem, nec actionibus quibuſvis corporum, vel virium, æquali-

 bus,

bus, & directionibus contrariis. Fingatur enim, quod quantitas motus referatur ad directionem A P (*fig.* 6); ſintque C P, B R, D Q ad A P in punctis P, R, Q normales: motus A C, A B, AD ad directionem A P reducti erunt A P, A R, A Q, cum partes ad A P perpendiculares ſecundum hanc directionem nihil agant. Occurrat A P rectæ C B in S; quoniam R P: S P = B C (ſive A D): C S, hoc eſt = A Q: S P, erit A Q = R P, & A R + A Q = A P, hoc eſt, ſumma motuum A D & BD, ſi hi ad directionem datam A P reducantur, æqualis eſt motui ex iiſdem compoſito A C ad eandem directionem reducto. Unde generatim conſtat, quod ſi plures motus inter ſe componantur, aut ſecundum allatum Corollarium reſolvantur, ſumma eorum eadem permaneat, donec per vim externam in eos agentem turbetur.

Fig. 6.

12. Maxima hujus Corollarii utilitas in cauſa fuit, ut aliæ adhuc demonſtrationes illius a diverſis excogitarentur, quibus veritatis evidentia clarior evaderet. Nos exemplum unicum adferemus, idque planiſſimum, dum motus A B, A D inter ſe æquales ſunt, & angulus B A D rectus. In hac hypotheſi patet, A B C D eſſe quadratum (*fig.* 7, & 8), & per diagonalem A C angulum B A D ſecari bifariam: & quoniam vires, ſeu motus A D, A B æquantur, nec ratio eſt, cur directio motus compoſiti magis verſus hunc, quam verſus alterum inclinetur, evidens eſt, eam fore in diagonali A C, quæ etiam quantitatem motus compoſiti metitur, uti jam oſtendemus. Quod ſi enim negetur, A C eſſe

Fig. 7.

men-

menſuram, ponatur ea primo æqualis A E, minor quam A C: ducatur B D ſecans rectam A C in K, & accipiatur in A C pars A M, quæ partem AK excedat eadem ratione, qua A C ſuperat aſſumptam A E. Agatur per M ad B D parallela F G, occurrens rectis AD in G, & AB in F, & compleantur parallelogramma A M G H, & A M F N. Quoniam hæc parallelogramma non minus ſunt quadrata, quam A B C D, & eſt A D: A G = A K: A M, hoc eſt = A E: A C = A B: AF, & per hypotheſin A E eſt menſura vis compoſitæ ex A B & A D, ſequitur, poſſe cogitari, vim A D eſſe compoſitam ex A M & A H, & A B ex A M & A N. Sed quia A H & A N æquales ſunt, & directione oppoſita agunt, alteram altera elidet, & vires reſiduæ A M + A M (= 2 A M), quæ in eandem directionem diagonalis conſpirant, ſimul ſumptæ deberent æquari rectæ A E, quod eſt abſurdum. Etenim A M > AK ex conſtructione, & 2 A M > 2 A K, ſeu A C, quæ per hypotheſin eſt major, quam A E. Eodem modo oſtenditur, vim compoſitam non eſſe metiendam per aliquam A E > A C (*fig.* 8); quare neceſſe eſt, ut ejus menſura ſit ipſa A C accurate. Fig. 8.

13. De motu, vel quiete corporum quotcunque judicandi fundamentum nec certius, nec opportunius habemus, quam ſi ad eorum gravitatis centrum commune animum advertamus. In corpore regulari, & homogeneo centrum gravitatis idem eſt cum centro figuræ, & univerſe hoc centrum eſt illud punctum corporis, quod ſi ſuſtentetur, totum corpus

pus ſuſtentatur. Si duo corpora ſint æqualia, commune eorum gravitatis centrum eſt in rectæ, utriuſque corporis centra jungentis medio; ſi corpora inæqualia ſint, vicinius eſt majori, & quidem ea ratione, qua ab hoc alterum exceditur magnitudine, ſive diſtantiæ centri gravitatis communis ſunt reciproce ut corpora. Sit corpus $A > B$; ducatur

Fig. 9. (*fig.* 9) AB, & in ea ita accipiatur punctum C, ut ſit $CA : CB = B : A$, ut fiat $B \times CB = A \times CA$, erit C centrum gravitatis corporis utriuſque, atque deinceps oſtendemus, quod ſi corpora A, & B juncta eſſent virga inflexili AB, & gravitatis experte, ac punctum C ſuſtentaretur fulcro aliquo, utrumque foret in æquilibrio. Si trium corporum centrum gravitatis commune quæratur, inveniendum eſt prius duorum A & B centrum C, & tertium quoddam ſummæ utriuſque A & B æquale, in C ſupponendum; tum quæretur hujus tertii, ac alterius D centrum gravitatis G, quod idem erit cum centro trium datorum A, B, & D. Eadem methodo invenitur centrum commune gravitatis corporum quotcunque.

14 Summa factorum, quæ oriuntur, ſi corpora ducantur ſingula in ſuas diſtantias ab eadem recta, vel plano poſitione dato, cujus comparatione corpora ſunt ex eadem parte, æqualis eſt facto ex ſumma corporum in diſtantiam eorum centri gravitatis communis ab eadem recta vel plano; at ſi ex corporibus aliqua ſint ex parte oppoſita lineæ, vel plani dati, facta ex his in ſuas diſtantias ſumenda

Fig. 10. ſunt negativa, ſeu debent ſubtrahi. Sit recta poſitione

tione data IL, centrum gravitatis corporum A & B in C, Aa, Bb, Cc ad IL normales in punctis a, b, c; ſi corpora A & B ſint ad eandem partem rectæ IL, erit $A \times Aa + B \times Bb = \overline{A+B} \times Cc$. Etenim ducta per C ad IL parallela MN, quæ occurrat rectis Bb & Aa in N & M, eſt $BN : AM = CB : AC = A : B$, hinc $A \times AM = B \times BN$. Eſt vero $A \times Aa + B \times Bb = A \times Cc + A \times AM + B \times Cc - B \times BN$; igitur $A \times Aa + B \times Bb = = A \times Cc + B \times Cc = \overline{A+B} \times Cc$.

Quando B eſt ex altera parte rectæ IL (*fig.* 11), & punctum C ex eadem parte cum corpore A, eſt $A \times Aa - B \times Bb = A \times Cc + A \times AM - B \times BN + B \times Cc; = \overline{A+B} \times Cc$ & ſi ſumma factorum e corporibus ex una parte rectæ IL in ſuas diſtantias æquatur ſummæ factorum e corporibus, quæ ſunt ex altera illius rectæ parte, in ſuas ab eadem diſtantias, Cc evaneſcit, ſive centrum commune gravitatis eorum incidit in ipſam rectam IL. Fig. 11.

15. Ponamus jam corpora A & B moveri in rectis AD & BE (*fig.* 12), ac dum ad D & E perveniunt, eorum commune centrum gravitatis eſſe in G. Sint Ee, Gg, Dd ad IL in punctis e, g & d perpendiculares, & DM, GK, EN ad IL parallelæ occurrant rectis Aa, Cc, Bb in punctis M, K, N. Per articulum poſtremum eſt $A \times Dd + B \times Ee = \overline{A+B} \times Gg$, quod ſi ſubtra- Fig. 12.

trahatur ex $A \times A a + B \times B b = \overline{A + B} \times C c$ (quæ æquatio præcedentis articuli fuit), habetur $A \times AM + B \times BN = \overline{A + B} \times CK$. Eadem methodo reperietur $A \times DM + B \times EN = \overline{A + B} \times GK$.

Si ponatur motus corporum A & B uniformis, rectæ AM & BN æquabiliter creſcent, fientque tempore duplo duplæ; ideoque etiam CK æquabiliter augebitur, ſeu in ratione temporum. Et quia etiam DM, & EN eadem æquabilitate creſcunt, conſequens eſt, ut GK itidem æquabiliter creſcat, adeoque ſit CK ad KG in ratione conſtante $A \times AM + B \times BN$ ad $A \times DM + B \times EN$. Ex hoc autem patet, quod ſi corpora quotcunque motu æquabili in linea recta progrediantur, eorum centrum commune gravitatis etiam in linea recta æquabiliter moveatur; & quod ſumma eorum motuum ad datam directionem reducta eadem omnino ſit, ac ſi omnium corporum maſſa via centri gravitatis moveretur. Et quia porro ſumma motuum etiam in eorum colliſione ſine mutatione eadem perſtat, actionibus mutuis æqualibus, & directionibus oppoſitis ſumptis; ſequitur, ſtatum centri gravitatis communis iis actionibus, & colliſionibus non affici, ſed centrum iſtud in motu uniformi, vel quiete perſiſtere eodem prorſus modo, quo corpus quodlibet in ſuo ſtatu perſeverat, donec ex eo per cauſam extrinſecam deturbetur. Propoſitiones iſtæ, mirum, quam theoriam motus illuſtrent; earum ope eadem fere facilitate de motibus integri alicujus ſyſtematis corporum

judi-

judicium ferre poſſumus, qua de unius alicujus motu decidimus.

16 Si corpora collocentur in ſpatio, quod ipſum æquabiliter moveatur, eorum actiones mutuæ eædem ſunt, ac ſi ſpatium quieſceret; & vires in corpora eadem, vel parallelis directionibus agentes, ac celeritatem æqualem iis imprimentes, nulla ratione eorum actiones mutuas, ſive motus *reſpectivos* afficiunt. Sic motus omnes ab iis, qui in navi æquabiliter provehuntur, eodem modo peraguntur, ac ſi navis foret in quiete; ſi claſſis integra motu æquabili feratur, ſingularum navium motus relativi per oppoſitum currentium aquarum fluxum non mutantur, ſed iidem manent, ac ſi mare quieſceret: motus telluris, & ejus atmoſphæræ circa axem ſuum nullum effectum habet in actiones corporum, & virium in ſuperficie agentium, niſi quatenus nec uniformis eſt, nec rectilineus. Et generatim actiones corporum in ſeſe mutuæ non a motu eorum abſoluto, ſed a relativo dependent, qui, dum eandem habet directionem, eſt differentia motuum abſolutorum; & ſi directiones corporum ſunt contrariæ, ſumma.

17. Quoniam hoc principium non modo univerſe ab omnibus admittitur, ſed etiam experientiæ communi maxime congruit, argumentum inde deſumpſimus adverſus novam virium theoriam, quæ pretium ab Academia Reg. Scient. Pariſina ſtatutum A. 1724 reportavit: illud hic denuo tum ob evidentiam ſuam, tum ob ſimplicitatem, referre viſum

Fig. 13. ſum eſt. Sint duo corpora A & B (*fig.* 13) æqualia, & interpoſitis laminis elaſticis (aut alio quovis modo, quo idem præſtetur) ſeparata, moveanturque una cum plano E F G H directione B A uniformiter, ſecundum quam elateres agere poſſint velocitate ut 1. Fingamus dein, laxatas has laminas elaſticas in corpora A & B æqualiter agere, iisque directionibus oppoſitis imprimere volocitatem ut 1. tum vero velocitas abſoluta corporis A, (quæ prius erat ut 1) fiet = 2, & juxta doctrinam novam virium ejus vis evadet = 4; cum ex oppoſito velocitas & vis abſoluta corporis B (quæ erat = 1) tantummodo deſtruatur; ut adeo per elaterum actionem corpori A accedat vis ut 3, & corpori B tantummodo dematur vis ut 1. At vero videtur certe, (& ipſe Bernoullius id affirmate ait), actiones elaterum in corpora æqualia debere eſſe æquales; ut conſequenter, ſi novam hanc doctrinam ſequamur, actionum æqualium effectus ſint admodum inæquales; altero nempe triplo alterius futuro: nec ſcio ſane, an quidpiam magis abſurdum ſeu in Philoſophia, ſeu in Mechanica conſtitui poſſit. Generatim ſi velocitas plani E F G H in directione A B ſit m, velocitas per elateres corpori A addita, & corpori B dempta n, erunt velocitates abſolutæ corporum A & B ut $m + n$, & $m - n$, & vis, quæ acceſſit corpori A actione elaterum, erit $2\,mn + nn$, quæ vero corpori B detracta eſt, $2\,mn - nn$, quarum differentia eſt $2.\,nn$.

Inſuper admittitur, quod actiones mutuæ corporum in ſpatio motu æquabili lato poſitorum, eædem

eædem ſint, ac ſi ſpatium illud quieſceret; atqui ſi ſpatium E F G H quieſceret, negari nequit, vires communicatas corporibus A & B per actionem laminarum elaſticarum fore æquales, quæ ſecundum hanc novam doctrinam exhibenda eſſet per nn; cum interim ſpatio E F G H æquabiliter progrediente vis communicata corpori A ſit ut $2mn + nn$, & deſtructa in corpore B ut $2mn - nn$. Hæc ſane evidentia ſunt, ac ſimplici ratiocinio deducuntur, atque rei, de qua agimus, maxime opportuna. Qui adverſam partem tuentur, equidem ejuſmodi definitionem virium procudere poſſunt, ut lis non niſi de nomine agitari videatur; verum cum inter *actiones* & *vires* nexus arctiſſimus intercedat, nil aliud profecto ſpectant, quam ut notionibus, quas de iis habemus, atque vocibus, quibus eaſdem exprimimus, tenebras offundant, dum per actiones æquales vires inæquales eodem tempore effici ajunt. Ex quo illud quoque manifeſtum redditur, ab hujus opinionis aſſeclis nequaquam rite intellectum eſſe, quod docent; illud, inquam, quod dicunt, quantitatem virium abſolutarum per corporum conflictum non eſſe mutabilem, atque id tam evidenter ex actionis & reactionis æqualitate conſequi, ut, qui id demonſtrandum ſuſciperet, non aliud ageret, quam ut ex re manifeſta obſcuram faceret. Hinc enim elucet, eos intelligere, ob æqualem actionem reactioni, in viribus corporum æquales fieri mutationes; at demonſtravimus, etiam ex hac nova doctrina deduci, mutationes iſtas in viribus corporum effectas admodum inæquales eſſe, quamvis actio & reactio, quibus generantur, ſint æquales. Ut adeo

videatur Leibnitzius errore in hanc opinionem lapſus, ejuſque defendendæ neceſſitatem ſibi A. 1686 primum impoſuiſſe, quam ex ejus diſcipulis non nulli temere amplexi ſint, quin examini ſubjicerent, quæ a vero tam abhorrentia inde dimanant.

18. Si motuum theoria, ut oportet, intelligatur, leges, quæ ad comparationem, compoſitionem, & reſolutionem motuum adhibentur, etiam preſſioni applicantur, hoc eſt, viribus motum generantibus, vel ad motum ſollicitantibus: vires enim nihil ſunt aliud, quam ſumma preſſionum omnium, quæ in corpus fiunt, cumulatim ſumptarum ex actionibus continuis cauſarum tempore finito agentium, & preſſiones ſumuntur inſtar virium infinite parvarum, ſive elementorum, quibus vires conſtant. Hæc eadem theoria inde quoque novam lucem, & evidentiam acquirit, quod leges eædem tam in preſſione, quam in motu obſerventur. Cum vis quæpiam in corpore ex concurſu plurium virium, & impulſuum efficitur, ſi ad certam aliquam directionem refertur, æquari debet ſummæ omnium earum, quæ ſecundum hanc directionem impenduntur in ejus effectione; & ſi vis talis habeatur ex actionibus continuo ſibi ſuccedentibus, motus ex ea genitus debet æqualis eſſe ſummæ preſſionum ad ejus generationem concurrentium. Similiter ſi motus per reſiſtentiam vis contrariæ deſtruitur, æquari debet ſummæ omnium actionum, per quas ex integro deſtruitur. Item intenſitas vis motum in corpore generantis, æqua proportione eſt cum augmento virium, quod tempore dato addit; & intenſitas reſiſtentis, ſeu motum

tum deſtruentis, metienda eſt per decrementum virium, quas tempore dato elidit. Nam illic incrementum virium, & decrementum iſthic ſunt effectus pleni cauſæ, quæ per hypotheſin ſingulis momentis actionem repetit, & tota energia influit. Univerſe intenſitas vis motum generantis, vel extinguentis eo major eſt, quo major eſt mutatio velocitatis ſecundum directionem, qua ea agit, & quo minus eſt tempus, quo hæc mutatio efficitur, ſi durante eo tempore, intenſitas vis effectricis conſtans maneat; at ſi ſit mutabilis, ejus intenſitatem pro temporis momento dato metitur mutatio velocitatis, quæ manente vi eadem intra tempus quodpiam datum efficeretur.

19. Preſſio, ſive vis effectrix motus in corpore, eſt in ratione compoſita quantitatis materiæ in corpore contentæ, & velocitatis, quam eidem corpori communicaret tempore dato, ſi interea uniformiter ageret; atque hæ preſſiones in duo corpora ſemper ſunt æquales, ſi eorum maſſæ ſint reciproce ut celeritates, hoc eſt, ſi intenſitas vis agentis in corpus majus A, ſit minor intenſitate vis agentis in corpus minus B in eadem ratione, qua B minus eſt, quam A. Quod ſi itaque duæ ejuſmodi vires agant in duo corpora directionibus oppoſitis, aut ea attrahant, in corporum contactu neutra potior erit, nec motus ullus conſequi poteſt. Simili modo, ſi duo corpora celeritatibus, quæ e ratione maſſarum reciproca definiuntur, directione oppoſita ſibi occurrant, ac ſint mollia, eorum motus ſeſe mutuo elidunt, aut ſi ſint ita perfecte dura, ut eorum partes

tes nullo modo ſint flexiles, poſt ictum ambo quieſcunt; at ſi elaſticitate ſint prædita, æqualibus motibus alterum reſiliet ab altero. Unde elucet accuratus conſenſus inter leges preſſionum, aut virium agentium, & leges motuum, ſeu virium genitarum ab illis, quemadmodum univerſe neceſſe eſt, ut inter vires effectrices, & effectus præſtitos analogia detur. At vero ſi recentem de viribus corporum doctrinam ſequamur, ea penitus tollitur. Etenim ſecundum hanc opinionem, dum velocitas finita eſt, utcunque ſit exigua, vim metitur quadratum velocitatis. Dum autem velocitas eſt infinite parva (ex mente patronorum hujus ſententiæ), utpote ex primo impulſu cauſæ motum efficientis genita, vis eſt in ratione ſimplice velocitatis. Et ſane non poſſumus hic loci omittere, quin moneamus, tam manifeſtum legis ejuſdem diſcrimen videri haud poſſe conciliari cum principio *continuitatis*, quod hiſce Philoſophis alias tantopere cordi eſt, tantoque ab iis ardore propugnatur. Ex ejusdem opinionis principiis ſequitur, quod vires ſeſe æquilibrantes, & directionibus oppoſitis effectus ſuos mutuo elidentes, poſſint in quavis ratione inæqualitatis eſſe; & dum corpora viribus æqualibus, ac directionibus contrariis ſibi occurrunt, non tamen alterum alterius effectum deſtruat, ſed ab illo, quod majore velocitate præditum eſt, alterum vincatur. Exhibeat enim V velocitatem corporis A, *u* velocitatem corporis B, erit $A \times V$ motus, ſeu vis corporis A, & $B \times u$ vis corporis B, ut ſit $A \times V = B \times u$, ſi vires ſint æquales, ſeu ſi $V : u = B : A$; quibus poſitis conſtans experientia nos docet, motus hoſce æquilibrari, ſi di-

directiones ſint oppoſitæ. At juxta novam doctrinam vis corporis A eſt ut A × V V, & menſura vis corporis B eſt B × $u u$, eſtque illa ad hanc, ut V ad u, cum per hypotheſin ſit A × V = B × u. Igitur hæ vires ſecundum hanc doctrinam tantum abſunt ab æqualitate, ut vis corporis A poſſit eſſe tanto minor vi corporis B, quanto V minus eſt quam u, ſeu quanto B minus eſt quam A; atque hinc vis poſſit æquare, imo ſuperare alteram millies, vel in quavis ratione data, majorem. Iiſdem principiis novæ doctrinæ ſpectatis, vires corporum A & B æquantur, quando A × V V = B × $u u$, ſeu, ut exemplo utamur, ſi A ſit quadruplum corporis B, & velocitas corporis B dupla velocitatis corporis A, qua in hypotheſi quantitas motus, ſeu momentum corporis A eſt duplum momenti corporis B, & teſte experientia motus corporis A major eſt, quam qui tantummodo poſſit motui corporis B reſiſtere. Verum ſententiæ hujus defenſores nihil relinquunt intentatum, ut experientiam cum theoria ſua concilient; & ſi quis eum ſibi aſſumere velit laborem; ut eorum rationes ad examen revocet, facile advertet, quam parum ſint ſolidæ, quamque nihil admodum emolumenti ſpondeant.

20. Ponantur corpora A & B (*fig.* 14), dum adverſis directionibus concurrunt, interpoſitos elateres æquales, & ſimiles comprimere, donec horum reactione utriuſque motus extinguatur. Fatetur diſerte Bernouillius, actiones elaterum in utrumque corpus eſſe perpetuo inter ſe æquales; interim tamen aſſeverat, per eas tanto majorem vim in cor- Fig. 14.

 pore

pore B elidi, quam in corpore A, quo corpus A majus eſt corpore B, ſive (ſi C ſit centrum gravitatis corporum A & B) quo BC majus eſt, quam CA. Quare admittit utique, per preſſiones, ſeu actiones æquales elaterum gigni eodem tempore vires, quæ ſint in quavis ratione inæqualitatis, quam quis velit, quod manifeſte pugnat cum evidentiſſimis notionibus, quas de actionibus, & viribus nobis effingere poſſumus, neque aliud adfert commodi, quam ut in theoriam motus obſcuritas, & loquendi formulæ myſteriis plenæ introducantur. Si ponamus, a corpore A elateres uſque ad C comprimi, neceſſe eſt, ut a corpore B elateres a B uſque ad C eodem tempore, eodemque gradu conſtringantur: atque ex hoc infert Bernouillius, vim corporis A eſſe ad vim corporis B, ut eſt numerus laminarum elaſticarum inter A & C ad numerum earundem inter B & C. At enim quoniam motus, vis, aut effectus, cujus demum cunque generis ſit, qui in corporibus A & B editur, vel extinguitur, dependet ab actione, qua, nullo interveniente alio, præſtatur, & quidem dependet unice; & quoniam in hoc concurſu actiones elaterum ſunt illæ, quæ in corporibus A & B motum deſtruunt; quoniam denique, ipſo fatente Bernouillio, actiones elaterum in hæc corpora æquales ſunt, an non evidens ſit, vires in corporibus actione elaterum ſublatas eſſe æquales? an non evidens porro ſit, virium earundem in corporibus eliſarum menſuram eſſe vires impenſas ab elateribus in ea corpora agentibus, dum effectus hos edunt, non autem numeros elaterum? Etenim ſola extima lamina corpori contigua in illud agit, reliquæ ſolummodo illam fulciunt:

ciunt : ut adeo tota mutatio, quocunque nomine appelletur, quæ in corpore efficitur, per actionem hujus unius habeatur, cujus tantum, ſi recte ratiocinemur, in calculo ratio habenda eſt. Quodſi Bernouillius vim hujus per numerum elaterum ſimilium, & æqualium, dato gradu compreſſorum, & ſeſe rurſus expandentium, definiviſſet, habuiſſemus ſane, quæ peregrinis ejuſmodi, ac obſcuris loquendi modulis opponeremus, ut qui nil aliud ſpectant, quam ut motus theoria, quæ antea tam manifeſta, ac clara erat, perturbetur. At vero hoc ſi factum fuiſſet a Bernouillio, intelligeretur illico, litem hanc ſpectare præcipue voces quaſdam artibus uſitatas, nec errores ex hac doctrina enati tam pernicioſi fuiſſent. Hinc eſt, quod hunc in modum vires non definiat.

81. Dum corpus gravitate ſua deſcendit, ejus motus conſiderari poteſt tanquam ſumma impulſuum æqualium, & continuorum, qui omnes a corpore tempore lapſus recipiuntur. Dum vero corpus perpendiculariter ſurſum projicitur, ejus motus ſpectari poteſt tanquam ſumma impulſionum ejuſdem vis, donec totum ejus motum extinguant, agentium. Et dum celeritas corporis projecti dupla eſt, eæ impulſiones gravitatis duplo egent tempore, ut motum corporis deſtruant. Ex quo ſequitur, corpus dupla celeritate ſurſum impulſum, ac duplo tempore motum conſervans, debere ad quadruplam altitudinem aſcendere, antequam ejus motus omnino expiret. Hinc porro infertur, corpus dupla velocitate præditum moveri vi dupla, quoniam ab eadem potentia intra tempus duplum tollitur, non autem vi qua-

drupla, quamvis altitudo, ad quam pertingit corpus, ſit quadrupla. Interim tamen Leibnitzius in hoc uno argumento doctrinæ ſuæ vim omnem conſtituit, & ea, quæ deinceps ex cavitatibus impreſſis corporibus mollibus per lapſum aliorum, deſumpta ſunt, ejuſdem prorſus ſunt generis & ponderis. Menſura cauſarum agentium non ſunt promiſcuæ omnes effectus præſtiti, nulla conditionum concurrentium ratione habita. Et ſi ante oculos habeamus Mechanices, & Geometriæ principia, motum, viresque non metiuntur ulli effectus, niſi tempus, & directio in computum veniant. In Geometricis omnia ex collatis inter ſe partibus, & elementis, ex quibus quæque quantitas generatur, deducimus; & in Mechanicis non alia eſt tutior methodus, quicquam de motu & viribus ſtatuendi, niſi e ratione virium effectricium. Certe motus & vis corporis longe arctiorem nexum habet, magisque evidentem, cum cauſa effectrice, quam cum ſpatio, quod ſeu in argilla molli, ſeu quovis alio in medio conficit.

22. Non facilior eſt in errorem lapſus, quam ſi principio, quo menſura cauſæ ſuæ effectus conſtituitur, ſeu in rebus Metaphyſicis, ſeu in Phyſicis ſine cautela, & accurata conditionum omnium diſcuſſione utamur. Qui novæ opinioni de viribus adhærent, aut certe horum nonnulli, vim ita definiunt, ut eam dicant eſſe agendi potentiam in corpore, cujus menſura eſt effectus integer, qui præſtatur, donec motus deficiat. Eadem definitio adhibetur a Philoſophis quibuſdam, qui præſentem quæſtionem volunt tantummodo de vocibus moveri. Præterea iidem

no-

nobis dicunt, vim eſſe pariter æqualem numero elaterum, quos tendere poteſt, antequam deſtruatur, idque citra rationem aliam, definitionis vel axiomatis inſtar. Quod ſi poſteriore hac in opinione ſiſterent, facile daremus, exigui momenti litem eſſe, idque unum ex hac libertate enaſci incommodi, quod, ut obſervavimus jam, notiones motus, & actionis temere permiſceantur. At enim cum etiam velint, vim, ex eorum arbitrio definitam, eſſe cauſam effectuum motu editorum, veramque ejus menſuram ab hiſce deſumendam eſſe, res haud quaquam ſolas voces ſpectare poteſt. Nam Newtoni lex altera motus oſtendit, quod ſi vis impreſſa conſideretur velut cauſa, ejus menſura petenda ſit a mutatione motus, quam efficit, & non a ſpatio, quod adverſus gravitatis actionem percurritur, nec ab excavatis foveis a corporibus in argillam mollem cadentibus. Atque hæc lex certiſſima dux eſt, quam ſequi poſſumus, ſive effectus e cauſis, ſive cauſas ex effectibus metiri velimus.

23. Conſenſio inter leges preſſionum, ſive potentiarum motum efficientium, luculentior adhuc fit, ſi earum compoſitio, & reſolutio attendatur. Si potentiæ agant directionibus A B & A D (*fig.* 4) atque in earum ſimul ſint ratione, componuntur in potentiam juxta diagonalem A C agentem, quæ etiam ejus menſura eſt. Et quia A C < A B + A D, potentia compoſita ex A B & A D minor ſemper eſt potentiis, ex quibus componitur, id, quod facile demonſtratur, ſi potentia A B in A M & A N (*fig.* 5) reſolvatur, & A D in A K & A L, ex quibus A N & A L ſunt æquales, & Fig. 4. Fig. 5.

 op-

oppoſitæ, mutuoque ſuos effectus elidunt, ut ſolum remaneant A M + A K ſeu A C tanquam menſura potentiæ compoſitæ. Recentis de viribus ſententiæ patroni, quod ad potentias, & preſſiones, nobiscum ſentiunt; verum ſi agatur de viribus, longe alia ratione calculos ſubducunt Quippe ex eorum mente, dum angulus B A D rectus eſt, vis compoſita æqualis eſt viribus componentibus A B & A D, nec quicquam virium per compoſitionem deperditur, licet vires A L & A N directiones habeant oppoſitas, nec facile ſit diſcrimen reperire, cur hoc locum habeat in compoſitione potentiarum ſive preſſionum, non item in compoſitione virium. Dum angulus B A D (*fig.* 15) acutus eſt, quadratum diagonalis A C majus eſt ſumma quadratorum A C & D C (Eucl. 12. 2), ſeu A D & A B; quare juxta novam doctrinam duæ vires directionibus A D & A B agentes debent componere vim earum ſumma majorem, id, quod directe opponitur principio Metaphyſico, cui tantum tribuunt, quod effectus ad menſuram cauſæ effectricis exigendus ſit, cum is cauſam ſuperet, quod non minus in Metaphyſicis abſurdum eſt, quam ſi in Geometria ponerentur duæ quantitates junctim ſumptæ efficere majorem, quam ſit earum ſumma. Hoc cum illis opponeretur, ejusmodi dederunt reſponſum, quod vel ideo hic loci referri meretur, ut exemplo ſit, qua ratione occurrentes difficultates reſolvere conſueverint. (vid. Deſaguliers cours de Philoſophie experimentale vol. 2 ad Notam, quæ eſt circa finem pag. 72 edit. Anglicanæ): *ex nova opinione nihil abſurdi deduci; ſed ex ea, dum vires non per* momen-

Fig. 15.

menta, *ſed per quadrata velocitatum metitur, inferri, dum angulus* D A B *acutus eſt, quadratum* A C (*ſeu vim compoſitam*) *eſſe majus quadratis* A D *&* A B, *quorum ſumma ſunt vires componentes.*

24. Ut rei huic plus lucis accedat, fingamus, corpori elaſtico A (*fig.* 16) imprimi vim a corpore elaſtico H æquali ſecundum directionem A B, & ſimul vim ſecundum directionem A D a corpore itidem æquali G. Ex ſententia eorum, qui novam opinionem tuentur, vires corporum H & G communicantur corpori A per gradus infinite parvos, & continua preſſione, eſtque vis tota corpori A communicata, ſumma omnium effectuum preſſionis. Nihilominus vis infinite parva, quæ quovis momento corpori A imprimitur, minor eſt, quam ſumma preſſionum eodem momento corporum H & G, ea quidem ratione, qua A C minor eſt, quam A B + A D, ut illis nobiſcum convenit. Igitur ſumma omnium preſſionum, ſeu vis tota, communicata corpori A, minor eſſe debet, quam ſumma preſſionum abſolutarum, provenientium nempe a corporibus H & G, in eadem ſcilicet ratione, in qua eſt AC ad A B + A D, hoc eſt, vires corporum A, H & G debent eſſe ut rectæ A C, A B & A D, non vero ut earum quadrata. Neque animo concipi poteſt, quomodo, dum vis corporis A habetur per collectionem preſſionum, ſeu virium infinite parvarum, quas ſingulis momentis per actiones corporum H & G recipit, quæque ſingulæ minores ſunt, quam ſumma actionis utriuſque corporum H & G eas efficientis, vis tamen tota corporis A excedat ſum- Fig. 16.

ſummam omnium actionum, ſeu virium corporum H & G. Loquor vero hic de viribus infinite parvis, ut, quantum licet, me accommodem adverſæ ſententiæ Patronis uſitato loquendi modo. Ad hæc vero (vid. laudatum Deſagul. nota ult.) nil aliud reponunt, niſi a nobis illud vocari vires, quod ipſis *momentum* dicitur. Verum per hoc non explicant, quomodo vires infinite parvæ, quæ corpori A in directione A C communicantur, conſtituant vim finitam, earum ſumma multo ſcilicet majorem; ſeu quomodo fiat, ut effectus tam longe recedat ab æqualitate cum ſua cauſa, quod Metaphyſices principium jam adoptare, jam rejicere videntur, ut e re ſua judicant. Si ponatur angulus BAD infinite parvus, eædem vires juxta recentem opinionem generant in A vim, quæ earum ſummam excedat ea ratione, qua quadratum de AB + AD excedit ſummam quadratorum de AB & AD, ut ſi ſit AB=AD, vis in A genita ſit dupla futura virium ſummæ; eſt enim in hac hypotheſi quadratum de AB + AD æquale quadrato de 2 AB = 4 AB^2, & vires effectrices ſimul ſumptæ ſunt tantum 2 AB^2, ut ex proprio eorum calculo deducitur. Unde in præſente corporum conflictu cauſa præſtat effectum ejuſdem ſpeciei ſeipſa duplo majorem. Reſponſum eſt (vid. Deſagul. locum ſuperius allatum pag. 74 in notis) poſſe a *momento* duplo haberi effectum quadruplum, ſi celeritas dupla eſt. At vero qui ita reſpondit, argumenti vim non ſatis perſpexiſſe videtur: oſtendimus enim, quod ſi eorum calculos ſequamur, non momentum, ſed vis dupla debeat in præſente hypotheſi effectum quadruplum edere, ſervata definitio-

tione vis, quam ipſi ſtatuunt. Et ſi quidem rem dicamus, eo recidunt reſponſiones, quas ad abſurda ex eorum adeo adamata opinione deducta dederunt, quod nihil ſit abſurdum, quidquid ex ea opinione inferri poſſit, eo ipſo ſcilicet, quod inde inferatur.

25. Potentiarum, ſeu preſſionum reſolutio non poteſt non ex earum compoſitione derivari. Quemadmodum pars quædam motus perit in compoſitione, ita conſequens eſt, ut aliquid accedat per reſolutionem; & quemadmodum hoc in motus & potentias effectrices convenit, ita nihil obſtare poteſt, quo minus idem concedatur effectibus harum potentiarum, & viribus corporum; eædemque ſunt rationes, quæ id evincant de poſterioribus, ac illæ, quibus in prioribus hoc ſtatuitur. Feriat corpus C (*fig.* 17) in diagonali parallelogrammi CLDK motum, Fig. 17. alterum corpus A æquale oblique, ita, ut illud directione CA, rectæ CK in directum jacente, propellat, & ſimul corpus alterum æquale B directione CB, productæ ſcilicet CL congruente: progredietur corpus A recta CA, & B recta CB; corpus vero C, postquam illis totam ſuam vim communicavit, quieſcet. Non poterit mirum videri, a viribus, & motibus corporum A & B excedi vim & motum corporis C, ſi attendatur, quod corpori A a corpore C communicatur tota vis CK, & corpori B tota vis CL, cum reſiſtentia, ſeu inertia corporis A non agat in corpus C directione ejus motui omnino oppoſita, ſed ſolum obliqua CK, ideoque motus corporis C non tantopere hac reactione imminuitur, ac ſi foret oppoſitio directa: nulla enim

 poten-

potentia, nulla reſiſtentia effectum tam magnum præſtare poteſt in directione quavis alia, ac in illa, ſecundum quam ipſa agit: eodem modo reactione corporis B extinguitur motus, ſeu vis L C in corpore C juxta directionem eam, qua agit; verum hic motus tantus non eſt, ſi ad directionem CD referatur, ad quam illa reactio obliqua eſt. Unde neceſſe eſt, motum corporis C in directione C D eſſe minorem ſumma motuum corporum A & B in ſuis directionibus conſideratorum. Quod ſi contendas, in hoc eventu motum corporis C in directione C D eſſe cauſam motuum corporum A & B in ſuis directionibus C B & C A, adeoque effectum eſſe majorem ſua cauſa, cum ſumma A C & B C major ſit, quam C D; reponimus, nos jam annotaſſe, quod quemadmodum id utrinque convenit, ſi agatur de preſſionibus vel potentiis, ita nihil obſtare poſſit, quominus idem admittatur in motus & vires, cum ex iiſdem dependeat capitibus. Præterea animadvertendum eſt, per vim inertiæ corporis fieri, ut non modo reſiſtat omni mutationi motus, verum etiam omni mutationi directionis motus; hinc dum actio non eſt directa, ratio haberi debeat utriuſque hujus reſiſtentiæ. Ponatur primum a corpore C feriri corpus A; habebit reactio corporis A duplicem effectum, nempe quod partem motus in corpore C extinguat, & quod ſimul efficiat mutationem in ejus directione; nec hæc reactio, quæ æquatur motui, ſive vi acquiſitæ, æſtimari poterit per alterutrum tantum effectum, ſed per utrumque ſimul acceptum. Dein peracto impactu in A, corpus C directione C B, & vi C L progrederetur; ſed quoniam directe

in

incurrit in corpus B, ei totam ſuam vim communicat, utpote cum corpus B directe reſiſtat. Sumpſimus hic, corpora C, A & B perfecte eſſe elaſtica, ut nos adverſariis noſtris accommodaremus, quorum non nulli ad hæc ſola ſuam doctrinam reſtringunt.

26. Si corporibus A & B ſubſtituantur elateres, quorum reſiſtentia exponatur rectis C K, C L, eodem modo oſtendetur, hanc reſiſtentiam non habere menſuram vim corporis C, ſed utramque ſimul ſumptam debere eſſe majorem vi illa. Etenim ratio, qua elater A agit ad extinguendum motum corporis C, eſt cum diſpendio vis ſuæ conjuncta: agit enim juxta directionem CK; nec ejus vis tanta eſt, ſi ad directionem obliquam CD reducatur. Quod ſi elater A eodem applicationis compendio ageret, quo B, ſimul objicerent majorem reſiſtentiam, quam in ſitu figuræ efficere poſſint, unde effectus eorum junctim accepti, quos præſtare poſſunt, ſuperant vim corporis C. Hinc vero liquet, hoc argumento noſtram ſententiam adeo non everti, ut etiam confirmetur, atque eos, qui adverſus nos illo uſi ſunt, falſo exiſtimaſſe, has vires æquales eſſe, quæ ex notis Mechanicæ principiis admodum inæquales ſunt. Quod ſi quis quærat, quid igitur fiat exceſſu illo vis elateris A ſupra partem vis corporis C, quam elidit? huic reſponderi poteſt, eum exceſſum nequaquam carere effectu ſuo; etenim directio corporis C ex D C mutatur in C B, neque ulla eſt ratio ſive in principiis Metaphyſicis, ſive in Mechanicis fundata, quæ doceat, hunc effectum negligen-

dum eſſe, dum effectus cum cauſa ſua comparatur. Ex oppoſito plura afferri poſſunt exempla, in quibus vis tantummodo in mutationem directionis motus corporis impenditur, nulla motus ipſius acceleratione, vel retardatione. Vis, quæ ſufficit ad corpus elevandum perpendiculariter ad horizontem uſque ad diſtantiam duplam a centro telluris, æqualis eſt illi, quæ, ſi corpori directione horizontali imprimeretur, efficeret, ut, ſemota reſiſtentia aeris, corpus perpetuo in circulum circa tellurem moveretur, quemadmodum ex theoria gravitatis conſtat; & tamen illa vis prior non niſi tempore haud longo reſiſtentiam ex gravitate oriundam ſuperaret; altera vero eandem reſiſtentiam perpetuo vinceret ſine motus diminutione. Primum ſi fieret, actio gravitatis directe foret oppoſita vi corporis; ſi alterum, actio hæc foret perpendicularis ad directionem motus corporis : illic tota impenderetur ad extinctionem motus; hic tantummodo ad mutationem directionis. Argumenta pro nova virium doctrina ex reſolutione motus petita, primo intuitu magnam veri ſpeciem habere videntur, omnibuſque aliis, quæ hanc in rem excogitata ſunt, plus roboris. At ſi allatæ a nobis animadverſiones a lectore nullo partium ſtudio occupato expendantur, facile is intelliget; per ea communem ſententiam non tam everti, quam ſtabiliri. Et quemadmodum in aliis eventibus, quos Leibnitzii aſſeclæ adferunt pro ſua de viribus opinione, temporis rationem negligunt, ita iſthic, dum effectus cum motu, & viribus conferunt, ad directionem, ut oportebat, non attendunt, quamvis ea in Mechanica non minoris ſit momenti, quam motus, & vires ipſæ.

27. Plu-

27. Pluribus hæc tractavimus, quoniam multum inde lucis theoriæ motus accedit. Sæpe evenit, ut ob controverſias forte enatas propoſitiones elementares non ſine emolumento accuratiori examini ſubjiciantur, ac ubi legitimæ deprehenſæ ſunt, magis reddantur perſpicuæ, & per ipſas diſceptationes plenius intelligantur. Priuſquam tamen hinc abeamus, experimentum quoddam a viro ingenioſiſſimo, ac ſolertiſſimo (cui tantum debent ſcientiæ Mechanicæ) D. Grahamo inſtitutum recenſere debemus. Paravit hic pendulum cavitate inſtructum, qua, cum ad infimum vibrationis punctum veniret, reciperet alterum corpus æqualis ponderis: hoc vero recepto animadvertit, velocitatem penduli maſſa dupla præditi fuiſſe accurate dimidiam prioris, antequam alterum corpus adjungeretur. E quo liquet, per vim eandem in maſſa dupla dimidium tantum celeritatis effici, quod communem de corporum viribus ſententiam confirmat, cum recente vero opinione pugnat. Complures adverſus novam hanc doctrinam erudite ſcripſerunt, ad quos lectorem præſentem materiam uberius pertractatam videre cupientem remittimus (vid. quæ in Monum. Acad. Pariſ. ab illuſtri Mairano habentur ad An. 1728, ac plures Diſſertationes D. Jurin in Tranſact. Philoſ. &c.). Volunt equidem ejus defenſores, hac adoptata problematum reſolutionem multo faciliorem reddi, quæ, ſi antiquior teneatur ſententia, plurimum ſint intricata. Verum rejecta corporum perfecta duritie, & flexionis impotentia, plus damni, quam lucri enatum eſt, ut alias oſtendimus, ac in ſequentibus patebit, ubi accuratius effectus corporum ex impactu definiemus.

 28. Quo-

28. Quoniam reactio ſemper æqualis eſt actioni, mutuæ corporum actiones nullum poſſunt motum in communi centro gravitatis ſyſtematis, ad quod pertinent, efficere. Si foret in corporum quopiam ſyſtemate actio, cui non reſponderet reactio æqualis, & contraria, per eam ſtatus centri communis gravitatis totius ſyſtematis mutaretur, & ejus motus turbaretur; & ex oppoſito ſi recipiatur, ſtatum centri communis gravitatis ſyſtematis non mutari per actiones corporum in eo contentorum, infertur, eorum actiones eſſe mutuas, æquales, ac fieri directionibus contrariis. Hinc concludemus, legem tertiam motus univerſe intellectam eſſe rerum præſenti ſtatui, ac experientiæ congruam, ac pertinere ad omnis generis potentias, quæ in natura locum habent; æque ad *attractionem*, & *repulſionem*, ac ad alias vires, neque eſſe id hypotheſin quandam a Newtono arbitrarie aſſumptam: videmus enim haſce vires non minus pendere a corporibus *attrahentibus*, vel *reppellentibus*, quam ab *attractis vel repulſis*. Magnes eadem vi attrahit ferrum, qua a ferro attrahitur; & ob æqualem hanc attractionem, ambo, cum ad contactum perventum eſt, quieſcunt. Si terræ portio, velut mons aliquis, premeret in terram, & terra non eadem vi reageret in montem, hic neceſſario terræ reſiſtentiam vinceret ſua preſſione, & terram motu accelerato in infinitum moveret. Idem de lapide, de quavis terræ particula eodem jure dicendum eſt, ac de monte maximo. Corpora denſa in ratione denſitatis ſuæ (ſi cetera nihil conditionem mutent) agunt in lucem, eam refringentia, dum incidit; & viciſſim lux agit in corpora, ea calefaciens,

ac

ac particulas agitans. Æqualitas actionis, & reactionis ita generatim locum habet, ut quandocunque motus novus per potentiam quandam, aut quodvis agens in natura editur, ſemper ejus reactione vel æqualis motus, & oppoſitus efficiatur, vel directione eadem æqualis motus deſtruatur: ſi ope machinæ cujuſdam corpus aliquod jaciatur in altum, ipſa machina æquali vi in terram, & aerem agit. Hæc lex ſi abeſſet, ſtatus centri gravitatis terræ omni actione, vel impulſione cujuſvis potentiæ in hunc globum agentis turbaretur; & ob hanc legem fit, ut ſtatus centri gravitatis telluris, rerumque ordo conſervetur, nil officientibus motibus, qui ſeu prope terræ ſuperficiem, ſeu in ipſa ſuperficie, ſeu in terræ viſceribus oriuntur. Eadem lex facit, ut ſtatus ſyſtematum peculiarium quorumvis Planetarum, & quies ſyſtematis univerſi perſeveret, quin actionibus quarumcunque virium mutatio induci poſſit. Unde conſequitur, etiam in potentiis attractivis, & repulſivis, cujuscunque naturæ ſint, & quascunque cauſas habeant, quæ in natura dantur, actionem & reactionem ſemper æquales eſſe. Et quoniam lex hæc in omnis generis motibus ab impulſu provenientibus obſervatur, mirum profecto foret, ſi e Philoſophis actiones potentiarum per impulſiones explicantibus daretur quiſpiam, qui eam in dubium revocare vellet. Obſervant quoque hanc legem agentia libera, & intelligentia: licet enim principium motus in his ſupra Mechaniſmum ſit; attamen inſtrumenta, quibus in ſuis actionibus uti debent, ita illi ſubſunt, ut non niſi ex ejus præſcripto executio habeatur. Dum quis lapidem in altum projicit, ſimul æqualem vim

in

in terram exerit; hinc centrum gravitatis terræ & lapidis nihil penitus mutationis ſubit. Et merebatur ſane legis hujus dignitas, quæ tam neceſſaria eſt, ut rebus ordo, & curſus conſtet æquabilis, ut ejus meminiſſent, qui de cauſis finalibus alias tam eleganter, & utiliter ſcripſerunt.

CAPUT III.

De Potentiis Mechanicis.

1. INter ea, quæ cultiores populos è Barbarorum numero eximunt, merito etiam Mechanices cognitio cenſetur. Ab hac artis opera pretium ſuum, & elegantium mutuantur; atque ejus ope deſtitutis arctiſſimi eſſent in naturalium rerum ſcientia limites poſiti. Huic debemus ingentia illa commoda, quæ a viribus in natura agentibus in nos derivantur; hæc nos docet elementorum motus, aeris puta, aquæ, ignis, in varios vitæ uſus cum emolumento convertere, modo induſtria noſtra debitam materiam, ac inſtrumenta ſuppeditet. Quam exiguæ ſunt vires humanæ, quando Mechanices carent ſubſidio? & tamen, ubi hæc ſuppetias venit, nihil fere eſt, quod non poſſint perficere. Eſt hæc ſcientia evidentiæ e rigidiſſimis demonſtrationibus erutæ capax, ac propterea permagni momenti cenſendum

eſt,

eſt, ut e veris ſuis principiis deducatur, omnique cura excolatur. Newtonus Mechanicam in *practicam*, & *rationalem* partitur, quarum prior de potentiis Mechanicis agit, de *vecte* nempe, *axe in peritrochio*, *trochlea*, *cuneo*, *cochlea*, *plano inclinato*, diverſaque horum combinatione ac conjunctione: altera, *theoretica*, inquam, univerſas complectitur motus rationes, ac quinam motus a datis potentiis effici debeant, docet; vel datis motibus, ut potentiæ, vel vires effectrices inveniantur: ut adeo tota Philoſophia naturalis in eo verſari videatur, ut phænomenis in natura ſeſe offerentibus Mechanicæ rationalis leges rite applicet. Et ſiquidem a phænomenis ad potentias progrediamur, methodo analytica utimur; at ſi phænomena ex ipſis potentiis deducamus, ſyntheſin adhibemus. Verum ſeu hac, ſeu illa procedamus via, ut progreſſus votis reſpondeat, neceſſe eſt, ut ſumma prius evidentia principia Mechanices ſtabiliamus, tanquam totius operis fundamenta. Et quidem inertiam, ſeu naturam ſtatus ſui tenacem corporum jam diſcuſſimus, qua nempe fit, ut non modo in motu, vel quiete perſiſtant, ſed etiam motus novos viribus impreſſis congruos recipiant, atque in ratione reſiſtentiæ, quam ſuperare debent, reagant: unde ex tribus legibus generalibus motus, earumque corollariis, Capite ſuperiore demonſtratis, Mechanices principia deducenda nobis ſunt. Eo autem ipſo ex capite, quod leges dictæ cum his corollariis hic quoque locum habeant, quamvis cauſa motus ipſa, natura vis impreſſæ, aut reſiſtentia in ſe nobis vel incognita ſint, vel certe admodum obſcura videantur; hæc naturæ caligo, & potentiæ effectricis

3. Illud imprimis evidens eſt, quod ſi duæ potentiæ æquales in æqualibus utrinque ab hypomochlio, ſive a centro motus, diſtantiis agant directionibus oppoſitis, & parallelis inter ſe, earum effectus idem ſit futurus. Sic ſi (*fig.* 18) A B dividatur æqualiter in C, & potentia altera A agat directione A F in vectem, & altera æqualis B directione oppoſita priori, & parallela B E, actio utriuſque potentiæ ad movendum vectem circa centrum C æqualis erit, ita, ut alteram alteri ſemper ſubſtituere liceat. Præterea certum quoque eſt, quod ſi gravitas agat directionibus parallelis, ac hypomochlium ſit intra corpora A & B, iſtud ſuſtentare debeat ſummam eorum ponderum: vectis enim his ponderibus preſſus neceſſario cedere deberet, ſi fulcrum non ſuſtentaret utrumque. At vero quando utraque potentia A & B ſunt ex eadem parte hypomochlii C (*fig.* 19 N. 2) (quod ſi fiat, altera, velut A, ſurſum tendere debet, altera B deorſum premente, ut æquilibrium habeatur), hypomochlium tantummodo differentiam potentiarum ſuſtentat. Jam vero alterum ſemper ex altero infertur, ſi ex hypotheſi, quod æquilibrium locum habeat, ex tribus potentiis in A, B & C applicatis concipiatur una inſtar hypomochlii, & reliquæ duæ cogitentur niti vectem circa eandem movere. Ex his autem principiis legem æquilibrii in vecte hunc in modum deducimus.

Fig. 18.

Fig. 19. N. 2.

4. Ponantur primo potentiæ æquales A & B (*fig.* 20) directionibus A F, B H agere, ut corpus C vecti in æquali utrinque diſtantia incumbens attollant: evidens eſt, a quavis harum potentiarum

Fig. 20.

ſuſten-

ſuſtentari ponderis C dimidium, toto in utramque æqualiter diſtributo. Ponatur dein ſublatæ potentiæ A ſubſtitui fulcrum, cui incumbat extremum punctum vectis A: liquet porro, quod quemadmodum prius pondus C æqualiter in utramque potentiam diſtribuebatur, ita nunc quoque a fulcro A dimidium ponderis ejuſdem ſuſtentetur, cum eadem omnino hujus fulcri ſit actio, ac fuerit potentiæ A, cui ſurrogatum eſt. Et quia æquilibrium perſtat, palam eſt, potentiam B dimidio ponderi C æqualem, iſthic conſtitui cum eodem pondere C in æquilibrio, dum ſcilicet diſtantia ponderis C ab hypomochlio eſt dimidia diſtantiæ potentiæ B ab eodem hypomochlio A, hoc eſt, dum $B \times AB = C \times CA$. Ex planiſſima hac ratiocinatione manifeſtum fit, potentias non agere in vectem viribus ſuis abſolutis tantummodo, ſed earum effectum pendere ſimul a diſtantia puncti, in quo applicantur, ab hypomochlio, ſeu a centro motus; potentiam ſcilicet eadem vi pollere, qua dupla ad dimidiam diſtantiam ab hypomochlio agentem, dum utraque eſt ex eadem fulcri parte, & directiones habent oppoſitas.

Alterum, quando potentiæ ad vectis extrema applicantur, fulcro inter eas poſito, principiis hiſce jam numero præcedente ſtabilitis, ex priore infertur. Exhibeant enim BH & CG (*fig.* 21) directiones, & vires, quibus potentiæ in B & C applicatæ agunt in vectem. Producatur BA in E, ut ſit $AE = AC$ ſeu $= \frac{1}{2} AB$, & potentiæ CG ſubſtituatur in E altera æqualis EK directione oppoſita agens; erit per primum principium effectus potentiæ EK æqualis effectui potentiæ CG; & per princi- Fig. 21.

 pium

pium alterum hypomochlium A, ſeu centrum motus, ſuſtentabit ſummam utriuſque potentiæ E K, & B H; hinc æquilibrium in EK & BH non minus manebit, ac prius fuerit inter CG, & B H: quare potentiæ BH & EK erunt in æquilibrio, ſi potentia BH fuerit dimidia potentiæ EK, & diſtantia potentiæ EK ab hypomochlio A dimidia diſtantiæ, quam habet potentia BH ab eodem hypomochlio, hoc eſt, ſi fuerit potentia in B ad potentiam in E, ut eſt A E ad AB, ſeu ſi B × AB = E × AE.

Quoniam hac ſtante hypotheſi hypomochlium premitur ab utraque potentia ſecundum eandem directionem agente, ejus reactio debet æqualis eſſe ſummæ earum E K + B H = 3 B H, & oppoſita directione fieri, nempe AF. Huic reactioni in
Fig 22. A ſubſtituamus jam (*fig.* 22) potentiam AF æqualem triplæ B H, & loco potentiæ E K ponamus hypomochlium E in extremo vectis B E; quia, ut prius, æquilibrium perſtat, ſequitur, quod poſito fulcro in E, ſive centro motus, potentia B H ſuſtentet potentiam A F triplam, dum diſtantia potentiæ BH a puncto E tripla eſt diſtantiæ potentiæ A F ab eodem, hoc eſt, quando B H × B E = A F × A E. Quod ſi ponatur potentia E K in
Fig. 23. ſuo loco relinqui, ſed (*fig.* 23) extremum alterum vectis B incumbere hypomochlio; tum vero potentiæ A F & E K ſeſe ſuſtentabunt, & altera alteram in æquilibrio retinebit, fulcro B in locum potentiæ B H ſuccedente. Erit autem hoc poſito A F = 3 B H, & E K = 2 B H, adeoque A F: E K = 3 : 2; & quia diſtantiæ E B & A B ſunt

in

in eadem ratione, liquet, quod ſi duæ potentiæ, quæ ſint ut 3, & ut 2, agant in vectem ex eadem parte hypomochlii, ſeu centri motus, directionibus oppoſitis, & in diſtantiis, quæ ſint ut 2, & ut 3, eæ futuræ ſint in æquilibrio. Demonſtravimus itaque, quod ſeu potentiæ ſint in ratione 2 ad 1, ſeu 3 ad 1, ſeu denique 3 ad 2, modo earum diſtantiæ a centro motus, ſive hypomochlio ſint in eadem ratione reciproca, eæ ſe mutuo ſuſtentent, ac æquilibrium conſtituant.

5. Accipiatur in BE producta (*fig.* 24 N. 1) EL = EA, & potentiæ AF ſubſtituatur altera LM = AF, ſed directione contraria agens: erit hujus actio ad movendum vectem circa centrum motus E eadem, ac prioris AF, per principium primum §. 3 adductum, atque ideo erit in æquilibrio cum potentia BH, non ſecus, ac fuerit AF. Unde ſi duæ potentiæ, quæ ſint ut 3, & 1, agant in vectem eadem directione, ſintque earum diſtantiæ LE, & BE ab hypomochlio in ratione 1 ad 3, ſeu ſi ſit LM × LE = BH × BE, in æquilibrio erunt. Hoc ſi ponatur, cum eadem ſit utriuſque potentiæ directio, fulcrum E earum ſummam ſuſtentare debet, nempe LM + BH = 4 BH, per alterum §. 3 principium. Igitur etiam ſi in L agat potentia ut 3, & in B potentia ut 1, & eadem directione, utraque ſimul æquilibrium conſtituit cum potentia ut 4 in E applicata, & contraria directione agente. Hinc porro ulterius ſequitur, quod ſi in locum potentiæ ad L applicatæ ſuccedat hypomochlium, potentia ut 1 in B in vectem agens Fig. 24. N. 1.

ſuſten-

ſuſtentet alteram potentiam ut 4 in E directione oppoſita agentem, quando eſt B L : E L = 4 : 1, ſeu quando potentiæ ſunt in ratione reciproca diſtantiarum ſuarum a fulcro, ſeu centro motus. At ſi potentiæ B H ſubſtituatur in B fulcrum, patet, a potentia L M ut 3 in L applicata ſuſtentari potentiam ut 4, quæ in E directione contraria agat, diſtantiis earum L B & E B a fulcro B ſumptis in ratione 4 ad 3, id eſt, quando L M × L B = E K × E B. Accipiatur dein in L B producta
Fig. 24. N. 2. (*fig.* 24 N. 2) B*e* = B E, & loco potentiæ in E ſubſtituatur in *e* potentia æqualis cum directione oppoſita; liquet ex principio primo §. 3, potentiam ut 3 in L fore in æquilibrio cum potentia ut 4 in *e* ejuſdem directionis, ſi ſit diſtantia L B ad diſtantiam *e* B, ut 4 ad 3. Hoc poſito fulcrum B premitur a ſumma potentiarum L & *e*, ſeu potentia æqualis 7 B H in B applicata retinet eas in æquilibrio. Quare ſi ſubſtituatur in L fulcrum, vel in *e*, loco potentiarum ibi applicatarum, potentia in *e* ut 4 alteram in B ut 7 ſuſtentabit, & vectem utraque eadem vi circa centrum L movebit, ſi earum diſtantiæ a fulcro *e* L, B L fuerint ut 7, & 4. Item potentia ut 3 in L faciet æquilibrium cum potentia in B ut 7, ſi diſtantiæ earum ab hypomochlio ſint in ratione 7 ad 3.

6. Quodſi hunc in modum ratiocinemur, manifeſtum fiet, quod dum potentiæ ſunt in ratione numeri cujusvis ad numerum quemvis, earum vero diſtantiæ a centro motus in ratione eadem reciproca, eæ ſe mutuo ſuſtentent, ſeu in æquilibrio ſint. Unde faci-

facile generatim oſtenditur, etiam æquilibrium inter eas haberi, ſi fuerint in ratione quavis incommenſurabili, modo eadem ſit reciproca ratio diſtantiarum. Etenim ratio illa incommenſurabilium quantitatum ſemper poteſt eſſe limes inter duas alias commenſurabiles, ita, ut ſemper propius ad eam accedere liceat. Atque hoc genus argumenti mihi quidem ipſi naturæ maxime congrua, atque directa legis æquilibrii in vecte demonſtratio videtur, atque adeo fundamentum totius Mechanices.

7. Quando centrum motus C eſt inter corpora A & B, incidit in eorum centrum commune gravitatis, Cap. 2 §. 13; adeoque ſi duo corpora ponantur conjuncta virga, quæ flecti nequeat, & ſit gravitatis expers, ſi eorum centrum gravitatis commune ſuſtentetur, etiam ipſa corpora ſuſtentantur.

Si duæ potentiæ, vel pondera B & D (*fig.* 25) in diſtantiis BC & DC a centro motus agant in vectem, vires earum ſunt in ratione B × BC: D × DC, ſive in ratione compoſita ponderum ipſorum, & diſtantiarum eorundem a centro motus. Etenim vis potentiæ, vel ponderis B eſt in æquilibrio cum vi potentiæ, vel ponderis alicujus A, ſi fuerit A × AC = B × BC; & vis ponderis D ſuſtentatur a pondere K, applicato in diſtantia CA, ſi ſit K × AC = D × DC: atqui vires ponderum B & D ſunt inter ſe in eadem ratione, in qua ſunt pondera A & K, quæ ad eandem diſtantiam applicata cum iis faciunt æquilibrium, ſeu in ratione A Fig. 25.

× AC : K × AC; igitur etiam in ratione his æqualium B × BC : D × DC. Hinc porro deducitur, quod ſi ſit numerus quivis potentiarum in eundem vectem agentium, ſitque ſumma factorum ex potentia qualibet in ſuam a centro motus diſtantiam ex una parte æqualis ſummæ factorum potentiarum ex altera parte applicatarum in ſuas itidem diſtantias ab eodem centro motus, omnes ſimul futuræ ſint in æquilibrio. Verum, ut oſtendimus §. 13, Cap. 2, hoc ſi contingat, centrum motus idem eſt cum centro eorum gravitatis communi; quare ſi quotcunque potentiæ, aut pondera agant in vectem, & eorum centrum gravitatis commune reperiatur methodo illic tradita, atque eidem fulcrum ſupponatur, vectis in æquilibrio conſiſtet. Similiter ſi plures potentiæ, vel pondera applicentur ad planum lineæ rectæ datæ I
Fig. 26 L incumbens (*fig.* 26) ita, ut eorum commune centrum gravitatis cadat in eam rectam, planum erit in æquilibrio. Cum enim per articulum præſentem ſumma factorum ex potentiis utrinque in ſuas diſtantias a communi axe motus æqualis ſit, earum vires ad movendum planum evadunt æquales, & quia contrariæ ſunt, effectus earum mutuo tollitur. Igitur quemadmodum jam ſuperiore Capite oſtendimus, motum vel quietem cujuscunque ſyſtematis corporum dependere a motu vel quiete puncti illius, quod centrum gravitatis dicimus; ita non minus notatu digna eſt illa hujus puncti proprietas, quod ſi corpora inter ſe juncta ſint lineis flexioni non obnoxiis, & gravitatis expertibus, atque hoc punctum ſuſtentetur, omnia ea corpora ſuſtententur, ac in æquilibrio conſiſtant.

8. Si

8. Si duæ potentiæ B & D (*fig.* 25 & 26) conentur vectem circa centrum motus C movere, aut ſi in planum agant, ut illud circa axem motus IL convertant, earum effectus idem eſt, ac ſi potentia vel pondus earum ſummæ æquale in centro communi earum gravitatis N ſubſtitueretur. Eſt enim per §. 14 Cap. 2 $B \times BC + D \times DC = \overline{B + D} \times NC$; aut ſi Bb, Dd, Nn ſint ad IL normales in punctis b, d, n, per eundem articulum eſt $B \times Bb + D \times Dd = \overline{B + D} \times Nn$. Fig. 25. & 26.
Quodſi ponatur G, centrum commune gravitatis omnium potentiarum in vectem agentium, ſitum eſſe verſus unam partem centri motus C, hæc pars vincet alteram; idem eſt, ſi centrum commune gravitatis potentiarum plano applicatarum cadat verſus unam partem axis motus: atque tum licebit in centro communi gravitatis ſubſtituere unam, quæ aliarum ſummæ æqualis ſit. Oſtenſum enim eſt, eſſe $B \times BC + D \times DC - A \times AC = \overline{A + B + D} \times GC$, quando potentia A agit ex una, potentiæ vero B & D ex altera parte. Unde quemadmodum centro communi gravitatis omnium potentiarum congruente cum centro motus omnia ſunt in æquilibrio; ita ſi hoc centrum commune gravitatis non incumbat hypomochlio, ſed extra illud verſus alterutram partem cadat, neceſſe eſt, ut pars illa vincat; atque idem evenit, ac ſi omnes potentiæ, vel pondera in centro illo collectæ forent. Analogia inter præſentia theoremata Statices, & illa, quæ in theoria motuum de hoc centro adduximus ſuperiore Capite, non modo peculiarem attentionem meretur, ſed etiam ſimplicitatem hujus

doctrinæ, omniumque ejus partium conſenſionem mirum in modum illuſtrat.

9. Newtonus propoſitionem primariam de vecte ex reſolutione motus demonſtrat. Sit in vecte K L (*fig.* 27) centrum motus C; A & B
Fig. 27.
ſint potentiæ in K & L applicatæ, quæ directionibus K A, L B agant. Ducantur ex centro motus C perpendiculares ad eas directiones C M, C N, ſitque C M < C N; deſcribatur centro C radio C N, circulus N H D, occurrens directioni K A in D. Potentia A exhibeatur per rectam D A, reſolvaturque in duas, alteram D G, directione CD agentem; alteram DF, cujus directio D F ad C D perpendicularis; & compleatur parallelogrammum A F D G. Jam potentia D G agens directione C D in centrum circuli, vel rotæ D H N, illud trahendo verſus peripheriam, nihil confert ad motum ejuſdem circa centrum a D verſus H, ſed tantummodo nititur rotam a centro dimovere. Hinc ſola potentia D F ad motum rotæ directione DHN confert, quæ etiam ei tota impenditur. Potentia B æque in N, ut in L applicata concipi poteſt, & tota impenditur in motum rotæ directione contraria, ab N verſus H, D. Quodſi itaque potentia B æqualis ſit parti potentiæ A per D F repræſentatæ, vires æquales, & oppoſitæ ſuos effectus mutuo tollent; hoc eſt, ſi ſit potentia B ad potentiam A, ut D F ad D A (ſeu ob ſimilia triangula A F D, & D M C, ut C M ad C D, ſeu C M ad C N) potentiæ erunt in æquilibrio, atque altera ſemper ſuſtentabit alteram, ſi ſint in ratione reciproca

ca diſtantiarum, quas habent earum directiones a centro motus, ſive ſi factum potentiæ unius in diſtantiam ſuæ directionis a centro ſit æquale facto potentiæ ex altera parte applicatæ in diſtantiam directionis illius ab eodem centro motus.

10. Demonſtratio, quæ a pleriſque Archimedi adſcribitur, innititur huic principio, quod ſi corpus cylindricum, vel priſmaticum applicetur vecti, idem præſtet, ac ſi totum ejus pondus eſſet in medio axis illius puncto collectum. Sit A B (*fig.* 28) cylinder ubique homogeneus, C ejus medium: evidens eſt, quod ſi punctum hoc C incumbat hypomochlio, utrumque dimidium C A, C B ſit in æquilibrio, & circa punctum C ſuſtentetur. Dividatur vero cylinder in partes inæquales A D, D B, & ſecetur pars A D æqualiter in E, & pars D B æqualiter in F; ſuſtentabitur pars A D a potentia æquali, & directione contraria agente, in E applicata; & pars D B ſuſtentabitur etiam a potentia contraria, & æquali in F applicata; adeo, ut hæ duæ potentiæ in E & F agentes, & partibus cylindri A D, D B ſingillatim æquales, idem omnino præſtent, quod fulcrum in C ſuppoſitum, & totum cylindrum A B ſuſtentans, atque hinc conſiderari poſſint velut in æquilibrio conſtitutæ cum potentia quadam tertia in C applicata, ac toti cylindro æquali. Eſt autem diſtantia $CE = CA - AE = \frac{1}{2} AB - \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} DB$; & ſimiliter diſtantia $CF = CB - BF = \frac{1}{2} AB - \frac{1}{2} DB = \frac{1}{2} AD$; conſequenter eſt $CE : CF = DB : AD$, ſive ut potentia in F applicata eſt ad poten- Fig. 28.

Bb 3 tiam

tiam applicatam in E, quando potentiæ iſtæ ſunt in æquilibrio cum pondere totius cylindri in C applicato. Ex quo manifeſtum eſt, potentias in E & F, quæ ſint in ratione CF ad CE, ſe mutuo circa centrum C ſuſtentare.

Fig. 29. 11. Cogitetur vectis AB (*fig.* 29) cum ponderibus ſuis A & B circa centrum C moveri; deſcribent hæc pondera A & B arcus ſimiles A *a* & B *b*, eritque A *a*: B *b* = CA : CB = B : A, conſequenter A × A *a* = B × B *b*, hoc eſt, *momenta* ſive quantitates motuum erunt æquales; & ſi quidem unum e corporibus A & B ſpectetur tanquam potentia, alterum ut pondus, erit potentia ad pondus, ut celeritas ponderis ad celeritatem potentiæ. Itaque in hoc vecte, uti & in aliis machinarum generibus, quando potentia exigua elevat magnum pondus, velocitas potentiæ multo major eſt velocitate ponderis, & lucrum virium propterea diſpendium temporis eſt. Eodem modo ſi ponantur plures potentiæ in vectem agere, iſque circa centrum commune earum gravitatis C moveatur, ſumma momentorum ex una parte æqualis eſt ſummæ momentorum ex altera.

12. Vectis plerumque triplex ſpecies conſideratur: in prima centrum motus eſt inter potentiam & pondus; in ſecunda pondus inter centrum motus & potentiam; in tertia potentia applicatur inter centrum motus, & pondus. In ultima hac ſpecie potentia debet excedere vim ponderis ea ratione, qua ejus diſtantia a centro motus minor eſt, quam diſtantia ponderis ab eodem

cen-

centro. Verum uti per priores binas ſpecies vectis, ope motus celeris potentiæ, efficitur motus lentus in pondere; ita in poſtrema hac motus tardior potentiæ gignit motum velociorem ponderis. Atque ad hanc ultimam vectis ſpeciem motus muſcularis in animalibus pertinet, cum muſculi multo propius ad centrum motus inſerti ſint, quam ſit locus ille, cui applicatur centrum gravitatis corporum elevandorum, ut adeo multum potentia muſculorum pondera ſuſtentanda excedere debeat. Quamvis autem hoc primo intuitu diſpendium quoddam pro animalibus videri poſſit, nihilominus eſt ſingulare artificium fabricæ corporis animalium: quodſi enim in hujuſmodi ſtructura muſculares potentiæ in majore diſtantia, quam pondera, applicatæ forent, figura animalium non modo deformis eſſet, & incommoda, ſed etiam edendis motibus inepta, ut Borellius Tractat. *de motu animalium* demonſtravit.

13. Si vectis duo brachia non jaceant in directum, ſed alterum alteri ſub angulo quovis non mutabili ſit connexum ad C (*fig.* 30), lex æquilibrii eadem manet, ac ſi in eadem recta ſita forent; hoc eſt, ſi potentia P brachio CB in B applicata ſit, & pondus W agat ope trochleæ M directione A M ad brachium C A perpendiculari, potentia, & pondus ſe ſuſtentabunt in æquilibrio, ſi fuerit P : W = C A : CB, ſeu P × C B = W × C A Quod ſi plures potentiæ ſimul agant in brachium C A, inveniatur earum commune centrum gravitatis in A in eodem brachio, per §. 13 Cap. 2, & fingatur, Fig. 30.

gatur, quod ibi omnes eæ potentiæ ſint collectæ: ſi jam fuerit potentia P ad illarum ſummam, ut eſt CA ad CB, habebitur utrinque æquilibrium. Et porro ſi ponatur ſumma potentiarum data, evidens eſt, quo earum centrum gravitatis commune A longius a centro motus C fuerit, eo magis illas poſſe potentiæ P reſiſtere, cuius adeo vis augenda erit, ut eas ſuperare poſſit. Hinc recte conficit Galileus, oſſa animalium, manente eorum pondere eodem, ex eo capite fieri firmiora, quod intus cava ſint; ſive ſi CBF exhibeat longitudinem oſſium, & circulus CDH ſectionem ad longitudinem perpendicularem, P potentiam quamvis ad quodvis longitudinis punctum applicatam, quæ nitatur ea frangere; concipi poteſt, quaſi tota vis fibrarum longitudinalium, qua cohæſio partium conſervatur, eſſet in A, centro circuli CHD, & communi centro gravitatis harum virium, collecta, ſi ſectio CHD eſt circulus, vel annulus: atqui manifeſtum eſt, areaſectionis, ſeu numero fibrarum dato, diſtantiam CA fore majorem, quando ſectio illa eſt annulus, quam quando eſt circulus cavitatis omnis expers; atque ideo vis partes uniens, & reſiſtens potentiæ P eas ſeparare conanti, in eadem ratione major eſt. Ex hac ratione culmi tritici, plumæ avium, & cuſpides cavæ magis reſiſtunt iis, quæ hæc corpora rumpere nituntur, quam ſi ejusdem ponderis, & longitudinis forent, ſed omni cavitate deſtituta. Apparet adeo, quod hiſce in rebus ars ſapientiſſimam naturæ ſtructuram tantummodo imitetur.

14. Idem Auctor animadvertit, quod inter corpora ſimilia, ſeu Mechanica, ſeu animalia, ea, quæ majora ſunt, magis obnoxia ſint diſcrimini, quam minora, atque vires moli collatas habeant minores, hoc eſt, quod majorum vires non ſint e magnitudine metiendæ. Ex. cauſa magna columna in majore verſatur periculo, in fragmenta diſſiliendi, dum cadit, quam minor majori ſimilis; homo adultus majoribus damnis per lapſum expoſitus eſt, quam infans; inſectum quodpiam defert ſæpe pondus ſe ipſo aliquoties majus, cum ex oppoſito animalia magna, v. g. equi, vix ſibi æquale portare poſſint. Ut res hæc oſtendatur, ſufficit monſtrare, quod in corporibus per omnem molem æquabilibus, ac ejusdem plexus partium, ſi majora ſint, vis nitens ea rumpere, aut damno afficere, creſcat in majore ratione, quam vis, qua ſeſe conſervant, ac adverſus læſionem muniuntur. Sint itaque (*fig.* 31) AB DE, FGHK trabes ſimiles formæ cylindricæ, aut priſmaticæ, in muro quopiam IL immobili fixæ; conſideremus autem in præſens tantummodo proprium earum pondus, neglecta omni alia vi, quæ ad eas rumpendas applicari poſſet. Dividatur AB in C, & FG in M bifariam; poterunt earum pondera concipi velut in punctis C & M collecta, quæ puncta accurate infra centra gravitatis earum ſumantur. Fingamus majoris facilitatis calculi gratia AB = 2 FG; erit pondus trabis ABDE octuplum ponderis trabis ſimilis FGHK. Cum itaque pondus prioris trabis concipiatur in C collectum, & ſecundæ pondus in M, ſitque diſtantia AC dupla diſtantiæ FM, ſequitur, vim, quæ nititur trabem pri- Fig. 31.

mam in A rumpere, atque octupla eſt illius, quæ conatur trabem alteram in F frangere, & præterea ad duplam diſtantiam applicatur, habere actionem decies, & ſexies majorem, quam ſit actio in alteram. Ut vero etiam vires, quæ læſioni harum trabium in muro fixarum reſiſtunt, comparare poſſimus, ſit ARE ſectio trabis majoris ad longitudinem perpendicularis, FSK minoris, in punctis A & F: dividantur AE in p, & KF in q biſariam: erit numerus fibrarum longitudinalium, quarum cohæſio ſeparationi partium reſiſtit, vel potius ipſa cohæſionis quantitas, in trabe majore ad cohæſionem in trabe minore, ut area ſectionis ARE ad aream ſectionis FSK, hoc eſt in exemplo propoſito, ob ſimilitudinem ſectionum, ut quadratum AE ad quadratum FK, ſive ut 4 ad 1. Poteſt autem cohæſio partium contiguarum in ſectione ARE concipi, quaſi tota eſſet in commune gravitatis centrum p collecta, uti etiam cohæſio partium in ſectione FSK conſiderari poteſt velut unita in q: itaque cohæſio læſioni in trabe majore reſiſtens erit quadrupla illius, quæ reſiſtit ſeparationi in trabe minore, & ſimul agit in diſtantia dupla a centro motus, quoniam $Ap = 2\,Fq$; ut adeo vis impediens, ne frangatur trabs major, ſit octupla illius, quæ impenditur ad conſervationem trabis minoris. Unde reperimus, vim rumpendi trabem majorem in A eſſe decies ſexies majorem vi rumpendi minorem in F; vim autem cohæſionis, quæ damno reſiſtit, in majore trabe tantum excedere octies illam, quam habet trabs minor. Et univerſe facile invenitur eadem methodo, vires tendentes ad ſeparationem

tionem partium trabium, ac e propria gravitate provenientes, creſcere in ratione quadruplicata longitudinum, dum vires his contrariæ, & ad conſervationem utiles, tantum in ratione triplicata earundem longitudinum augentur. Ex quibus ſequitur, majores trabes facilius frangi, quam minores ſimiles; & quamvis minor aliqua firmitatem debitam habeat, poteſt tamen major, ſi illi ſimilis fiat, excreſcere ad tantam longitudinem, ut eam proprio pondere rumpi neceſſe ſit. Quam ob rem Galileus non ſine ratione deducit, machinas, quarum moduli firmitatem neceſſariam habent; effectumque eorum dimenſionibus congruum præſtant, ſi ad exemplaris proportionem, conſtruantur, quandoque evadere debere admodum fragiles, atque proprii ponderis ſuſtinendi impotentes.

15. Ulterius concludit celebris hic vir ex iiſdem principiis, tam operibus naturæ, quam artis, neceſſario eſſe quoſdam limites, quos magnitudine excedere non poſſint. Si arbores molem, qua nunc ſunt, multoties excederent, earum rami propria gravitate frangerentur; animalia majora vires non haberent volumini ſuo reſpondentes, & ſi quidem terreſtria iis, quæ noſcimus, multo eſſent majora, vix ſeſe movere poſſent, atque maximis periculis eſſent expoſita. Verum aliter de marinis ſentiendum, quoniam aqua eorum corpora magnam partem ſuſtentare juvat; unde etiam videmus ab hiſce maxima terreſtrium plurimum ſuperari. Nec adverſus hæc facit, quod quædam oſſa reperta ſint, quæ credita ſunt fuiſſe gigantum enormis magnitudinis, uti

ſunt ſceleta, de quibus Strabo, & Plinius loquuntur, quorum alterum fuerit 60, alterum 46 cubitorum. Etenim rerum naturalium ſtudioſi non immerito exiſtimant, ejuſmodi oſſa vel fuiſſe elephantorum, vel (uti præter morem ingentia) balænarum, varia in loca delata, ac poſtea, obliterata jam mutationum memoria, quæ ſuperioribus ſæculis in natura evenerunt, reperta. Illud interim fatendum eſt, nullam afferri poſſe rationem ſolidam, cur homines nequiverint dari, qui maximos eorum, quos in præſens cognoſcimus, multis pedibus ſuperarint altitudine. Hac de re Diſſertatio D. Hans Sloane in Tranſact. Phil. aliaque in Monum. Acad. Reg. Scient. ad A. 1727 Lectori utilia, nec injucunda extant. Quodſi eædem leges cohæſionis, & attractionis in aliis etiam planetis, præter tellurem, obtinent, fortaſſis commodo ſuo non caret, quod gravitas prope eorum ſuperficiem non multum diſcedat a gravitate, quæ in telluris ſuperficie obſervatur. Atque id fortaſſis innuit Newtonus, dum ait, non ſine conſilio factum eſſe, ut longe minor eſſet gravitatis differentia in planetarum ſuperficiebus, quam quis credere poſſit, ſi tantum magnitudinis eorum diſcrimen ſpectetur.

16. E §. 14 ſequitur, quod ut corporum, machinarum, aut animalium robur magnitudini congruat, majorum ſoliditas augeri debeat. Sic ut cylinder major A B D E, ſit æque firmus, ac minor F G H K, ſectio illius A R E, & diameter A E eo uſque augeri debet, donec vis, quæ partes conjungit, habeat ad vim contrariam eandem rationem,

quam

quam in cylindro minore habet. Hoc judicium cum in nobis perpetua experientia firmetur, ſemper notionem roboris conjungimus alteri, quæ corpora craſſiora exhibet; & dum imaginem agilitatis nobis effingimus, una gracilitatem addimus: hujus rei ratio habetur maxime in Architectura, in qua non minor cura eſt firmitatis apparentis, quam veræ, ut etiam oculo judicio pollentis ſpectatoris fiat ſatis, diverſorum ordinum columnis diverſos ſoliditatis gradus repræſentantibus. At ſi juxta idem principium cogitemus animalia admodum robuſta in ratione eorum magnitudinis, neceſſe eſt, ut ea enormis ponderis fiant, itaque ſua torpeant mole preſſa, ut & ſibi ipſis ſint inutilia, & deformia aſpectu. Quare tum iſthic, tum in rebus omnibus aliis, ad illorum arbitrium dimenſiones exigendæ ſunt, quorum judicium plurimorum calculis probatur, neque educatione, aut prodigioſarum rerum narrationibus corruptum eſt, ſed ex ipſa natura hauſtis principiis nititur. Quamvis conſuetudinis tanta ſit vis, atque in notiones noſtras tanta efficacia, tamque manifeſtus influxus, ut ſæpe difficillime etiam accurata attentione rationes veras deprehendere poſſimus, cur aliquid nobis placeat.

17. Quæ ad vectem pertinent, fuſius expoſuimus, ut, quæ de aliis ſuperſunt machinis, brevius exequi poſſimus. *Libra* uſitata nihil aliud eſt, quam vectis duorum æqualium brachiorum A G, G B (*fig.* 32), centro motus plerumque directe ſupra G poſito. Quodſi enim hoc foret in G, pondera æqualia ex A & B ſuſpenſa ſeſe in quovis vectis A B Fig. 32.

ſitu ſuſtentarent; at quando centrum motus eſt ſupra G, ea non æquilibrantur, niſi dum vectis eſt horizonti parallelus: dum vero pondus B a pondere A paulliſper exceditur, alternis vicibus aſcendunt, & deſcendunt, donec eorum centrum gravitatis commune *g* quieſcat in linea verticali C G ubi a C ſuſtentatur, & pondera in æquilibrio manent. Libra fallax eſt, ſi brachia A G, & B G ſint inæqualia: & accuratio hujus inſtrumenti eo potiſſimum recidit, ut affrictus in centro motus G reddatur, quam fieri poteſt, exiguus.

18. *Axis in Peritrochio* magnam cum vecte analogiam habet: potentia applicatur circumferentiæ rotæ; pondus attollitur ope funis circumacta machina axi circumvoluti. Itaque potentia conſiderari poteſt velut vectis brachio applicata, longitudinis ejuſdem cum radio rotæ; & pondus, veluti ſi penderet ex extremo alterius brachii radium axis longitudine æquantis, illudque ſolum adeſt diſcriminis, quod hæc duo brachia non ad idem centrum motus conjuncta ſint, & quod ipſius hujus centri loco habeatur axis motus, is nempe, qui ſimul eſt axis totius machinæ. At quoniam nulla ex hoc capite in vires, & agendi modum differentia invehitur, ſequitur, potentiam cum pondere fore in æquilibrio, quando ſunt in ratione reciproca diſtantiarum ab axe machinæ, ſive quando potentia eſt ad pondus, ut radius cylindri ad radium rotæ, ex hypotheſi tamen, quod potentia agat directione ad radium rotæ perpendiculari: etenim ſi potentiæ directio eſſet obliqua, radii loco ſumi deberet perpendicularis

ris

ris ab axe ad directionem ducta. Sic ſi A B D E (*fig.* 33) repræſentet cylindrum, H P N rotam, L M axem motus, ſive rectam, circa quam tota machina verſatur, Q punctum ſuperficiei cylindri, cui pondus W applicatum eſt, P punctum, ad quod potentia agit, K Q radium cylindri, C P radium rotæ; ſi, inquam, potentia P agat directione ad C P perpendiculari, ſitque ad pondus W, ut K Q ad C P vel C H, erit cum eodem in æquilibrio. At vero ſi potentiæ directio ſit alia quæpiam, v. g. P R, ducatur ad eam ex centro rotæ C perpendicularis C R; erunt P & W in æquilibrio, quando fuerit P : W = K Q : C R. Nam in hac hypotheſi eſt eadem vis potentiæ P, ac ſi in puncto ſuæ directionis R ad C R perpendicularis applicata eſſet. Fig. 33.

19. *Trochlea* ſimplex ad mutandam directionem potentiæ, vel motus utilis eſt, nec virium compendium ullum, vel diſpendium habet, niſi quod ex affrictu provenit. Exhibeat M (*fig.* 34) trochleam ſimplicem, P N W funiculum trochleæ circumductum, cui potentia P, & pondus W applicatur. Manifeſtum eſt, quod ſi P & W ſint æqualia, non ſecus habeatur inter ea æquilibrium, ac ſi ad æquales diſtantias M A, M B a centro vectis A B ſuſpenſa forent. Verum ſi præter trochleam fixam M (*fig.* 35) adhibeatur alia mobilis L, annexum habens pondus W, & funis utrique circumducti extremum, alterum retinaculo firmetur in E, alteri extremo applicata potentia P, liquet ſane, a potentia P non niſi dimidium ponderis W ſuſtentari, Fig. 34. Fig. 35.

quo-

quoniam funis K N non niſi dimidium illius portare debet, altero dimidio a fune K E ſuſtentato. Inter hanc trochleæ applicationem, & vectem, in quo potentia ad duplam diſtantiam ex eadem parte centri motus cum pondere applicata eſt, manifeſta analogia intercedit. Etenim ſi A B ſit diameter trochleæ L, ad cujus extrema A & B funes paralleli A E & B N eandem trochleam tangunt, potentia P velut in B applicata concipi poteſt, pondus vero W in L, & centrum motus in A. Unde ſi ponamus, potentiam P, & pondus W moveri, cum P æquetur dimidio W, erit velocitas ponderis W dimidia velocitatis potentiæ P, ſeu factum ex P in ſuam celeritatem erit æquale facto ex W itidem in celeritatem ſuam. Nam ut pondus W attollatur uno digito, uterque funis E K & N B uno digito reddi brevior debet, & potentia, totum funem ex E per K & N trahens, duobus digitis deſcendere. Similis ratiocinatio reliquis trochlearum combinationibus applicanda eſt.

Fig. 36. 20. Si pondus W (*fig.* 36) per *Planum Inclinatum* A C deſcendat, pars ejus gravitatis reactione plani ſuſtentatur, pars altera motum ſecundum plani longitudinem efficit. Eſto A B plani altitudo, B C baſis, gravitas tota ponderis ſit ut verticalis W M, ac reſolvatur in W N ad planum perpendicularem, & W Q eidem parallelam; erit pars prior ea, quæ a plano deſtruitur; pars altera, quæ ad motum confert juxta plani longitudinem. Quoniam triangula WQM, ABC ſimilia ſunt, erit W Q : W M = A B : A C, & vis, qua corpus per pla-

planum inclinatum deſcendit, eſt ad ejus gravitatem totam, ut altitudo plani ad ejuſdem longitudinem: & hinc vis directione Q W ad A C parallela agens corpus ſuſtentabit, ſi fuerit ad pondus totum corporis, ut A B ad A C.

21. Exprimat A B C (*fig.* 37) *Cuneum* in corporis findendi hiatum, cujus latera ſint D E, D F, demerſum: ſi ponamus, latera hæc D E, D F reagere in cuneum directione ad D E, D F perpendiculari; & horizontalem E F occurrere ipſi D F in F, ac præterea vim, qua cuneus adigitur, eſſe in æquilibrio cum reactione laterum D E, D F, & habere directionem ad horizontem perpendicularem, erunt tres iſtæ vires in ratione trium rectarum E F, D E, D F. Etenim e compoſitione motus deducitur, quod dum tres potentiæ ſunt inter ſe in æquilibrio, ſint in eadem ratione, in qua ſunt tria latera trianguli, parallela ſingula ad earum ſingulas directiones; & hinc etiam in ratione trium laterum trianguli ad earundem directiones perpendicularium, cum poſterius triangulum priori ſit ſimile. Eſt vero E F ad directionem ponderis cunei, ſive potentiæ cuneum impellentis, perpendicularis per hypotheſin, & D E, D F ſunt normales ad directiones, quibus itidem per hypotheſin reſiſtunt: quare vis cuneum adigens in hiatum E D F, & reſiſtentiæ laterum, in eadem ratione ſint, oportet, ac E F, D E, & D F. Quodſi contingat diverſo modo latera D E, D F cuneo ſeparanda reſiſtere, ratio virium ex iiſdem principiis facile detegetur. Fig. 37.

Dd 22. Si

22. Si cogitetur in ſuperficie convexa cylindri punctum quodpiam ſecundum ejus longitudinem motu uniformi progredi, & interea linea, quam deſcribit, motu itidem æquabili circa axem converti, ex hoc motu compoſito curva ſpiralis naſcetur. Si juxta hujus curvæ ductum fiant helices in ſuperficie convexa cylindri, *cochlea exterior* vel *ſolida* appellatur; at ſi eædem fiant in ſuperficie interna concava, *coblea interna*, vel *cava* dicitur. Quodſi cochlea ſolida intra cavam moveatur, ac earum altera fixa maneat, machina componitur, quæ ingentem vim ad corpora comprimenda, ſeu etiam movenda habet. Si po-
Fig. 38. tentia P alterutram cochleam (*fig.* 38) directione ad baſin parallela circumagat, pondus W ſuſtentabit, ſi ſit ad W, ut diſtantia duarum helicum vicinarum ad peripheriam circuli, quam ipſa potentia P percurrit: etenim potentia P unam revolutionem peragente, cochlea ad diſtantiam duarum helicum proximarum promovetur, eſtque velocitas potentiæ ad velocitatem ponderis, ut circumferentia a potentia deſcripta ad binarum helicum diſtantiam. Idem reperietur, ſi conſideretur cochlea inſtar plani inclinati cylindro circumvoluti. In hac machina affrictus eſt ingens.

Ex allatis machinis ſimplicibus compoſitæ oriuntur pluribus illarum inter ſe conjunctis, ut diverſus earum uſus poſcit; & eædem leges generales etiam in compoſitis obſervantur, illa imprimis, quæ §. 2 expoſita eſt, potentiam, & pondus ſeſe ſuſtentare mutuo, quando ſunt in ratione reciproca velocita-

citatum ad directiones, ſecundum quas agunt, reductarum, ſiquidem moverentur.

23. Hunc itaque in modum ſolutum eſt celebre Mechanices problema, quo petitur, ut datum pondus per datam potentiam moveatur, modo illud ſimul obſervetur, ut reſiſtentia ex affrictu oriunda ſuperetur. Atque cum ſummi momenti ſit, ut affrictus reddatur minor, varia in hunc finem excogitata ſunt artificia. In variis rotarum generibus, quæ vehendis oneribus deſtinatæ ſunt, affrictus, qui haberetur in circumferentia rotæ (ſi nempe rota non circumageretur), translatus eſt in circumferentiam axis, atque propterea imminutus eſt in ratione radii axis ad radium rotæ: unde patet, in rotis circa axem motis affrictum ſemper poſſe minui, minuto radio axis, vel aucto radio rotæ. Simili ratione decreſcet affrictus, ſi axis rotæ non volvatur in cavo immobili, quod magnopere atteri ſolet, ſed peripheriæ incumbat aliarum rotularum, quæ una cum axe circumagantur: hac enim arte affrictus, qui eſſet in peripheriis harum rotularum, in earum axes transfertur: & poterit ſemper magis affrictus tolli, ſi dictarum rotularum axes iterum incumbant aliis rotulis una cum iis circumvolutis. Fieri ceterum vix poteſt, ut leges univerſales ſimul, & exactæ de affrictu conſtituantur, quoniam is dependet a ſtructura, & plexu corporum, a figura partium ſupra ceteras prominentium, a diverſis cavitatibus earundem, a duritie, elaſticitate, cohæſione, aliiſque pluribus affectionibus. Quidam e Phyſicis ſtatuerunt affrictum æqualem tertiæ ponderis parti, ſi corpus in plano horizontali trahatur;

tur; alii deprehenderunt, eum non niſi $\frac{1}{4}$, & quandoque $\frac{1}{7}$, vel $\frac{1}{7}$ ponderis totius æquare. Alii e recentioribus contendunt, affrictum non a ſuperficie corporum, ſed a ſolo pondere pendere. At enim neque hoc exacte cum vero conſentire animadverſum eſt. Quando celeritates ſunt exiguæ, ceteræque conditiones pares, affrictus fere in ratione celeritatum eſt; at quando velocitates admodum magnæ ſunt, in majore multo ratione creſcit, ſeu dein corpora adhibeantur ſicca, ſeu oleo ungantur.

24. Alterum generale Mechanicæ problema, de quo ſuperius diximus, eſt, definire rationem potentiæ ad pondus, ut, cum ſemel ope machinæ potentia reſiſtentiam ponderis ſuperat, maximum effectum tempore dato, quem poteſt, præſtet. Equidem manifeſtum eſt, quanti momenti hujus rei inquiſitio ſit, licet pauci Mathematici ad eam ſufficienter adverterint animum. Cum potentia paullo excedit eam, quæ ad ſuſtinendum pondus requiritur, motus admodum lentus eſt; & quamvis tum majus pondus elevetur, non tamen temporis jactura ſatis compenſatur. Cum potentia multum ſuperat ad pondus ſuſtinendum requiſitam, citius elevatur pondus; at fieri poteſt, ut exilitas ponderis plus incommodi habeat, quam celeritas utilitatis. Quare diſpiciendum eſt, qua ratione inter pondus & potentiam intercedente, factum ex celeritate in pondus ſit maximum omnium, quæ haberi poſſunt; id enim metitur effectum per machinam præſtitum tempore dato, qui eo major eſt, quo & pondus elevatum majus, & quo celerius elevatur. Dabimus itaque non nulla

hujus

hujus rei exempla, quæ ex elementari Geometria demonſtrari poſſint, optantes interim, ut huic tam utili Mechanices parti tempus majora addat incrementa.

25. Dum potentia reſiſtentiam vincit, machinaque moveri incipit, motus ponderis gradatim creſcit. Si actio potentiæ ponatur conſtans, effectus in motum ponderis tanto minor ſemper fit, quo motus ponderis magis augetur. Ita actio aquæ fluentis, aut aeris in rotam, æſtimari tantummodo debet ab exceſſu celeritatis ejus ſupra celeritatem a parte machinæ, in quam incurrit, jam acquiſitam, aut a celeritate reſpectiva. Verum altera ex parte pondus corporis elevandi, & affrictus motum machinæ retardant; unde dum vires iſtæ, quæ hinc quidem motum machinæ accelerant, inde vero retardant, æquales fiunt, motus machinæ ad æquabilem redigitur. Repræſentet A B (*fig.* 39) celeritatem aquæ; A C celeritatem illius partis machinæ, quam aqua ferit, dum jam ad motum æquabilem pervenit; exhibebit C B celeritatem reſpectivam, ex qua effectus machinæ pendet. Notum eſt, actionem fluidi in planum datum eſſe in ratione duplicata celeritatum reſpectivarum, conſequenter pondus per machinam elevatum, poſtquam ad motum æquabilem pervenit, quoniam actioni elevanti æquale eſt, erit etiam ut quadratum C B. Ducatur hoc quadratum in A C, ſeu celeritatem machinæ ab aqua motæ, eritque effectus machinæ tempore dato præſtitus ut $AC \times CB^2 =$ (ſi ponatur C B biſecta in D) $AC \times 2\,CD \times 2\,DB = 4\,AC \times CD \times DB$; hinc Fig. 39.

 effe-

effectus machinæ erit maximus, ſi factum ex A C, C D, & B D fuerit omnium maximum, quæ ex eadem ſumma haberi poſſunt. Sed facile intelligitur, id factum eſſe maximum, ſi partes A C, C D, & D B ſint æquales. Nam ſi deſcribatur ſuper A D ſemicirculus, & ſumatur ordinata E C, erit A C × C D = C E²; eſt autem C E² maximum, ſi C ſit centrum. Itaque ut factum A C × C D × D B ſit maximum, debet A D in C biſariam ſecari, & C B in D, adeoque partes A C, C D, D B æquales eſſe, aut celeritas machinæ ab aqua æquabiliter motæ debet eſſe $= \frac{1}{3}$ celeritatis aquæ A B. Hoc ſi fiat, inſuper habito affrictu, dum effectus machinæ eſt maximus, pondus elevatum eſt ad pondus æquale vi toti aquæ, ut C B² (ſeu quadratum celeritatis relativæ) ad A B², ſeu quadratum celeritatis abſolutæ aquæ, vel ad quadratum celeritatis relativæ aquæ, celeritate machinæ = 0, id eſt, machina quieſcente, ſive ut 2 × 2 ad 3 × 3, vel ut 4 ad 9. Ut igitur machina effectum maximum præſtare poſſit, non majus pondus applicari debet, quam $\frac{4}{9}$ illius, quod vi toti aquæ æquatur. Hoc argumentum fuſius pertractatum reperies in Tractatu de Flux. §. 908.

26. Ut alterum adjungamus exemplum, ſit datum pondus P, quod in verticali linea gravitate ſua deſcendendo debeat ope chordæ P M W, & trochleæ fixæ M elevare pondus W pariter datum
Fig. 40. (*fig.* 40) per planum inclinatum B D, cujus altitudo B A datur: quæritur poſitio plani B D, per

quod

quod tempore minimo a pondere P attollatur W ſpatio verticali B A. Sit B C planum, cui ſi incumberet W, foret in æquilibrio cum P; erit per §. 20 hujus Cap. P : W = A B : B C; ſed per §. indicatum W eſt ad vim reſpectivam, qua nititur deſcendere per planum B D, ut B D ad AB; erit igitur P ad eandem vim reſpectivam, ut eſt B D ad B C. Quare exceſſus P ſupra vim ponderis W deſcendendi per planum B D (qui eſt potentia acceleratrix motuum utriuſque ponderis P & W) eſt ad P, ut B D — B C ad B D, vel (ſi fiat B H producta = B D) ut C H ad B H. Sed ſpatia motu uniformiter accelerato percurſa ſunt in ratione compoſita virium, quæ eos motus efficiunt, & quadratorum temporum; & quadrata temporum ſunt in ratione compoſita ex directa ſpatiorum, & reciproca virium: conſequenter quadratum temporis, quo B D a pondere W percurritur, erit directe ut B D, & reciproce ut $\frac{CH}{BD}$; adeoque tempus erit minimum, ſi $\frac{BD^2}{CH,}$ aut $\frac{BC^2}{CH} + 2\,BC + CH$, vel (quia 2 B C conſtans eſt), ſi $\frac{BC^2}{CH} + CH$ fuerit minimum. Quemadmodum autem factum duarum quantitatum, quarum ſumma datur, maximum eſt, ſi eæ quantitates æquales ſint; ita etiam liquet, minimam ſummam eſſe quantitatum, quarum factum datur, æqualium; adeo, ut ſicut (§. 25) factum maximum ex lineis A C & C D = C E ^{2} habetur, quando A C = C D,

CD, quavis alia ſectione rectæ AD præbente partes, quarum factum ſit minus, quam CE^2; ita ſumma $AC + CD$, ex quarum multiplicatione rectangulum ipſi CE^2 æquale haberi poteſt, minima ſit, ubi $AC = CD$. Sed factum ex $\frac{BC^2}{CH}$ in CH eſt BC^2, adeoque datum; igitur ſumma $\frac{BC^2}{CH} + CH$ erit minima, ſi $\frac{BC^2}{CH} = CH$, hoc eſt, ſi $BC = CH$, aut $BD = 2\,BC$.

Ex his igitur colligitur, quod ſi pondus P gravitate ſua perpendiculariter cadendo attollere debeat alterum datum W ope plani inclinati ad altitudinem perpendicularem AB, primo quærendum ſit planum BC, in quo ſi collocaretur pondus W, a pondere P æquilibraretur; dein accipiendum $BD = 2\,BC$: aut quærendum eſt planum BD, in quo a pondere P duplum ponderis W ſuſtentari poſſet.

27. Fluidum directione, & celeritate AC
Fig. 41. (*fig.* 41) latum feriat planum CE, & ponatur hoc planum ſibi ipſi ſemper parallelum moveri directione CB ad CA perpendiculari, nec aliam poſſe directionem habere. Quæratur jam talis poſitio plani CE, ut maximum impulſum ab actione fluidi recipiat. Sit AP ad CE perpendicularis in P, ducatur AK parallela ad CB, & PK ad AK normalis in K; erit AK menſura vis, qua quævis fluidi pars planum CE directione CB latum ferit.

Cum

Cum enim vis cujusvis partis fluidi repræſentetur per AC, reſolvatur ea in AQ parallelam ad CE, & in AP ad CE perpendicularem; manifeſtum eſt, ſolam vim AP poſſe agere. Hæc iterum reſolvatur in AL, ad CB perpendicularem, & in AK eidem parallelam. Iterum patet, AL nullum poſſe motum efficere directione CB, ideoque ſolam AK eſſe menſuram vis, qua fluidum planum CE in directione CB propellit. Sint EM & EN perpendiculares ad CA & CB in M & N, erit numerus partium fluidi directione ad CA parallela latarum, & in planum CE incurrentium, ut EM: quare vis fluidi ad movendum planum CE in directione CB, cum ſit ut pars motus AK, & numerus partium ferientium conjunctim, erit ut $AK \times EM$, vel (cum ſit $AK : AP$ ($= EM$) $= EN : CE$), ut $\frac{EM^2 \times EN}{CE}$.

Verum cum detur CE, problema huc redit, ut inveniatur poſitio plani, in qua $EM^2 \times EN$ eſt maximum. Sed quoniam ſumma $EM^2 + EN^2$ datur, quippe quæ ſemper (ob $EN = CM$) $= CE^2$, ſequitur $EN^2 \times EM^4$ eſſe maximum, quando $EN^2 = \frac{1}{3} CE^2$, quemadmodum §. 25 oſtenſum eſt, ex data ſumma $AC + CB$ factum maximum eſſe $AC \times CB^2$, ſi $AC = \frac{1}{3} AB$. Quod ſi autem $EN^2 \times EM^4$ eſt maximum, etiam ejus radix quadrata $EN \times EM^2$ erit maximum. Quare actio fluidi in planum CE in directione CB movendum erit maxima, ſi $EN^2 = \frac{1}{3} CE^2$, adeo-

que $EM^2 = \frac{2}{3} CE^2$, hoc eſt, ſi ſinus EM anguli ACE, ſub quo fluidum in planum CE incurrit, ſit ad radium, ut $\sqrt{2}$ ad $\sqrt{3}$, quod fit (ut colligitur ex tabulis ſinuum) ſi hic angulus ſit 54° 44′.

28. Ex his complura utilia Mechanices problemata ſolvi poſſunt. Si venti celeritas per AC repræſentetur, ſectio alæ molendini per CE, cum ex machinæ conſtructione axis directe vento obverti debeat, nec alæ moveri aliter poſſint, quam directione ad axem perpendiculari, patet, ſub principium ventum efficaciſſime agere ad accelerandum motum, ſi angulus, ſub quo incurrit, ſit 54° 44′. Similiter ſi CB exhibeat directionem, qua navis progreditur (neglecto motu in latus, & ejus tantum habita ratione, qui fit ſecundum carinæ longitudinem), & AC directionem venti ad directionem navis perpendicularem, ſitus velorum, ut navis maximum impulſum recipiat, eſt idem angulus 54° 44′. Eodem modo optima poſitio gubernaculi invenitur, ut maximum effectum in convertenda navi habeat. Et in literis (Tranſact. Philoſ. N. 471.) ad Equitem Martinum Folkes, Societatis Regiæ Præſidem, oſtendi, quomodo hic angulus ad ſtructuram baſeos alveolorum favi ſit opportuniſſimus, ut maximo cum compendio mel ſuum apes in iis deponant.

29. Verum illud hic advertendum ſollicite, quod quando ſinus anguli ACE eſt ad radium, ut $\sqrt{2}$ ad $\sqrt{3}$, aut (quod idem) dum tangens eſt ad radium ut diagonalis quadrati ad ſuum latus, hic angulus tantum ſit ſub initium motus commodiſſimus,

ita

ita, ut in molendinis vento motis ſitus alarum talis eſſe debeat, ut ventus eas ſub majore angulo, quam $55^\circ\ 44'$ feriat. Alibi enim demonſtravi, quod poſtquam machina jam acquiſivit celeritatem $= c$, effectus venti maximus ſit, ſi tangens anguli, ſub quo incurrit, ſit ad radium, non ut $\surd\ 2$ ad 1, ſed ut $\sqrt{2 + \frac{9cc}{4aa}} + \frac{3c}{2a}$ ad 1, velocitate venti ſumpta $= a$. Si exempli cauſa $c = \frac{1}{3}\ a$, tum tangens anguli debet eſſe dupla radii, hoc eſt, angulus debet eſſe $63^\circ\ 26'$. Si $c = a$, ACE erit $74^\circ\ 19'$. Præſens animadverſio magni momenti eſt, cum in hac machina alarum partes ab axe remotiores acquirant celeritatem, quæ comparata cum celeritate venti ſat magna eſt, imo eam quandoque æquat; & maxime cum magni nominis auctor Daniel Bernouilli oppoſitum ex ſuis calculis deduxerit in ſua *Hydrodynamica*, minimo loco maximi accepto: ubi infert, quod angulus, ſub quo ventus alas ferit, ea ratione diminui debeat, qua diſtantia ab axe motus creſcit, ut ſi $c = a$, angulus eſſe debeat 45°; & ſi tota alæ longitudo ſit unicum planum, illud inclinandum ſit ad angulum 50° fere, medio accepto. Alibi oſtendi, quomodo in hunc errorem Bernouillius inciderit (Tractat. de Flux. §. 914).

Eodem modo licet angulus $54^\circ\ 44'$ ſit ſub initium aptiſſimus, dum navis a vento impelli incipit, nihilominus is augendus eſt, cum velocitas navis creſcit. Univerſe ſit A a (ad CB parallela) ad AC, ut celeritas in directione CB a machina jam acquiſita, ad celeritatem fluidi impellentis: in AC

producta accipiatur A D, quæ ſit ad A C, ut 4 ad 3 : ducatur D G ad CB parallela, & centro C, radio Ca deſcribatur arcus occurrens D G in g : ſitus plani maxime opportunnus erit, ſi C E angulum aCg bifariam ſecet. Plerumque exiſtimant, ventum efficaciſſime agere, ſi velis perpendiculariter incumbat, præ omni vento e latere ſpirante, quæ opinio diverſis magno ingenio nuper editis ſcriptis propugnata eſt, ſed ut error caveatur, monere debemus, oppoſitum demonſtratum eſſe in Tract. de Flux. §. 991, ubi alia quoque exempla generalis hujus Mechanicæ problematis occurrunt, & quo Lectorem remittimus.

30. Machinæ, & potentiæ in Mechanica adhiberi ſolitæ, ut diverſæ ſunt, ita diverſis uſibus ſunt opportunæ, atque propterea ſagacis ſtructoris partes ſunt, ut eas ſeligat, & inter ſe apte conjungat, quarum ope potentiarum dextra applicatione, minimoque ſumptu effectus petitus obtineri poſſit. Vectis uſus eſt, dum pondus ad exiguam altitudinem attollendum, ſaltem dum machina aliunde non movetur, uti dum in lapicidinis ſaxa e ſuis ſtratis extrahenda ſunt; at axis in peritrochio adhiberi poteſt ad pondera etiam ex profundiſſimis locis elevanda. Trochleæ ob exiguam molem facile, quo lubet, transferendæ ad uſus nauticos commode applicantur. Cuneus, dum corporum partes ſeparari debent, præſtat ceteris, uti cochlea dum comprimendæ conſtringendæque ſunt; quin ipſe ejus ingens affrictus quandoque utilitatem eam habet, quod effectus jam editus conſervetur. Firmitas, & ſoliditas ipſius

ipſius machinæ, omniumque ejus partium accommodata eſſe debet effectibus præſtandis. Sic cum invenerimus, quod centrum motus, dum inter pondus, & potentiam ſitum eſt, ſuſtentet ſummam virium utriuſque, ſequitur, quando majora examinanda ſunt pondera, libram exiguam adhiberi non debere: quippe cum ingente illa preſſione ſtructura machinæ læderetur, nec certi quidquam de ponderum magnitudine ſtatui poſſet. Pari ratione effectibus minuſculis edendis machinæ magnæ ineptæ ſunt. Verum hæc, aliaque id genus, experientiæ prudentis Mechanici relinquenda ſunt.

31. At enim longe aliud ſæpe in Mechanica ſpectatur, quam ut eleventur pondera, & reſiſtentia ſuperetur. Efficere motum ad certas leges compoſitum, qui metiendo tempori ſit aptiſſimus, problema eſt in hac ſcientia ſummi momenti, atque per pendula horologiis applicata adhuc feliciter ſolutum; quanquam etiam plura excogitata ſint magna ingenii commendatione remedia, quibus motus minus æquabiles elaterum impulſu geniti corrigerentur. Fuerunt etiam plures, qui eo contulerunt omnem ſuam artem, ut motum perpetuum invenirent, verum nullo ſucceſſu; & ſane ſi Mechanices principia ſpectemus, credibile redditur, ejuſmodi motum fieri non poſſe. Sæpius, dum corpora in ſe mutuo agunt, lucrum quoddam motus abſoluti habetur; verum hoc in directionibus oppoſitis ſemper æquale eſt, nec quantitas motus directi unquam augetur. Ut motus ſit perpetuus, opus eſt, ut corpora numero certo, certo in ſpatio, modoque certo ſeſe moveant con-

tinuo, ideoque habeantur actiones perpetuo ſibi ſuccedentes tanquam in circulum, ut motus ſemper perduret; ita quidem, ut quævis actio, per quam quantitas virium abſolutarum augetur (quarum diverſa ſunt genera) habeat alteram ſibi ex oppoſito reſpondentem, quæ rurſus incrementum illud elidat, & vires omnes ad priſtinum ſtatum reſtituat. Atque hinc nunquam orietur virium directarum incrementum, quo affrictus, & reſiſtentia medii ſuperetur, quibus obſtaculis fiet, ut motus quivis paullatim extinguatur & qui per actiones illas efficiuntur, languebunt tandem, donec omnino emoriantur.

32. Rei hujus veritas ut magis illuſtretur, illud monemus, dari á nobis facile, per motus reſolutionem lucrum aliquod, ſeu virium abſolutarum
Fig. 2. incrementum haberi: ſic vires A B & A D (*fig.* 2) ſimul ſumptæ ſuperant omnino vim A C, quæ in illas reſolvitur; verum nullius machinæ ſubſidio fieri poteſt, ut motus hunc in modum in infinitum reſolvatur. Ille enim, qui jam reſolutus eſt, rurſus componi debet, ut motus evadat perpetuus, ideoque incrementum per reſolutionem acquiſitum, rurſus per compoſitionem perditur. Eodem modo ſi corpora A & B ponantur perfecte elaſtica, atque minus A in majus B quieſcens incurrere, habebitur
Fig. 42. (*fig.* 42) augmentum quoddam quantitatis abſolutæ virium, cum minus poſt impactum reſiliat. At ſi ponantur ambo circa centrum aliquod C moveri peracto conflictu, ita, ut denuo ſibi occurrant in *a* & *b*, augmentum illud peribit, & ſumma motuum ad eandem quantitatem, quæ prius erat, redigetur.

Qua-

Quare ejuſmodi virium lucrum, quod per ſubſequentes actiones corporum deperditur, nunquam motui perpetuitatem conciliare poteſt. Dantur quidem plures alii modi vim abſolutam augendi, verum cum augmentum hoc ſemper ſit æquale in directionibus oppoſitis, & nullum in directione eadem, redeuntibus in circulum actionibus mutuis, quod ad motum perpetuum neceſſarium eſt, incrementum iſtud illico amittitur, neque ſufficit ad affrictum, & reſiſtentiam medii ſuperandam.

33. Obſervandum itaque eſt, quod quamvis in corporibus infinitis numero, aut in machina infinita, perpetuum dari poſſit augmentum virium, & motus in infinitum durare, non tamen inferri hinc queat, reapſe mobile perpetuum poſſe conſtrui. Illud, quod a Leibnitzio Menſe Aug. An. 1690 in Act. Lipſ. propoſitum eſt e methodo communi vires corporum motorum æſtimandi deductum, hujus erat generis, ideoque tum ex hac, tum aliis ex cauſis rejiciendum eſt. Attamen advertendum eſt, quod licet pluribus ex capitibus præſtet tam vires, quam motum non ex quadrato, ſed ex celeritate metiri, ut tamen corporum celeritas, dum ſemel moventur, augeri poſſit, potentia, ſeu cauſa hoc augmentum editura, in majore ratione, quam celeritatis illius, creſcere debeat. Etenim actio potentiæ in corpora a motu relativo unice dependet, adeo, ut actio tota cauſæ nequeat in motum corporum impendi, ſed pars ejus non exigua ipſam cauſam quoddammodo applicare debet, atque in eo ſtatu ponere, ut inſequendo corpora jam mota in eadem agere poſſit.

Sic

Sic nequaquam tota venti actio in accelerationem motus navis impenditur, ſed exceſſus tantum ejus celeritatis ſupra celeritatem velorum, in quæ incurrit, utraque ſcilicet ad eandem directionem reducta. Quando motus ope laminarum elaſticarum efficitur, non niſi poſtrema contactu ſuo in corpus agit; reliquæ ejus actionem tantum ſuffulciunt; atque hinc majore opus eſt laminarum numero ad motus accelerationem, quam ſit ratio illa celeritatis augendæ in corpore. Vis duplex, uti dupla gravitas, tempore eodem duplam quidem celeritatem generabit; & corporis elaſtici duplex motus in altero itidem elaſtico duplum motum efficiet; at vero duæ impulſiones ſeſe inſequentes, & inter ſe æquales, in idem corpus, nunquam duplum illius motus efficere poſſunt, quem prima dat impulſio: ſecundæ enim effectus ut minor ſit, oportet, corpore ſcilicet jam in motu conſtituto, quam primæ corpore adhuc quieſcente. Parem ob cauſam ſi ſuccedant tertia, & quarta actio, erit effectus tertiæ minor, quam ſecundæ, & quartæ minor, quam tertiæ. Atque ex his colligitur, quid reponendum ſit adverſus argumentum, quo mobile perpetuum conſtrui poſſe evincere nitebantur, ac quod minus accurate expenſum ſuo non carere videtur robore.

Fig. 43. Dividatur altitudo AB (*fig.* 43) in 4 partes æquales AC, CD, DE, EB: fingatur corpus A deſcenſu per AC acquirere velocitatem ut 1, atque hic motus quomodocunque communicari corpori æquali B; dum jam corpus A deſcenſu per CD rurſus acquirit motum ut 1, qui pari ratione transfertur in corpus B, hoc corpus B acquiret velocitatem ut 2, quæ ſuffi-

ſufficit, ut ex B ad altitudinem A aſcendat; & quoniam præterea remanet adhuc motus, quem corpus A deſcenſu per DE, & EB acquirit, atque ſufficit, ut interea machina aliqua in motu conſervetur, dum corpora B & A alternis vicibus aſcendunt, & deſcendunt, confici ajunt, poſſe hunc in modum ſufficiens virium incrementum haberi, quo motus perpetuus efficiatur. Verum ex iis, quæ diximus, manifeſtum eſt, non poſſe per ſuccedentes motus, qui ſinguli ſint ut 1, in corpore B generari motum ut 2.

Fuerunt nonnulli, qui varia artificia ad motum perpetuum efficiendum excogitata eum in finem attulerunt, ut rem ſupra omnes vires poſitam hic agi oſtenderent; ſed quoniam minus ſolidis argumentis uſi ſunt, eos, qui vana ſpe inveniendi mobilis perpetui ducuntur, potius in ſuo errore confirmarunt. Hujus exemplum proſtat in *Magia Mathematica* Doct. Wilkin Lib. II. Cap. XIII. Cogitetur magnes A (*fig.* 44) iis viribus præditus, ut poſſit corpus quodpiam per planum inclinatum FA ex F in B elevare; ubi corpus propria ſua gravitate per curvam BEF iterum deſcendet, donec ad priorem ſuum locum F redeat, ita, ut denuo aſcendat per planum inclinatum verſus A, & per curvam BEF relapſum, perpetuo moveatur. Sed eſto, BZE alia quæpiam ſuperficies, cui ſi incumbat corpus, inter ejus gravitatem, & attractionem magnetis habeatur æquilibrium: occurret hæc alicubi inter A & F curvæ BEF in E, & corpus per eam curvam deſcendens, cum ad E pervenerit, quieſcet. Fig. 41.

CAPUT IV.

De Motu Corporum ex Impactu.

1. QUamvis leges motus, & principia Mechanicæ ſuperioribus Capitibus ſat clare expoſita, & demonſtrata fuerint; antequam tamen ad ſublimiora gradum faciamus, operæ pretium erit, ſi motus prius ſimpliciſſimos, atque quos frequentiſſime ob oculos habemus, cum phænomenis inde pendentibus, expendamus. Ipſæ allatæ jam Leges, & principia majorem inde lucem acquirent, atque methodus ratiocinandi, quam adhibuimus, evidentior reddetur. Motus autem, quos in præſens conſiderandos ſuſcipimus, ii ſunt, qui e corporum mutuo impactu oriuntur, quos quidem obſervandi frequens ſe dat occaſio, nobiſque arbitrarium eſt, e quibus experimentis eos deducere velimus. Atque ut naturæ leges certius indagemus, a ſimpliciſſimis phænomenis initium ducendum, inde ad alia magis intricata progrediendum: incipere enim a difficilioribus, nil aliud foret, quam adverſus rectæ methodi regulas peccare. Ita, qui de corporum inertia acturus, eamque dilucide expoſiturus, de experimentis Chemicis, de fermentatione, de ſolutione corporum per menſtrua, de phænomenis putreſcentium, aliiſque id genus implicatoribus diſſereret, riſui profecto ſeſe

ex-

exponeret: & ſi quidem quis hujuſmodi res abſtruſas ab initio contemplandas ſibi ſumat, facile in animum inducet, ut corporibus agendi quandam vim, eorum naturæ prorſus contrariam, tribuat. Unde principia hujus ſcientiæ ab obſervationibus, & experimentis, quæ in corporibus ſenſibus facile percipiendis, & majoris molis inſtituuntur, repetenda ſunt. Doctrina de motu ex impactu corporum admodum clara, & methodo tam plana ex legibus communibus deducta habebatur, ut quiſque de veritate facile convinceretur, antequam recentiores non nulli, in gratiam ſuæ opinionis de menſura virium corporum motorum, eam obſcuram reddere conati fuiſſent. At enim nos iſthic eorum rationem non habebimus, ſed potius ex principiis ſecundo Capite ſtabilitis, & illuſtratis, rem omnem dilucide non minus, quam ſolide deducere conabimur.

2. Corpora a pleriſque in tres claſſes tributa ſunt: perfecte *dura* dicuntur, quorum partes in impactu non cedunt, nec ullo modo flexiles ſunt, cujuſmodi exiſtimantur eſſe elementa corporum, ſive atomi. *Mollia* appellantur, quorum partes in colliſione cedunt, nec ſe rurſus priori ſitui reſtituunt. *Elaſticorum* nomine ea cenſentur, quorum partes quidem in conflictu cedunt, attamen poſtea ſeſe iterum in priorem ſtatum recipiunt. Ex his poſtremis ea dicuntur perfecte elaſtica, quorum partes eadem vi ſe reſtituunt, qua prius comprimebantur. Actio mutua corporum perfecte durorum, quorum partes flecti nequeunt, momento unico abſolvitur: & cum omni elaſticitate careant, nec ulla adſit vis, quæ

 ea,

ea, ubi ſemel concurrerint, rurſus ſeparet, ita manent poſt impactum contigua, velut unum, idemque corpus conſtituerent. Sed cum in corpora elaſtica potentia quæpiam agit, eorum partes ab initio cedunt actioni, poſtea ſeſe ſenſim reddunt priſtino ſitui: quod ut fiat, tempore opus eſt, quod in duplicem veluti periodum diſtinguendum eſt, alteram, qua durante partes corporum cedunt, magiſque ſemper, ac magis comprimuntur; alteram, qua rurſus a ſe recedentes priorem ſitum recuperant. Si duo corpora ſphærica, & elaſtica ſibi mutuo occurrant, primum quidem ſeſe in puncto unico contingunt; tum vero ſuperficies contactus gradatim augetur, ut ſcilicet partes ſubinde contiguæ, & ſe preſſu mutuo urgentes, ulterius ſemper cedunt, donec ad compreſſionem maximam perventum ſit: inde porro in oppoſitum redeunt, iiſdem gradibus, ſed ordine contrario. Hujus agendi modi corporum elaſticorum
Fig. 14. ſpeciem præbent elateres KL (*fig.* 14.) inter corpora dura A & B interpoſiti: hi enim eundem effectum præſtare debent, quem partes ipſæ corporum elaſticorum: ſi corpus A verſus B motum elateres premat, atque horum interventu agat in B, elateres magis ſemper comprimuntur, donec utrumque corpus habeat eandem velocitatem in directione eadem, & tunc, nulla vi amplius elateres comprimente, hi incipient ſe rurſus extendere, & quidem iiſdem gradibus, quibus compreſſi fuerant, ſed permutato ordine: id, quod alteram actionis a vi elaſtica pendentis periodum exhibet. In priore enim illa, qua vel elaſticorum corporum partes comprimuntur, vel interpoſitæ laminæ elaſticæ a corporibus duris in concurſu

curſu conſtringuntur, idem omnino præſtatur effectus, qui in corporibus perfecte duris haberetur: & dum prima hæc actio extinguitur, corporumque reſpectiva celeritas, qua concurrerunt, ſublata eſt, & ſecundum eandem directionem ad æqualitatem pervenit, jam altera ſuccedit periodus. Cum itaque in hac altera actionum ſerie, quando elaſtica vis perfecta eſt, partes eodem niſu, quo compreſſæ fuerunt, ſe iterum reſtituant, corpora velocitate reſpectiva æquali illi, quam ante conflictum habuerant, a ſe recedere debent, & quantum utrivis eorum motus per primam periodum actionum acceſſit, vel deceſſit, tantundem etiam durante altera reſtitutionis periodo ſecundum eandem directionem utrivis accedet, vel decedet, ita, ut utrumvis accurate duplum illius motus vel acquirat, vel perdat, quem acquiſiviſſet, vel perdidiſſet, ſi utrumque fuiſſet perfecte durum.

3. Effectus primæ actionum periodi in corporibus imperfecte elaſticis, non differunt ab iis, qui editi fuiſſent in perfecte elaſticis; ſed quoniam partes in hoc corporum genere minori vi reſtituendi ſe pollent, quam qua compreſſio fit, minus virium in altera periodo ſeu perditur, ſeu acquiritur, quam in prima. Interim tamen conſtans obſervatur ratio motus acquiſiti, ac perditi per utramvis actionum ſeriem in eadem corporum ſpecie, ut adeo inter velocitates reſpectivas, quæ ante, & poſt conflictum habentur, ratio definita intercedat, quæ in vitro exempli cauſa eſt ut 16 ad 15.

4. In corporibus mollibus, quorum partes cedunt, neque in locum ſuum deinceps redeunt, actio eadem eſſe debet, ac in prima periodo elaſticorum, vel in perfecte duris: eliditur enim eorum velocitas reſpectiva impactu, cum idem efficiat inertia, vel reſiſtentia partium, quod in compreſſione præſtat elaſticitas. Peracto conflictu ſimul, unius maſſæ inſtar, progrediuntur, quippe vi elaſtica, quæ rurſus ea ſeparet, deſtituta. Verum quia in his corporibus partes cedunt, exiſtimarunt non nulli e Philoſophis, perdi quandam virium partem in hoc ipſo effectu. At enim nullus motus parti alicui communicatus perdi poteſt, quin in alias rurſus partes transfundatur: corpus motum in fluido vim nullam amittit, niſi quam transfert in partes fluidi; & ſi quod agat in alterum molle, id ei tantum motus decedit, quod partibus corporis, in quod agit, communicat, quod proinde motus ſummæ adjungitur. Partes quidem corporis mollis loco ſuo dimoventur; aſt nihil virium propterea amittitur: evidens enim eſt, quod ſi A (*fig.* 45) moveatur, atque feriat B, illud ex B in *b* propellet, B vero in *b* occurrat alteri C, ita, ut ipſum B quieſcat in *b*, evidens, inquam, eſt, quod vis omnis, quam ſub initium A habuit, vel in A, vel in C reperiri debeat, nec ulla ejus pars translatione corporis B in *b* deperdi poteſt: nam A ex ſua vi nihil amiſit, quam quantum communicavit corpori B; nec ex iſta corpus B aliquid perdidit, niſi quod tranſtulit in C. Certe in hac hypotheſi nil plus virium amiſſum eſt, quam ſi corpus B in ipſo loco ſuo B perſtans percuſſiſſet tertium C, nec adeo plus etiam

Fig. 45.

amitte-

amitteretur, ſi B duplo, vel triplo longius moveretur, antequam in C incurrat. Eodem prorſus modo, dum corpus aliquod in alterum molle agit, partes quidem illius loco movet, & vis a corpore primo amiſſa impenditur ad partes alterius movendas, quæ totam illam vim acquirunt, neque eam amittunt, niſi communicando partibus aliis: nec refert, quantonam ſpatio e loco ſuo dimotæ ſint, ſed id attendi ſolum debet, quantam vim acquiſiverint, quam qui perdere poſſint, quod loco ſuo decedant, quin in alias partes agant, concipi nequit.

5. Atque huic principio ſua ſemper conſtat firmitas, quamvis ſingantur partes corporis mollis vi quadam certa, & definita inter ſe uniri, quod ſequente ratione apertius exponetur: ponantur partes B, C & D (*fig.* 46) elatere quodam inter ſe nexæ, Fig. 46. A vero incurrere in C, ſitumque earum inter ſe mutare. Hoc ſi fiat, A nihil virium amittet, quod non communicetur parti C: attamen hujus vis pars quædam neceſſe eſt, ut elateris ope imprimatur partibus B & D, ut propterea vis tota ab A perdita, & in C non recepta, reperiatur in B, & D, ſi quidem elaterem tenuiſſimum eſſe cogitemus, vel ab ejus inertia interim abſtrahamus animum, & vires omnes ad eandem directionem referamus.

Tendetur quidem elater vi, quæ primum corpori C imprimitur; ſed cum C nihil poſſit amittere, niſi quod B & D recipiunt, nihil id virium adimet: & ſi quidem etiam elater rumperetur, illud ſolum contingeret, quod abrupto eo vinculo

dis-

disjunctis penitus partibus B & D nihil amplius a C communicari poſſet. Ex actionis, & reactionis æqualitate infertur, elaterem æqualiter agere in C & B, uti etiam in C & D, ut adeo tantundem virium addat partibus B & D, quantum a C accipit; quod cum ſemper verum ſit, ipſo quoque puncto temporis eveniet, quo elater frangitur, non ſecus, ac quovis alio priore. Quare cohæſio partium efficere non poteſt, ut virium aliquid pereat, modo earum omnium ratio habeatur, quas impactus afficit: nec ulla apparet ratio, ob quam pars motus conſumi deberet in dimovendis e ſitu ſuo partibus corporis mollis, quæ ab ea diverſa ſit, quam maſſa tota recipit, quamdiu nempe omnis ea partium collectio perſiſtit.

Fig. 47. 6. His rite animo comprehenſis, ponantur primo corpora A & B (*fig.* 47) vis elaſticæ expertia, eorumque centrum commune gravitatis in C; velocitates eorum ante ictum exhibeantur rectis A D & B D; ſi jam A incurrat directe in B, poſt ictum utrumque ſimul progredietur, veluti in unam maſſam coaluiſſet, & quia centrum commune gravitatis una cum iis progreditur, eorum celeritas communis eadem erit, ac hujus centri, quæ (per §. 15 Cap. II) eadem eſt ante, ac poſt ictum. At vero eo tempore, quo corpora ante conflictum percurrunt rectas A D, & B D, centrum gravitatis ex C in D movetur, ubi nempe fit conflictus; quare communis velocitatis poſt ictum menſura eſt C D, ſi velocitates ante ictum per A D & B D ſingillatim exhibeantur. Exprimit autem C D æque directio-

nem,

nem, ac velocitatem motus poſt ictum, cum ſemper ſit in directione a C verſus D. Si D incidat in C, C D evaneſcit, & motus utriuſque corporis per conflictum extinguitur. Atque hujus propoſitionis uſus eſt in iis definiendis, quæ in conflictu corporum perfecte durorum vel mollium contingunt.

7. Si corpora ſint perfecte elaſtica, accipiatur C E = C D, ſed in directione contraria, & celeritates corporum A & B poſt ictum, ipſæque eorum directiones erunt E A & E B, altera alterius. Quoniam enim mutatio in eorum motibus conflictu inducta in hac hypotheſi eſt dupla illius, quæ fieret in perfecte duris, per § 2; & differentia inter A D & C D (quæ eſt mutatio velocitatis corporis A, cum durum ponebatur, æqualis eſt differentiæ inter C D (ſeu C E), & E A, ſequitur, velocitatis in corpore A poſt ictum menſuram eſſe E A: ſic quoque cum differentia inter E B & C D (vel C E) ſive C B, æquetur differentiæ inter C D & B D, poſt ictum velocitas corporis B erit E B. Quod ſi B fingatur ante ictum quieſcere, & velocitas corporis A exhibeatur per A B, ſumatur C E æqualis, & oppoſita rectæ C B, & erunt velocitates corporum A & B poſt ictum ut E A & E B: quo poſito erit velocitas corporis A ante ictum, ad velocitatem corporis B poſt ictum, ut A B ad E B, ſeu 2 C B, hoc eſt, ut $\frac{1}{2}$ A B ad C B; & hinc (quæ affectio eſt centri communis gravitatis) ut dimidia ſumma corporum A & B ad corpus A.

Ex hoc Theoremate citra alterius ſubſidium ea omnia, quæ in motu corporum perfecte elaſticorum eveniunt, deduci poſſunt. Exempli cauſa, ſi A = B, erit C A = CB; & quia CE = C D, ſequitur eſſe EA = BD, & EB = A D, hoc eſt, per ictum corporum velocitates permutari.

8. At ſi corporum vires perfecte elaſticæ non
Fig. 48. N. 1. ſint, ſumatur CE (*fig.* 48 N. 1) æqualis & oppoſita CD, ſed C*a* minor, quam CA, & C*b* minor, quam CB, in eadem ratione, qua eorum elaſtica vis a perfecta deficit; repræſentabunt E*a* & E*b* eorum velocitates poſt ictum, per §. 3; quod ſi enim tempus, quo corpora in ſeſe agunt, in duas periodos diſtinguamus, ut eo articulo præſcribitur, effectus a ſecunda actionum periodo pendens minor erit effectu prima periodo edito in ratione hac data. Quod ſi ita ſit, corporum velocitas reſpectiva poſt ictum exhibebitur per *ab*, eritque ad velocitatem eorum reſpectivam ante ictum, ut *ab* ad A B. Newtonus reperit, in vitro hanc rationem eſſe ut 15 ad 16, ut ſuperius annotavimus; unde ſi effectum per conflictum præſtitum definire velimus, accipienda erit C*a* = $\frac{15}{16}$ CA, & C*b* = $\frac{15}{16}$ CB.

9. Si motus hunc in modum a corpore A communicetur ſeriei corporum progreſſionem Geometricam conſtituentium, etiam celeritas corporibus hiſce, aliis poſt alia, communicata erit in progreſſione Geometrica: & ſi A & B ſint prima duo, ratio communis celeritatum erit ſemiſummæ corporum A & B ad corpus A, hoc eſt, ſi A & B exhibeantur

tur

tur rectis oa & ob (*fig.* 48 N. 2), & ab dividatur biſariam in e, ratio communis binarum quarumvis celeritatum corporum ſe in ſerie excipientium erit oe ad oa: ſi n ſit numerus corporum dempto primo A, erit velocitas poſtremi ad velocitatem primi, ut dignitas de oa, cujus exponens eſt n, ad dignitatem eandem de oe. Fig. 48. N. 2.

10. Si tria corpora exhibeantur tribus rectis oa, ob, & od, ſumatur of ad od, ut eſt oa ad ob. Si jam motus incipiat a primo oa, a quo alterum ob quieſcens feriatur; & ab hoc tertium od pariter quieſcens; erit celeritas hoc modo tertio communicata ad celeritatem primi, ut eſt oa ad $\frac{1}{4}$ ſummæ de oa, ob, of & od. Nam velocitas primi oa eſt ad velocitatem ſecundi ob, ut $oa + ob$ ad $2\,oa$; & velocitas ſecundi ob eſt ad velocitatem tertii od, ut $ob + od$ ad $2\,ob$; igitur velocitas primi eſt ad velocitatem tertii, in ratione compoſita de $oa + ob$ ad $2\,oa$, & de $ob + od$ ad $2\,ob$, hoc eſt (cum oa, ob, of, od ſint proportionales, adeoque $oa : ob = oa + of : ob + od$; & $oa + ob : ob = oa + ob + of + od : ob + od$) ut ſumma $oa + ob + of + od$ ad $4\,oa$. Unde data velocitate oa, velocitas communicata tertio od eſt reciproce ut ſumma $oa + ob + of + od$, eſtque maxima, quando hæc ſumma eſt minima, hoc eſt, quando datis oa & od, ſecundum ob cum tertio of abeunt in unum ok medium proportionale inter oa & od. Eſt ergo velocitas communicata od maxima, quando corpus ob, inter oa & od collocatum, eſt inter ea medium Geometrice proportionale. Eſt

[illegible] *Ex* quo illud etiam
[illegible] velocitas communicetur
[illegible] geometrice proportionalia
[illegible]; quamvis certus ſit
[illegible] communicata attin-
[illegible], nec non velocitas cor-
[illegible], attamen propius ſem-
[illegible] corporum mediorum au-
[illegible] limes, ut ſit velocitas com-
[illegible] corporis primi *oa* ante ictum
[illegible] *oa* ad *od*, quemadmodum
[illegible] demonſtravimus §. 514.

[illegible] principiis metiendus eſt ef-
[illegible] ſimul quemcunque numerum
[illegible] directione diſpoſitorum. Sint
[illegible] perfecte dura, & vi elaſtica deſtituta, ac
[illegible] directione CD motum, & celeritate
[illegible] ſimul corpora A, B, E, ante ictum
[illegible] directionibus CF, CH, CK, quæ ſint in
[illegible] cum CD: ducantur D*a*, D*b*, D*e* ad
[illegible] CH, CK perpendiculares in *a*, *b* & *e*: re-
[illegible] commune gravitatis P corporum C,
[illegible] & E, ſi concipiantur eadem in C, *a*, *b* &
[illegible] (per §. 13 Cap. II): ducatur
[illegible] parallela CL erit poſt ictum directio
[illegible] C. Occurrat RP, ad DP normalis, rectæ
[illegible] R; uti & DL, perpendicularis ad CD,
[illegible] CL in L. Quod ſi jam CL ita dividatur
[illegible] CG ad GL in ratione compoſita ex
[illegible] CR, & C ad ſummam omnium corporum;
[illegible] corporis C poſt ictum erit ut CG, ſive
[illegible] corporis C poſt ictum erit ad velocitatem
ejuſ-

ejuſdem ante ictum, ut CG ad CD. Sint G*f*, G*b*, G*k* perpendiculares ad CF, CH, CK in *f*, *b* & *k*; erunt velocitates corporum A, B & E poſt ictum ut rectæ C*f*, C*b*, C*k*.

At ſi ponamus corpora eſſe perfecte elaſtica, ſeu velocitates reſpectivas ante & poſt ictum, ſi ad eandem rectam referantur, eſſe ſemper æquales; producatur DG in *g*, donec ſit D*g*=2DG; jungatur C*g*, & corpus C poſt ictum movebitur recta C*g* eodem tempore, quo ante ictum percurriſſet CD. Eodem modo definitur motus, ſi vis elaſtica ſit imperfecta, & detur ratio conſtans velocitatis reſpectivæ ante ictum ad velocitatem reſpectivam poſt ictum in eadem recta.

Hujus problematis limitatam admodum ſolutionem dedit Bernouillius (*Eſſai ſur le Mouvement.* Paris 1726): ſumit enim corpora perfecte elaſtica, & quod utrinque ad lineam directionis CD æqualia, quæ impulſa moveantur rectis angulos æquales cum linea CD efficientibus, ita, ut corpus C poſt ictum eadem directione progrediatur, qua ante ictum. Peculiaris problematis hujus ſolutionem (quam miris implexam difficultatibus fingit, & velut fructum novæ de viribus corporum doctrinæ magnifice deprædicat) ex hoc principio petit: *quod ſumma corporum in quadrata ſuarum celeritatum ductorum ſit eadem ante, & poſt ictum*, quod tamen principium nuſpiam demonſtravit. Neque enim haberi poteſt tanquam conſectarium æqualitatis actionis & reactionis, ut ille incautius intulit, quemadmodum ſupra oſtendimus. Verum ſolutio tam hujus,

quam aliorum plurium analogorum problematum, methodo plana, concinna, naturæ congrua, atque generali, ex illa lege deducitur, quæ pertinet ad ſummam motuum ſyſtematis alicujus corporum, ſi ad directionem datam referantur, & ex motu eorum centri communis gravitatis, quod mutua colliſione non afficitur.

12. Si quæ §. 7 ſumpſimus, nunc quoque
Fig. 47. ita habere ponamus, quia $EC = CD$ (*fig.* 47), erit $AD^2 - AE^2 = 4\,CE \times CA$; & $EB^2 - BD^2 = 4\,CE \times CB$. Eſt autem (ut proprietas exigit centri gravitatis in C) $A \times 4\,CE \times CA = B \times 4\,CE \times CB$; igitur $A \times AD^2 - A \times AE^2 = B \times EB^2 - B \times BD^2$, ſive $A \times AD^2 + B \times BD^2 = A \times AE^2 + B \times EB^2$, hoc eſt, dum corpora ſunt perfecte elaſtica, ſumma factorum e ſingulis in ſuæ celeritatis quadratum eſt eadem ante & poſt ictum. Poſitis iis, quæ articulo ultimo, ſint DQ, gq, fm, hn, kr, ad CG in Q, q, m, n & r perpendiculares; erunt rectangula ex Cm in CG, Cn in CG, Cr in CG æqualia quadratis de Cf, Ch & Ck, ſingula ſingulis. Si corpora ſint vi elaſtica omni deſtituta, eorum velocitates poſt ictum erunt ut CG, Cf, Ch & Ck, ſi velocitas corporis C ante ictum ſit ut CD; id enim ſi contingat, nulla velocitas relativa ictu efficitur ſecundum eorum directiones reſpectivas, & ſumma $A \times Cm + B \times Cn + E \times Cr = C \times GQ$, quia ſumma motuum, quæ communicaretur corporibus A, B, & E in directione CG, eſt æqualis motui,

tui, quem corpus C in eadem directione amitteret, per §. 4 Cap. II. Igitur ſumma $A \times Cf^2 + B \times Cb^2 + E \times Ck^2 = C \times CG \times GQ$, & ſi addamus $C \times CG^2$, ſumma corporum omnium in quadrata ſuarum celeritatum ductorum erit in hac hypotheſi $C \times GC \times CQ$; at ſumptis corporibus perfecte elaſticis, celeritates corporum A, B, & E exhiberi debent per $2Cf$, $2Cb$ & $2Ck$; ſumma $A \times 4Cf^2 + B \times 4Cb^2 + E \times 4Ck^2 = C \times 4CG \times GQ$, ſive (Elem. 8. 2) $C \times CQ^2 - C \times Cq^2$; cui ſi addamus $C \times Cg^2$ (vel $C \times Cq^2 + C \times DQ^2$), habebitur ſumma tota omnium factorum, ſi corpus quodvis ducatur in quadratum ſuæ celeritatis, æqualis $C \times CD^2$, adeoque eadem ante, & poſt ictum. Quare ſi corpora vi elaſtica careant, hæc ſumma minor erit poſt ictum, quam ante ictum in ratione $CG \times CQ$ ad CD^2, ſeu CG ad CL (ſi L ſit punctum, in quo LD ad CD normalis occurrit rectæ CG). Quod ſi corpora A, B & E moveantur ante ictum directionibus diverſis ab illa, qua corpus C in ea agit, propoſitio ſemper vera manet, modo motus eorum reſolvatur in duas partes, alteram, quæ ſit ſecundum has directiones, & quæ ſola afficitur ictu; & alteram ad has directiones perpendicularem. (Elem. 47. 1).

Eadem propoſitio locum habet, quando corpora perfecte elaſtica incurrunt in obſtaculum immobile, æque, ac dum alterum ferit alterum; & denique quando per quamvis potentiam, vel reſiſtentiam coguntur aliis directionibus progredi, quam ſecundum

cundum quas in ſeſe agunt. Verum patet, hanc propoſitionem non haberi poſſe inſtar legis, vel principii univerſalis motus, quoniam ad unam tantum corporum ſpeciem pertinet. Solutiones vero quorundam problematum inde derivatæ, deduci poſſunt methodo communi, & directa, e principiis evidentibus, & claris, de quibus inter omnes convenit, ſi primo definiantur motus corporum durorum, & omnis vis elaſticæ expertium; inde autem eruatur, quid aliæ quævis conditiones expoſcant, cum velocitates relativæ ante & poſt ictum ſunt vel æquales, vel in quavis ratione data.

13. Quod poſtremo articulo demonſtravimus, viam nobis aperit ad illud principium, quod Hugenius *conſervationem vis aſcendentis* appellavit. Certum eſt, atque §. 11 Cap. I demonſtratum, altitudines, ad quas corpora contra directam reſiſtentiam a gravitate uniformi provenientem aſcendunt, eſſe ut quadrata celeritatum, quas ſub aſcenſus principium habent. Dein ultimo paragrapho invenimus, ſummam factorum ex corporibus in quadrata ſuarum celeritatum ductis eſſe eandem ante, & poſt ictum, modo corpora ſint perfecte elaſtica. Unde ſi ponamus, motum corporum ſurſum dirigi in lineis verticalibus, erit ſumma factorum ex corporibus in ſuas altitudines, ad quas quodvis aſcendit, ductis, eadem poſt ictum, quæ fuit ante ictum. At vero per centri gravitatis proprietatem (§. 15 Cap. II) ſumma factorum ex corporibus ductis in has altitudines æquatur facto ex ſumma corporum ducta in altitudinem, ad quam aſcendit eorum centrum gravitatis;

qua-

quare ſi motus corporum in lineis verticalibus ſurſum dirigatur, eorum centrum commune gravitatis ad eandem altitudinem elevatur poſt ictum, ad quam aſcendit ante ictum; id, quod Hugenius indicavit, dum dixit, *vim aſcendentem* totius ſyſtematis corporum non affici eorum impactu, aut actione mutua, dummodo perfecte elaſtica ſint; ſi enim corpora ſint mollia, aut vi elaſtica imperfecta inſtructa (quod quidem reapſe reperimus in omnibus corporibus, in quibus experimentum capere poſſumus), evidens eſt, per hujuſmodi impulſum mutuum eorum motum ſæpe minui, quandoque ex integro extingui, ut propterea centrum eorum gravitatis neceſſe ſit ad minorem poſt ictum altitudinem aſcendere, quam ante ictum, ſi eorum motus dirigatur ſurſum in lineis verticalibus.

14. Quando corpora vi propriæ gravitatis mota ſimul in ſeſe agunt, ſemper reperietur ſumma factorum ex ſingulis corporibus in quadrata velocitatum acquiſitarum, æqualis differentiæ inter ſummam factorum ex corporibus deſcendentibus ductis in quadrata velocitatum, quas ex eadem altitudine libere cadentia acquiſiviſſent citra impactum alterius in alterum, & inter ſummam factorum ex corporibus aſcendentibus ductis in quadrata velocitatum reſpectivarum, quas libere cadentia ex iiſdem altitudinibus, ad quas ſingula aſcendunt, acquiſiviſſent; modo corpora ſint perfecte elaſtica; aut ſi elaſtica vi imperfecta ſint prædita, ſi nullus fiat impactus, vel motus communicatio temporis momento peragatur. Etenim ſi eorum velocitates reſpectivæ ſecundum di-

rectionem cujusvis poſt talem actionem ſint illico minores, quam ante eam; ſumma factorum ex corporibus in quadrata celeritatum minor erit, quam ſi libere ex iiſdem quælibet altitudinibus deſcendiſſent; & ſi ponantur tempore quovis celeritatibus ſuis reſpectivis aſcendere, nec eorum motus aliunde, quam ex gravitate retardari; centrum eorum gravitatis non amplius ad eandem altitudinem attolletur, ex qua deſcendit, quemadmodum fuſius in Tract. de Flux. §. 521 & 533 expoſuimus.

15. Illud itaque hac in re certum, quod dum corpora quotcunque gravitate ſua mota inter ſe quomodocunque connexa ſunt, ita, ut motu illo perdurante in ſeſe mutuo agant, ſemper reperiatur aſcenſus eorum centri gravitatis intra vibrationem, aut revolutionem unam, vel æqualis ejuſdem deſcenſui, vel minor, nunquam vero major. Et ex hoc principio evidenter deducitur, motum perpetuum haberi non poſſe. Manifeſtum enim eſt, in ejusmodi vibrationibus, aut revolutionibus, aſcenſum centri gravitatis ſenſim debere minui tum partium attritu, tum medii reſiſtentia: & quoniam aſcenſus centri gravitatis nunquam ſuperat deſcenſum (quamvis ſæpe eo minor ſit), nullum haberi poteſt virium augmentum, quod hiſce impedimentis tollendis ſit ſatis. Omnis igitur motus in machinis quibuſvis paullatim minui, & languere debet, niſi nova actio potentiæ motus effectricis accedat.

16. Ceterum certiſſimum eſt, ſi ratio imperfectæ vis elaſticæ in corporibus, frictionis, & reſiſtentiæ medii

medii habeatur, hanc theoriam apprime experimentis conſentire, atque una legum motus univerſalium, indeque profluentium conſectariorum firmitati oſtendendæ eſſe aptiſſimam; denique methodi, qua uſi ſumus, præſtantiam ob oculos ponere.

CAPUT V.

De motu projectorum in vacuo; de cycloide, & motu pendulorum in hac curva. (*)

Lemma I.

1. POnamus motum corporis uniformiter accelerari, & tempus exhiberi recta A M (*fig.* 1 *ſuppl.*), ejuſque partem aliquam per A K: ducantur M N, K L ad A M in M & K perpendiculares, quæ ſecent A N in N & L: erunt velocitates ab initio motus temporibus A M, A K acquiſitæ ut rectæ M N, K L; ſpatia vero temporibus iiſdem percurſa ut areæ AMN, AKL. Fig. 1. ſuppl.

 Quam-

(*) Ne quid argumento hujus libri deeſſet, præſens Caput ex iis adjunximus, quæ auctor ſuis diſcipulis ſcripto communicare ſolebat, atque deſumpta ſunt e Coteſii libro, cui titulus *Harmonia menſurarum*.

Quamvis hæc propoſitio alias jam demonſtrata ſit, lubet tamen demonſtrationem per methodum indiviſibilium, quæ plerumque dari ſolet, adjungere.

Quoniam motus per hypotheſin uniformiter acceleratur, hoc eſt, quoniam corpus temporibus æqualibus æqualia celeritatis incrementa acquirit, erunt velocitates acquiſitæ ſemper in temporum ratione, ita, ut ſi tempore AM acquiſita ſit velocitas MN, cum ſit AM : AK = MN : KL, velocitas tempore AK acquiſita repræſentetur per KL. Simili modo velocitates temporibus AB, AC, AD &c acquiſitæ, erunt ordine ut perpendiculares BE, CF, DG &c.

Spatium motu æquabili percurſum eſt ut rectangulum ſub lateribus, quæ tempus, & celeritatem exhibent; itaque ſpatia temporibus AB, BC, CD, DH &c & celeritatibus BE, CF, DG, HI &c deſcripta ſunt ut rectangula AE, BF, CG DI &c, & ſpatia, quæ toto tempore AK deſcribuntur, ut ſumma horum rectangulorum. Sed ut motus uniformiter, & continuo acceleratus eſſe poſſit, ponamus partium AB, BC, CD &c rectæ AK numerum augeri in infinitum, fiet ſumma rectangulorum AE, BF, CG æqualis triangulo AKL. Quare in motu uniformiter accelerato ſpatia temporibus AK, & AM deſcripta, & ab initio motus computata, ſunt ut areæ AKL, AMN.

Coroll. I. Spatium, quod motu uniformiter accelerato tempore dato percurritur, eſt ſubduplum illius, quod eodem tempore celeritate ſub finem tem-

temporis acquiſita fuiſſet deſcriptum. Etenim ſpatium motu uniformiter accelerato tempore AK deſcriptum exhibetur triangulo AKL; & ſpatium, quod eodem tempore motu æquabili, & celeritate in fine lapſus acquiſita KL, deſcriberetur, rectangulo ſub lateribus AK, & KL: eſt vero triangulum illud hujus parallelogrammi dimidium; patet ergo propoſitio.

Coroll. II. Spatia motu uniformiter accelerato deſcripta ſunt inter ſe, ut quadrata temporum ab initio motus elapſorum. Sunt enim ea ſpatia ut triangula ſimilia AKL, AMN, quorum latera homologa AK, AM tempora repræſentant. Ex eadem cauſa ſpatia ſunt etiam ut quadrata velocitatum KL, MN in fine temporum acquiſitarum.

Coroll. III. Si vis acceleratrix fingatur in quavis ratione data major, vel minor, velocitates tempore dato ab hac vi genitæ in eadem ratione creſcent, vel decreſcent. Et datis temporibus velocitas a vi acceleratrice altera effecta erit ad velocitatem genitam ab altera, in ratione compoſita virium, ac temporum.

Coroll. IV. Quoniam motus corporum gravium, ſeu perpendicularis, ſeu per plana inclinata, uniformiter acceleratur, lemma hoc cum ſuis corollariis ad eundem pertinet.

Lemma II.

SI duo corpora vi gravitatis ſuæ e puncto quietis C cadant uſque ad lineam horizontalem A B (*fig.* 2), alterum linea verticali C B, alterum per planum inclinatum C A: erit tempus deſcenſus ex C in B, ad tempus deſcenſus ex C in A, ut C B ad C A; & celeritates in B & A acquiſitæ erunt æquales.

Fig. 2.

Exhibeatur enim gravitas, qua corpus linea verticali C B deſcendit, recta C B, & reſolvatur in duas partes, B D, perpendicularem ad C A, & C D: patet, corpus ſecundum planum inclinatum deſcendens ſola parte C D impelli: hinc vires acceleratrices corporum per C B, & C A deſcendentium erunt ut C B, & C D. Spatia porro temporibus æqualibus, & viribus acceleratricibus uniformibus deſcripta, ſunt in ratione virium: igitur corpora ſpatia C B, & C D his viribus tempore æquali deſcribent. Sunt autem tempora deſcenſus per C D, & C A (per Coroll. II & IV Lemma. I) in ratione ſubduplicata ipſarum C D ad C A, hoc eſt (ob rationem continuam C D, C B, & C A) in ratione C D ad C B, ſive C B ad C A.

Præterea velocitates lapſu acquiſitæ ſunt in ratione compoſita virium acceleratricium, & temporum, quibus acquiruntur (Coroll. III. Lemma I.), ſive in præſente hypotheſi in ratione compoſita ex

CA

C A ad C B, & C B ad C A, quæ eſt ratio æqualitatis.

Lemma III.

SUper eodem plano horizontali ſit alterum inclinatum *c a*, cujus altitudo *c* B; ducatur C I ad *c a* parallela, quæ occurrat plano horizontali B A in I; denique fiat B *d* ad C I normalis. Si, ut ante, C B exprimat vim conſtantem gravitatis, repræſentabunt C D, C *d* vires acceleratrices juxta planorum C A, C I (vel *c a*) directiones; & quia hæ vires ſunt in ratione compoſita C D ad C B, ſeu C B ad C A; & C I ad C B, vel *c a* ad *c* B, id eſt, in ratione CB × *ca* ad CA × *c* B, manifeſtum eſt, eas eſſe directe ut planorum altitudines C B, & *c* B, & reciproce ut eorundem longitudines C A & *c a*.

Coroll. I. Si fiat ratio compoſita ex C A ad C B, √C B ad √*c* B, & *c* B ad *c a*, habebitur ratio temporum deſcenſus (Coroll. III Lem. I & Lem. III.) per C A & *c a*, ſcilicet directa longitudinum planorum C A, *c a*, & reciproca altitudinem C B., & *c* B ſubduplicata.

Coroll. II. Cum velocitates acquiſitæ ſint ut vires acceleratrices, & tempora, quibus generantur, conjunctim; ſi ratio virium Lem. III, & ratio temporum Coroll. præced. repertæ componantur, habebitur

tur ratio velocitatum, nempe ſubduplicata altitudinum C B & *c* B.

Coroll. III. Hinc porro infertur, quod ſi corpus ex quiete deſcendat per plana quotcunque C D, D E, E A, utcunque ad D & E inclinata, velocitas in A acquiſita ſit eadem, ac quæ acquireretur deſcenſu per verticalem C B, neglecta illa diminutione, quæ ex impactu in plana ipſa oritur (*fig.* 3). Unde ſi numerus planorum inter C & A ita augeatur, ut tandem corpus moveatur in curva, erit nihilominus celeritas in A eadem cum illa, quæ deſcenſu perpendiculari in B acquireretur. Denique ſi corpus alterum deſcendat per ſeriem planorum *c d*, *d e*, *e a* &c ſimilium, ac ſimiliter poſitorum, planis C D, D E, E A &c, ſive per arcum *c a* curvæ ſimilem arcui curvæ C A; erunt velocitates, & tempora in ratione ſubduplicata longitudinum, vel altitudinum C B, *c* B, vel quorumcunque laterum homologorum.

Fig. 3.

Fig. 4.

Coroll. IV. Sit A D (*fig.* 4) diameter circuli, quem tangat horizontalis A B; A C, A *c* ſint chordæ quævis ex A ductæ: erit tempus deſcenſus ex gravitate per quamvis chordam æquale, & velocitates ut ipſæ chordæ C A, *c* A. Jungantur enim D C, D *c*, & ducantur C E, *c e* ad diametrum normales: quoniam triangula D C A: E C A; item D *c* A, *e c* A ſimilia ſunt, facile oſtenditur, eſſe C A ad *c* A in ratione ſubduplicata altitudinum A E, & A *e*: & ſi hæc ratio componatur

ſe-

ſecum ipſa reciproce ſumpta, erit ratio æqualitatis temporum, per Coroll. I.

Sunt vero per Coroll. II velocitates in ratione ſubduplicata altitudinum A E, A *e*, ſeu ſimplici chordarum C A, *c* A.

I.

De Motu Corporum Projectorum.

Propoſitio I.

Si corpus grave oblique projiciatur, parabolam deſcribet.

POnatur corpus projici directione A D H (*fig.* 5) ea celeritate, quam cadendo ex B in A acquiſiviſſet. Si hæc vis ſola ageret in corpus, motu æquabili percurreret rectam A D, & quævis hujus lineæ pars, velut A H exponeret tempus, quo eandem deſcriberet. Et ſi ſola gravitas ageret in idem corpus, percurreret eodem tempore v. g. ſpatium A P. Compleatur parallelogrammum A P M H; erit mobile in fine temporis per A H exhibiti in loco M. Quoniam mobile (per Coroll. I Lem. I) celeritate cadendo per A B ac- Fig. 5.

quiſita eodem tempore percurreret motu æquabili 2 A B, quo motu uniformiter accelerato percurrit A B, tempus hoc recte per 2 A B exponitur. Unde cum tempus lapſus ex A in P exhibeatur per AH, erit per Coroll. II ejuſdem Lem. $AP : AB = AH^2 : 4\,AB^2$, adeoque $AP \times 4\,AB = AH^2 = PM^2$, quæ eſt æquatio ad parabolam, cujus parameter 4 AB, diameter AP, vertex A, & punctum M in parabola eſt.

Coroll. I. Evidens eſt, AH eſſe tangentem parabolæ in A, quia ordinatæ PM parallela eſt.

Coroll. II. Quoniam 4 AB eſt parameter diametri AP, ſequitur, parametros diametrorum per A tranſeuntium eſſe in ratione duplicata celeritatum projectionis, cum altitudines ſemper ſint in ratione duplicata celeritatum cadendo ex B in A acquiſitarum. Eodem modo liquet, manente celeritate projectionis, manere etiam parametros diametrorum AP, quæcunque ſit directio AH.

Coroll. III. Si centro A, radio AB, deſcribatur ſemicirculus BQL, ejus peripheria erit locus omnium focorum parabolarum, quæ celeritate per AB acquiſita deſcribi poſſunt. Nam diſtantia foci a vertice diametri per A ductæ ſemper æquatur $\frac{1}{4}$ parametri, hoc eſt, ipſi AB; quare omnium parabolarum foci ut in ſemicirculo BQL ſint, oportet.

Corol. IV.

Coroll. IV. Quod ſi directio projectionis detur, facile erit parabolam ipſam exhibere, cum alia re opus non ſit, quam ut ducatur AF, ita, ut ſit angulus FAD = DAB, quem ſcilicet linea directionis cum verticali AB facit; punctum F erit focus, in quo recta AF occurrit peripheriæ. Ducatur per F parallela verticali FN, quæ directricem parabolæ BE ſecet in N, erit FN pars axis, & medium ejus punctum I vertex parabolæ principalis, 4 FI parameter axis.

Coroll. V. Si ducatur per verticem I parallela directrici BE, quæ rectæ AB occurrat in C, ea in D per lineam directionis bifariam ſecabitur; & ſi ex foco F ducatur FD, ea erit ad tangentem perpendicularis, ac producta per B tranſibit, ut ex proprietatibus parabolæ notum eſt. Hinc ſi ſuper AB deſcribatur ſemicirculus, is ſemper tranſibit per D, ubi linea directionis tangentem parabolæ in I, id eſt, rectam CI, ſecat.

DEFINITIO.

Si per punctum A ducatur recta horizonti parallela, quæ axem in O, parabolam in K ſecet, erit AK amplitudo parabolæ.

Propoſitio II.

Amplitudo parabolæ ſemper eſt æqualis quadruplo ſinus anguli dupli illius, quem linea directionis cum verticali efficit, ſumpto ſinu toto $= \frac{1}{2}$ AB.

Nam AK = 2 AO = 2 CI = 4 CD; ſed AK eſt amplitudo, & CD eſt ſinus anguli DGB, qui eſt duplus anguli BAD, radio GB = $\frac{1}{2}$ AB accepto. Unde amplitudo parabolæ eſt quadrupla ſinus pertinentis ad duplum angulum BAD, quem directio cum verticali comprehendit.

Coroll. I. Celeritate projectionis manente eadem, amplitudines ſunt ut ſinus duplorum angulorum inclinationis.

Coroll. II. Si angulus BAD non adæquet 45°, quo minor fuerit, eo minor erit amplitudo; nam decreſcente hoc angulo, dupli quoque ſinus decreſcit, adeoque amplitudo, quæ ſinus dupli anguli eſt quadruplum. Et dum angulus BAD evaneſcit, parabola AIK cum recta AB congruit, & corpus loco parabolæ rectam deſcribit, ad B uſque aſcendens, inde in A relapſurum. At vero quo angulus BAD ad 45° propius accedit, eo linea CD (ſinus dupli anguli) magis creſcit, adeoque etiam amplitudo, ſinus illius quadrupla, augetur.

Coroll. III.

Coroll. III. Quando BAD = 45°, puncta F & O in Q incidunt, ubi ſemicirculus BQL horizontalem AK ſecat, & ſinus dupli BAD erit ſinus 90°, conſequenter æqualis radio GA. Et quoniam radius eſt ſinus maximus, patet, fore tunc amplitudinem omnium parabolarum maximam, quæ jactu ex A, & celeritate cadendo ex B in A acquiſita deſcribi poſſunt. Porro quia ſub iſto angulo AK æquatur 4 AG = 2 AB, intelligitur, amplitudinem maximam ſemper eſſe duplam AB. Itaque corpus ea directione projectum, quæ ad horizontem ſub 45 gradibus inclinetur, ad majus in linea horizontali ſpatium deferetur, quam ſi quavis alia directione vi eadem projiceretur.

Coroll. IV. Quando BAD excedit 45 gradus, quo recto vicinior fuerit, eo parabola fiet latior, ſed amplitudo ea ratione decreſcet, qua augetur angulus. Eſt enim AK = 4 CD; ſed quo major fit BAD, eo CD fit minor; igitur & AK. Si ſint duæ directiones AD, A*d*, quarum alterius elevatio tantum accurate excedit 45°, quantum alterius ab iiſdem deficit, amplitudines æquales fiunt. Nam ſinus duplorum angulorum, qui ſeſe mutuo ad duos rectos complent, æquantur; atqui dupli hi anguli ſe mutuo complent ad duos rectos: ſit enim A differentia eorum a 45°; erit major 45° + A, minor 45° — A; dupli 90° + 2 A, & 90° — 2 A, quorum ſumma = 180°. Quod ſi autem ſinus æquales ſint, patet, æqualia eſſe etiam ſinuum quadrupla, ſive amplitudines.

Coroll. V. Quando angulus B A D ſit rectus, A B ſit axis, A vertex principalis, C D evaneſcit, & A K = o.

Coroll. VI. Si B A D recto major eſt, portio parabolæ deſcribetur, ſed ſitæ ex altera parte puncti A, quam ſuperioribus Coroll. expendimus.

Coroll. VII. Si celeritas, & angulus elevationis, aut ejus complementum ad rectum detur, amplitudo A K, & altitudo parabolæ deſcribendæ reperiri poteſt. Quoniam enim amplitudo ſub angulo 45° eſt = 2 A B (quæ ſemper celeritatem projectionis exprimit, acquiſitam ſcilicet lapſu per A B) fiat: ut radius, ſeu ſinus totus, ad ſinum dupli anguli B A D, ita 2 A B ad amplitudinem quæſitam (per Coroll. I). Habita amplitudine reperitur altitudo jactus, inferendo: ut ſinus totus ad tangentem anguli elevationis; ita C D ($= \frac{1}{4}$ A K) ad A C, ſive altitudinem.

Coroll. VIII. Si detur amplitudo A K, & angulus D A K, invenitur celeritas ad projectionem neceſſaria ex ſequente analogia: ut ſinus dupli anguli B A D ad ſinum totum; ita dimidia amplitudo data ad A B, ſive ad altitudinem, ex qua cadendo celeritas quæſita acquiritur (Coroll. VII).

Coroll. IX. Si celeritas, & amplitudo detur, directio hoc modo invenitur. Inveniatur primo

A B

A B ex celeritate data, cum A B ſit altitudo, ex qua cadendo acquiritur. 2do fiat: ut 2 A B ad amplitudinem datam; ita radius ad ſinum dupli anguli inclinationis, quo habito, habetur directio.

Propoſitio III.

Corpus grave celeritate, quam cadendo ex B *in* A (fig. *6*) *acquireret, directione* A E *projectum, feriet lineam* AN *in* K, *ita, ut ſit* AK = 4 CD, *ſi* AG *ſit ad* A N *normalis, angulus* G B A = G A B, *&* *circulus centro* G, *radio* A G *deſcriptus ſecet lineam directionis in* D, *ex quo* C D *ad* A N *parallela ducitur.* Fig. 6.

Nam angulus A D C (= D A K) = D B A (Elem. 32. 3), adeoque triangula A D C, A D B ſimilia ſunt, ob angulum præterea ad A communem. Hinc A C : A D = A D : A B; & quia triangula A C D, P A K ſimilia quoque ſunt, eſtque e proprietate parabolæ A P : P K = P K : 4 A B, obtinetur A D = $\frac{1}{4}$ P K, ideoque C D = $\frac{1}{4}$ A K, ſeu A K = 4 C D.

Coroll. I. Ducatur ex D parallela ad A B occurrens circulo in *d*, & per *d* agatur A *d*: grave projectum directione A *d* feriet in eodem puncto K rectam A N, quia *c d* = C D.

Co-

Coroll. II. Tangat HL ad AB parallela circulum in H; erit AH directio, qua corpus ad maximam diſtantiam in linea AN fertur. Puncto enim D incidente in H, CD evadit maxima omnium, quæ a peripheria uſque ad AB, & parallelæ cum AK duci poſſunt, conſequenter etiam AK = 4 CD erit maxima. Sed liquet, eſſe tum DAN = BAH = HBA, adeoque directione AH angulum BAN biſecari, quem AN cum verticali AB efficit.

Coroll. III. Lineæ AD, A*d*, ſi cum AH æquales angulos faciant, etiam anguli DAN, *d*AB æquales erunt: hiſce autem æqualibus, diſtantia AK eſt eadem.

Coroll. IV. Si detur AK, & quæratur directio, fiat AR = $\frac{1}{4}$ AK, & per R ducatur RD parallela ad AB, occurrens circulo in D, & *d*; erunt AD, A*d* directiones quæſitæ.

II.

II.

De cycloide, & motu pendulorum in hac curva.

DEFINITIONES.

SI circulus C D H (*fig.* 7) ita ſuper linea A B volvatur, ut tota ejus peripheria hanc lineam ſenſim tangat, punctum C, quod primum lineam in A contigit, motu ex circulari, & rectilineo compoſito deſcribet curvam A C E B, quæ *cyclois* appellatur : A B eſt *baſis* hujus curvæ; E F ad A B normalis, eamque in F ſecans bifariam, *axis* dicitur; E vertex; circulus, cujus volutione deſcribitur, vocatur *circulus genitor* : C K, baſi parallela, eſt *ordinata ad axem*; quæ vero ita occurrit cycloidi, ut producta eam non ſecet, dicitur *tangens*. Fig. 7.

Propoſitio I.

SI circa axem F E *deſcribatur circulus genitor* E G F, *qui ordinatam* C K *ſecet in* G, *erit hæc ordinata* C K *æqualis ſummæ ex arcu* G E, *&* *ejus ſinu recto* G K, *ſive* C K = E G + G K.

K k Ex

Ex definitionibus patet, lineam AB æquari toti peripheriæ circuli genitoris, adeoque eſſe AF = EGF. Similiter manifeſtum eſt ex ipſa curvæ deſcriptione, AD æquari arcui DC, adeoque CH rectæ DF, ſeu IK, vel CG. Eſt autem CH = EG; igitur etiam GC = GE, & tota ordinata CK (= GC + GK) æquatur ſummæ ex arcu GE, & ejus ſinu GK.

Propoſitio. II.

Recta CH, *chordæ* EG *parallela, cycloidem in* C *tangit.*

Ducatur ck indefinite propinqua ordinatæ alteri CK, quæ occurrat cycloidi in c, circulo in g, axi in k: Cu, Gn axi parallelæ, ordinatam ck in u & n ſecent: e centro O circuli EGF ducatur radius OG. Quoniam ck = Eg + gk, patet, eſſe cu = Gg + gn: ſi dein fingatur ordinata ck infinite accedere ad CK, ita, ut tandem congruant, evaneſcentibus Gg, Gn, triangula Ggn, GOK fiunt ſimilia, adeoque Gg : gn = OG : OK; & Gg + gn : gn = OG + OK (= FK) : OK; eſt vero etiam

Gn : gn = GK : OK; quare erit quoque Gg + gn : Gn = FK : GK = GK : KE. Hinc ob uc = Gg + gn per demonſt. & Cu = Gn, fiet cu : Cu = GK : EK; & ſi ducatur chorda Cc, triangula Cuc, EGK erunt ſimilia,

ita,

ita, ut accedentibus ad ſeſe punctis C & c, chorda Cc fiat parallela chordæ EG : incidente itaque c in in C, tangens cycloidem in C eſt chordæ EG parallela.

Propoſitio. III

Arcus Cycloidis EL *eſt duplus chordæ* EM *arcus reſpondentis circuli genitoris* EMF.

Sint KL, kS duæ ordinatæ indefinite propinquæ, occurrentes circulo genitori in M & Q. Producatur chorda EM, donec ſecet ordinatam kS in P : ex Q demittatur ad MP perpendicularis Qo; ducantur EN, MN tangentes circulum in E & M. Quoniam triangula ENM, PQM ſimilia ſunt, & EN = NM, erit etiam PQ = QM, & triangulum PQM iſoſceles; hinc perpendiculum Qo baſin PM dividet bifariam, ut ſit MP = 2 Mo; eſt autem, per propoſ. II, LS parallela & æqualis MP, ideoque etiam 2Mo. Porro LS eſt incrementum curvæ EL eodem tempore genitum, quo chorda EM quantitate Mo creſcit, ob EQ = Eo, punctis Q & M congruentibus : quare incrementa curvæ dupla ſunt incrementorum chordæ; & quoniam ſimul incipiunt in E creſcere, erit arcus cycloidis EL ſemper duplus chordæ EM.

Coroll. Semicyclois ELB æqualis eſt duplæ diametro circuli genitoris EF; & tota cyclois AC EB, quadruplæ diametro EF.

Propoſitio IV.

Si ſint ER *baſi* AB, *&* CR *axi cycloidis* EF *parallelæ, erit ſpatium externum* ECR, *arcu cycloidis* EC, *&* *rectis* ER, RC *comprehenſum æquale areæ circulari* EGK

Ducatur *cr* parallela ad CR; quia (Prop. II) *cu* : C*u* = GK : EK, adeoque EK × *cu* = GK × C*u*, eſt R*r* × CR = GK × K*k*. Eſt ergo areola CR*rc* = GK*kg*, areæque ECR, EGR æqualiter creſcunt, & quia ſimul augeri incipiunt, æquales etiam totæ ſint, oportet.

Coroll. I. Occurrat AT ad baſin AB perpendicularis, rectæ ER in T, erit ſpatium ETACE æquale ſemicirculo EGF.

Coroll. II. Quia AF æquatur ſemicircumferentiæ EGF; parallelogrammum EFAT, ſeu factum ex diametro in dimidiam peripheriam, æquatur quadruplo ſemicirculi EGF; & hinc area ECAFE æqualis erit triplo areæ ſemicirculi genitoris EGF.

Coroll. III. Si ducatur EA, erit ſegmentum cycloidis ECA, arcu ECA, & recta EA comprehenſum, æquale ſemicirculo EGF. Cum enim area ECAFE æquetur triplo ſemicirculi EGF, & triangulum EAF = AF × ½ EF, ſeu facto ex ſemiperipheria in radium, conſequenter

= 2

$= 2$ EGF, erit horum differentia, ſeu area ECA E $=$ EGF.

Propoſitio V.

Si fiat E*b* $=$ OK, *& ducatur b*Z *baſi parallela, occurratque circulo genitori in* X, *cycloidi in* Z; *ac denique jungantur* CZ, FX; *erit area* CZEC *æqualis ſummæ triangulorum* GFK, *& b*FX.

Ducatur Z*d* axi EF parallela, occurrens ET productæ in *d* : erit trapezium RCZ*d* $=$ ($\frac{1}{2}$CR $+$ $\frac{1}{2}$ Z*d*)$\times$ R*d* $=$ (ob Z*d* $=$ E*b* $=$ OK) $\frac{1}{2}$ OE $\times$ R*d*. Eſt vero R*d* $=$ RE $+$ E*d* $=$ CK $+$ *b*Z $=$ GE $+$ GK $+$ EX $+$ *b*X; itaque trapezium RCZ*d* eſt æquale ſummæ rectangulorum ex dimidio radio in ſummam ex arcubus EG, EX, & eorum ſinubus GK, *b*X. Jam vero area EGF, id eſt, triangulum EGF, & ſegmentum per chordam EG abſciſſum, æquatur rectangulo ex dimidio radio in ſummam ex arcu EG, & ejus ſinu GK; & area EXF, compoſita ex ſectore EOX, & triangulo XOF, eſt æqualis rectangulo ex dimidio radio in ſummam arcus EX, & ejuſdem ſinus *b*X : quare trapezium RCZ*d* æquatur ſummæ arearum EGF, & EXF. Porro per Prop. IV eſt ECR $=$ EGK, & EZ*d* $=$ E*b*X : ſi igitur a trapezio auferatur ECR, & EZ*d*; ab areis EGF, EXF vero tollatur EGK, & E*b*X, mane-

 bit

bit ſpatium CZEC æquale ſummæ triangulorum GFK, bFX.

Coroll. I. Hinc patet, infinita numero eſſe ſegmenta cycloidis, quorum accurata quadratura invenitur. Si exempli cauſa ordinata CK ponatur radium OE biſecare, K & b congruent, & area ECK fiet æqualis triangulo GKF; & EbZ æqualis FbX, ipſaque hæc duo triangula æqualia erunt.

Coroll. II. Incidat jam K in centrum O, & C in i: quoniam hoc poſito OK evaneſcit, etiam Eb in nihilum abit, & ſpatium in CZEC fit æquale ECiE, quod æquatur $\frac{1}{2}$ OE². Nam in hac hypotheſi triangulum bFX evaneſcit.

Propoſitio VI.

Sit ATC *ſemicyclois vertice* A *deorſum verſo, & baſi* EC *horizonti parallela: ſuſpendatur in* C *ex filo ejusdem longitudinis cum ſemicycloide pendulum* P, *quod ſi filo ſemicycloidi applicato ex* A *demittatur, filum ſenſim a ſemicycloide ſeparabit, & alteram ſemicycloidem* APV *priori* ATC *æqualem deſcribet, cujus vertex* V, *& axis horizonti perpendicularis.* Fig. 8. (*fig.* 8).

Deſcribatur ſuper axe AE ſemicirculus genitor AGE, & ducatur AB, verticalem CV in D ſecans: accipiatur DV = AE, & ſuper ea fiat ſemi-

ſemicirculus DHV. Quoniam ſemicyclois æquatur 2 AE, ſeu CV (per Coroll. Propoſ. III), corpus P perveniet ad V, filo ad ſitum verticalem extenſo. Ducantur per P, & T rectæ TG, & PH parallelæ ad AD, quæ occurrant ſemicirculis in G & H: & quia portio extenſa in directum fili TP æqualis eſt arcui AT, cui prius congruebat, erit TP = 2 AG = 2 TK, & hinc TK = KP, adeoque puncta G & H a linea AD æqualem habent diſtantiam, & arcus AG æquatur arcui DH, anguluſque GAD = ADH, ac chordæ AG, & DH parallelæ ſunt.

Quia vero TP cycloidem in puncto T tangit, parallela eſt chordæ GA; adeoque DKPH eſt parallelogrammum, & DK = PH. Dein eſt arcus AG = GT (per Propoſ. I); igitur etiam = AK; & ob AD = AGE, ſequitur, eſſe DK ſeu PH = GE vel HV: & ſi PH producatur, donec occurrat axi in R, erit ordinata PR = HV + HR, ac propterea P (per Propoſ. I) in ſemicycloide, cujus circulus genitor DHV, axis DV, & vertex V.

Coroll. Si altera ſemicyclois priori CTA æqualis, velut C*t*B, ſitu contrario conſtituatur, manifeſtum, ope harum ſemicycloidum fieri poſſe, ut pendulum ſuas oſcillationes in cycloide AVB peragat.

Pro-

Propoſitio VII.

Sit V L′ *ad* D V *normalis*, *&* *arcui cycloidis* V M L *æqualis*; *deſcribatur radio* V L′ *ſemicirculus* L′ Z *l*: *quod ſi pendulum oſcillationem in cycloide incipiat a puncto* L, *erit ejus velocitas in* M *acquiſita*, *ut ordinata circuli* M′ X *ad punctum* M′ *reſpondens puncto* M *cycloidis in recta* V L′; *&* *vis acceleratrix in* M, *ut arcus cycloidis* V M *uſque ad infimum punctum* V *percurrendus*.

Occurrant axi D V normales R L, S M in O & Q circulo genitori, ducanturque chordæ V O, V Q; erit (Coroll. III Lem. III) velocitas penduli in M eadem, ac quæ acquireretur deſcenſu perpendiculari ex R in S; quæ vero in V habetur, erit eadem cum illa, quæ lapſu per R V acquiri poteſt. Sunt autem hæ velocitates inter ſe, ut $\surd RS$ ad $\surd RV$ (Coroll. II Lem. I); & quia $RV : SV = VO^2 : VQ^2$; & $RV : RV - SV\ (= RS) = VO^2 : VO^2 - VQ^2 = VL^2 : VL^2 - VM^2$ (ob $VL = 2\,VO$, & $VM = 2\,VQ$ per Propoſ. III); ſequitur, velocitatem penduli in M eſſe ad ejuſdem velocitatem in V, ut $\surd(VL^2 - VM^2)$ ad $\surd VL^2$, ſeu (ob $VL' = VL$, & $VM' = VM$, & $M'X^2 = VL'^2 - VM'^2$) ut M′X ad V L′ vel V Z.

Gra-

Gravitas, quæ in deſcenſu pendulorum ut conſtans haberi poteſt, exhibeatur, ſi ad directionem verticalem refertur, diametro D V, & in D Q & V Q reſolvatur, quarum pars prior, filo tM parallela, tantummodo tendendo filo impenditur, nihilque ad deſcenſum penduli confert, atque hinc ſola pars V Q motum penduli per arcum Mm accelerat, totaque in hunc effectum inſumitur, utpote cum ejus directio parallela ſit tangenti cycloidis in M (per Propoſ. II). Eſt autem V M = 2 V Q, per Propoſ. III; igitur vis acceleratrix penduli in M, eſt ut arcus cycloidis V M.

Coroll. Ex demonſtratione intelligitur, partem gravitatis a filo in quovis puncto M ſuſtentatam eſſe ad gravitatem totam penduli, ut eſt chorda D Q ad diametrum.

Propoſitio VIII.

Cogitetur corpus X *motu æquabili, & celeritate, quam pendulum in* V *acquirit, percurrere circulum* L Z l; *arcus quivis cycloidis, ut* M N, *deſcribetur a pendulo eodem tempore, quo arcus circuli* X Y *a corpore* X *motu æquabili, ſi fiat* V N′ *æqualis arcui cycloidis* V N, *& ducatur* N′ Y *parallela ad* V Z.

Sit $x\,m$, ordinatæ $X\,M'$ indefinite propinqua, & $X\,r$ diametro $l\,L'$ parallela, ſecetque $x\,m$ in r. Quia triangula $X\,r\,x$, $V\,X\,M'$ ſimilia ſunt, eſt $X\,x : M'\,m\ (= X\,r) = V\,X : M'\,X$, hoc eſt, ut celeritas corporis X ad celeritatem corporis M; hinc ſpatia $X\,x$ & $M\,m$ percurrentur eodem tempore, cum tempora ſemper ſint æqualia, quando ſpatia ſunt ut celeritates. Eodem modo partes quævis aliæ reſpondentes linearum M N & X Y temporibus æqualibus deſcribentur; ideoque & totum ſpatium M N conficietur a pendulo eodem tempore, quo corpus X arcum X Y percurrit.

Coroll. Deſcribetur itaque arcus L V a pendulo tempore eodem, quo conficitur a corpore X quadrans L′ Z.

Propoſitio IX.

Tempus oſcillationis integræ in cycloide eſt ad tempus deſcenſus perpendicularis per axem D V, *ut eſt peripheria circuli ad diametrum.*

Tempus, quo ſemicircumferentia $L'\,Z\,l$ a corpore X deſcribitur, eſt ad tempus, quo velocitate eadem percurreretur radius $L'\,V$, ut peripheria circuli ad diametrum; eſt autem tempus, quo a corpore X ſemicircumferentia $L'\,Z\,l$ percurritur, æquale tempori oſcillationis integræ

LVP

L′VP in cycloide per Corol. Propoſ. VIII: & tempus, quo corpus deſcribit chordam OV, æquale eſt tempori, quo LV (= 2 OV) deſcriberetur celeritate in V acquiſita, per coroll. I Lem. I, & Coroll. III Lem. III: & præterea tempus deſcenſus per chordam, eſt æquale tempori deſcenſus per axem DV, per coroll. IV Lem. III: itaque tempus, quo L′V (= L V) percurreretur celeritate illa, quam ponitur habere corpus X, æquatur tempori deſcenſus per axem DV. Unde conficitur, tempus oſcillationis integræ per L′V P, eſſe ad tempus deſcenſus per axem DV, ut eſt peripheria circuli ad ſuam diametrum.

Coroll. I. Sunt igitur omnes oſcillationes penduli in cycloide ejuſdem temporis, cum ſint omnes in ratione eadem ad tempus deſcenſus per diametrum DV. Et hinc pendulum oſcillans per arcum quemvis cycloidis eodem indiget tempore, quo abſolveretur oſcillatio per totam cycloidem BVA, neque citius percurret arcum minimum, quam maximum.

Coroll. II. Arcus infimus cycloidis V concipi poteſt velut congruens cum arcu exiguo circuli centro C deſcripti, & per V tranſeuntis, eritque tempus oſcillationis in ejuſmodi exiguo arcu circuli æquale tempori oſcillationis in cycloide. Ex quo facile intelligitur, cur tempora oſcillationum in arcubus valde parvis circuli æqualia ſint, utpote cum hi arcus non minus ad cycloidem, quam ad circulum pertinere poſſint.

Coroll. III. Tempus oſcillationis integræ in exiguo arcu circuli, eſt ad tempus deſcenſus per dimidium radium, ut peripheria circuli ad diametrum; & quia tempus hoc deſcenſus per dimidium radium eſt ſubduplum ejus, quo cadendo tota deſcriberetur diameter, aut chorda quævis, ſequitur, tempus oſcillationis in exiguo arcu circuli, eſſe ad tempus deſcenſus obliqui per chordam, ut eſt ſemicircumferentia ad diametrum.

Eſto NV arcus exiguus circuli centro C deſcriptus; tantum aberit, ut tempus per arcum A V æquetur tempori deſcenſus per chordam N V, ut etiam punctis N & V in infinitum ad ſeſe accedentibus, ratio horum temporum ultima futura ſit circumferentiæ circuli ad quadruplum diametri. Unde vitandus eſt error, in quem plures ſcriptores Mechanices inciderunt, qui ex æqualitate chordæ, & arcus evaneſcentis præpropere intulerunt æqualitatem temporis deſcenſus per arcum, cum tempore deſcenſus per chordam.

Coroll. IV. Tempora oſcillationum in cycloide, vel arcubus circuli exiguis ſunt in ratione ſubduplicata longitudinum pendulorum. Etenim tempora oſcillationum in arcu LVP ſunt in ratione conſtante ad tempus deſcenſus per DV; hoc autem eſt in ratione ſubduplicata ſpatii DV, ſeu ejus dupli CV, quæ eſt longitudo penduli.

Coroll. V. Quod ſi vires acceleratrices corporum forent inæquales, tempora oſcillationum eſſent in

in ratione compoſita ex directa ſubduplicata longitudinum pendulorum, & ſubduplicata reciproca virium acceleratricium. Nam tempus deſcenſus per D V eſt in ratione directa ſubduplicata ſpatii D V, & reciproca ſubduplicata vis acceleratricis; & tempus oſcillationis eſt ad illud in ratione data. Ex quo patet, quod ſi pendulorum inæqualium oſcillationes ſint æquales, vires acceleratrices gravitatis ſint ut pendulorum longitudines. Et hinc inferimus, vim gravitatis ab æquatore verſus polos creſcere, cum pendulorum minuta ſecunda oſcillantium longitudines verſus æquatorem minui debeant.

Coroll. VI. Ex hac propoſitione reperitur accurate ſpatium, quod corpus grave tempore dato cadendo conficit. Etenim ſi captis experimentis inveniatur, cujus longitudinis pendulum eo tempore oſcillationem abſolvat, erit longitudo hæc penduli dimidia ad ſpatium quæſitum, in ratione duplicata diametri ad peripheriam; nam ſpatia cadendo confecta ſunt ut quadrata temporum, quibus percurruntur; & ratio temporum, quibus ea ſpatia conficiuntur, eſt ratio diametri ad peripheriam. Hunc in modum Hugenius demonſtrat, a corporibus ſua gravitate libere cadentibus tempore unius minuti ſecundi percurri 15 $\frac{1}{12}$ ped. Paris.

Scholium. Ut comprehendatur penitus, quod arcus exiguus non eodem tempore, quo ejus chorda, percurratur, quamvis, dum evaneſcunt, æquales ſint; oſtendemus, quod ſi V*k*, & N*k* ſint plana tangentia arcum in V & N, licet chorda eva-

neſcens NV ſummæ utriuſque tangentis Vk & Nk æqualis ſit, tempus tamen deſcenſus per chordam ſit ad tempus deſcenſus per has tangentes, ut 4 ad 3.

Per Coroll. I Lem. III tempus per Nk eſt ad tempus per NV, ut Nk ad NV, ſeu ut 1 ad 2; ſed cum kV ſit horizontalis, motus per kV eſt uniformis, & percurritur tempore dimidio ejus, quo corpus ex N in k caderet: igitur ſi tempus, quo kV motu uniformi deſcribitur, dicatur T, erit tempus per Nk = 2 T, & tempus per chordam NV = 4 T, adeoque tempus deſcenſus per tangentes binas, eſt ad tempus deſcenſus per chordam, ut 3 ad 4.

FINIS LIBRI SECUNDI.

EXPO-

EXPOSITIONIS PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ
LIBER III.

Theoria Gravitatis Analytice Demonſtratur.

CAPUT I.

Quid de Gravitatis Theoria ante Newtonum compertum fuerit.

I. TAnta eſt tum experimentorum, tum obſervationum copia, ut ampliſſimæ collectioni hiſtoriæ naturalis, phænomenorumque deſcriptioni materiam uberem præbere poſſit; at Geometriæ, & Mechanices principia viam no-

nobis tandem aperiunt, ut analyſin a phænomenis ad vires, cauſaſque effectrices provehere nobis liceat, quorum ductum ſi prudente ubique cautione ſequamur, de fundamentorum firmitate ſecuri, nihil erit unquam, cur incumbentis iis ſcientiæ fabricæ metuamus.

Notitia prima, quam Philoſophi de rerum natura habebant, plane cum vulgo ipſis communis erat, utpote ſolo ſenſuum uſu acquiſita. At vero cum poſtea diverſas ſuas cognitiones compararent inter ſeſe, cum in ſenſus ipſos, quorum ope eas hauſerant, accuratius inquirerent, eoſque variis juvarent adminiculis, quin errores etiam detegerent, in quos incautos inducere poſſent; cum debitum Geometriæ, Mechanicæque uſum in Phyſicam inveherent, aliam mox Natura faciem apud Philoſophorum animos induit, quam quæ rudium oculis obverſari videbatur. Telluris ſuperficies putabatur ab initio ultra omnes limites in planum immenſum porrigi, reliquis, quæ ad mundi univerſi compagem pertinent, nubibus, meteoris, luna, ſole, ſtelliſque omnibus in cavo quodam verſus terram fornicis inſtar recurvo ſuſpenſis. Talem fingebat mundi fabricam primis temporibus a pleriſque recepta opinio fallace illa ſpecie, quæ prima ſubiit, tam alte in animos penetrante, ut & oculis, & auribus ſeſe quam certiſſime percepiſſe crederent, quæ neque erant uſpiam, neque eſſe poterant. Hunc in modum Poeta Romanum exercitum, cum in Luſitaniam deductus eſſet (occiduum ſcilicet magnæ continentis limitem) exhibet, velut qui audierit ardentem ſolis glo-

globum, cum ſeſe in ſtridentis oceani undas immergeret,

Audiit Herculeo ſtridentem gurgite ſolem. Lucan.

Hæc dum ad occidentem alii, alii rurſus velut eorum narratione acceptum, qui oras illas peragrarint, referebant, immanem alicubi ad ortum patere hiatum, e quo intolerabili cum fremitu ſol quotidie ſeſe proriperet. Verum Philoſophos haud diu latere potuit, terram nequaquam indefinite protendi, ſed figura eſſe ſphærica præditam; meteora, planetas, ſtellas non in eadem ſuperficie cava eſſe conſtituta, ſed in cœleſtibus illis ſpatiis ad diverſa, & ingentia alia ab aliis intervalla eſſe collocata, eorundem magnitudines, motuſque veros ab apparentibus diſcrepare vehementer, de quibus judicium ferri non poſſit ex iis, quæ uno tantummodo in loco ſpectatori objiciuntur, ſed combinatis inter ſe, quæ a diverſis ex diverſo poſitu, diverſiſque e plagis obſervata ſunt, ſecundum Geometriæ leges licere demum certi aliquid conſtituere.

2. Et quoniam ſyſtema mundanum e figura, mole, motuque vero corporum, quibus conſtat, deduci debet, pulcherrimo ſane exemplo methodus tum analytica, tum ſynthetica, qua eo pertingere poſſumus, illuſtrabitur, ubi oſtenderimus, qua demum ratione e phænomenorum ſpecie, quæ nobis iſthic in tellure conſtitutis offertur, ea, ut in ſe ſunt, cognoſcere poſſimus; quod ſi nos fugiat, omnis noſtra in vires, & cauſas, e quibus pendent, inquiſitio,

tio, vel dubitationi ſubjacebit, vel errori. Ordinis, motuumque corporum cœleſtium notitia, cauſarum inveſtigationem præcedat, neceſſe eſt: illa expeditior multo; hæc plus habet difficultatis; ſed illa viam ad hanc ſternit, itaque lectoris præparat animum, ut dum methodi vim, quæ una nos ad ſolidam ſcientiam perducere poteſt, in ſimplicioribus experitur, ad ea dein progrediatur commodius, quorum diſquiſitio eſt complicatior. Unde exemplo primum utemur admodum perſpicuo, & ſimplice, paucisque docebimus, ut ex iis, quæ fieri videmus, vera telluris figura, magnitudo, motuſque eruantur; & ut hiſce principiorum inſtar ſemel ſtabilitis, methodo dein ſynthetica innumera alia phænomena deducantur.

3. Viſui debemus, quæ de partibus ſyſtematis noſtri Planetarii remotioribus novimus, cum ea tantum, quæ nos prope ambiunt, aliorum ſenſuum obſervationi ſubjici poſſint. Hinc fit, ut licet pulcherrima ſit ea cognitio, ſuis tamen nævis laboret. Pendet ſcilicet viſio ab imaginum rerum externarum pictura in retina oculi efformata, cui judicium animæ noſtræ ex uſu & habitudine illico accedit, ita arcte cum ipſa ſenſatione conjunctum, ut, quamvis ſollicita quis mentis reflexione utatur, neutiquam hæc duo ſeparare, vel errorem mox, ut cuperet, corrigere poſſit. Si viſio ſola illa imagine in oculo depicta abſolveretur, quoties hæc eandem extenſionem in retina habet, æqualium magnitudinum ideæ de objectis naſcerentur, contingeretque profecto, ut ſi minuſculum quodpiam inſectum tam prope objiceretur

retur oculo, ut aſpectum diſſiti alicujus montis eriperet, parem illi cum hoc molem tribueremus. Verum ex uſu longo facultatem contraximus, noſtram opinionem, priuſque conceptas de diſtantia notiones, cum amplitudine imaginum, quæ formantur in retina, combinandi, atque id incredibili prorſus promptitudine, ut idea, quæ de rerum mole in nobis conſequitur, utrivis ex æquo originem ſuam debeat, exiſtimatione ſcilicet illa, quæ de interjecto ſpatio animo prius inſederat, volumini imaginis juſtam compenſationem præſtante. Pronum hinc eſt intelligere, quot erroribus occaſionem viſus præbere poſſit: cum enim ſæpe in judiciis noſtris, quæ de intervallis inter diverſa corpora ferimus, hallucinemur, fieri neceſſe eſt, ut de eorum magnitudine falſas nobis ideas effingamus. Huic adde, quod dum diſtantias æſtimamus, de iis potius ex habitudine quadam, quam ratione, certoque conſilio pronunciemus; & experimur non raro, quod, licet poſtea judicia noſtra corrigamus, mentemque ampliore, accuratioreque rerum cognitione inſtruamus, ejuſmodi tamen falſarum notionum vis in nobis perduret. Sic luna non longe ab ortu vel occaſu remota, nobis adhuc major apparet, quam dum prope meridianum verſatur, quamvis, illic dum eſt, majore eam a nobis intervallo diſtare demonſtratum habeamus, ut propterea minor videri deberet. Quippe, ut animadvertit Keplerus, cœlum non hemiſphærii cavi, ſed ſegmenti minoris ſpeciem refert, ideoque aſſuevimus majorem illis tribuere molem, quæ ad magnam diſtantiam prope horizontem videmus, quam quæ eadem quidem apparent magnitudine (ſeu quorum imagines

in oculo æquales ſunt) ſed admodum ſupra horizontem ſunt elevata. Atque hinc elegantem explicationem Keplerus repetit, cur lunam majorem arbitremur ad horizontem depreſſam, quam cum magnam obtinet altitudinem. Licet vero errorem hunc dedocti ſimus, certumque teneamus, lunæ magnitudinem apparentem horizonti propinquæ eadem ratione decreſcere, qua illius diſtantia augetur, impetrare tamen a nobis haud poſſumus, ut rerum harum in ferendo judicio rationem accuratam habeamus, ſed veteri conſuetudine (*a*) abrepti, plus, quam oporteat, illi ipſi diſtantiæ exceſſui tribuimus. Quam vim contracta ſemel habitudo in animam, ejuſque operationes obtineat, quamvis peculiari diligentia a Philoſophis examinari mereatur, a loco tamen iſto id alienum arbitramur, ne ſcilicet citra neceſſitatem, incerta adhuc, obſcuraque cum iis permiſceamus, in quorum perſpicuitate animus acquieſcit. Analyſis, quam exponendam ſuſcepimus, nullo eget principio, quod in controverſiam vocari poſſit, ſed Geometriæ tantum innititur rite ad ſyſtema cœleſte applicatæ.

4. Ex-

(*a*) Quod ſegmenti minoris, quam hemiſphærii, formam cœlum nobis exhibeat, inde fortaſſis eſt, quod majora longe intervalla horizontem verſus contemplari conſueverimus, quam juxta lineam verticalem per zenith tranſeuntem. Quidquid vero cauſæ ſit apparentis hujus figuræ (modo talis revera appareat) conſequi videtur, animum in oppoſitum, contraria quadam cogitandi habitudine inflecti poſſe; uti re ipſa ſunt nonnulli, qui animadvertunt, lunam ipſis modo haud quaquam tam magnam apparere, dum prope ab horizonte abeſt, quam olim, dum juvenes adhuc ejus motus veros nondum perſpectos habuerunt.

4. Experientia complura nobis ſuppeditavit media, quibus de corporum viſorum intervallo judicare poſſumus, modo ne nimium a nobis ſint remota; uti inprimis illud eſt, quod diverſa ſit oculorum compoſitio, quando rem vicinam utroque ſimul intuemur: manifeſtum namque eſt, oportere tum alterum verſus alterum magis inclinari, ut ad idem punctum dirigantur, quam ſi res longius a nobis abeſſet. Pari ratione uſu didicimus, corpus plus æquo propinquum ſi ſpectemus, imaginem efformari obſcuram, & confuſam, atque vim quampiam oculo inferri debere, qua ita conformetur, ut nonnihil magis diſtinctam recipiat. Præterea experimur, vicinarum rerum figuras clarius, illuſtriuſque in oculo depingi; languidius, atque obſcurius remotarum. At potiſſimum metimur intervallum ex rerum aliarum interjectu, vel vero (ſi res, quam conſideramus, ad illarum claſſem pertineat, quarum notitiam e longiore uſu habemus) ex ſpatii magnitudine, quod ejus imago in retina occupat. Hæc ſunt (aut fortaſſis alia adhuc), e quibus utcunque de corporum non multum diſſitorum intervallo judicamus. (*a*)

(*a*) Scriptor quiſpiam magnæ eruditionis, cujus muneri etiam peculiaris obſervantia debetur, materiæ hujus pertractandæ initium a ſequente obſervatione facit: „ Inter omnes, in„ quit, ut quidem exiſtimo, convenit, intervallum in ſe „ ipſo, & ſine alterius rei interventu, videri non poſſe: „ nam cum id, quod diſtantiam appellamus, linea tantum„ modo ſit ad oculum uſque perducta, in ejus fundo non niſi „ puncti imaginem habet, quod idem manet, ſeu lineæ lon„ gitudo major, ſeu minor fuerit". Diſtantia, de qua hic agitur, illa eſt, quam res ab ipſo oculo habet, neque iſthic

At quando corpora ad ingentia ſpatia a nobis remota ſunt, neque aliud quidpiam interjacet, quod viſu percipi poſſet, uti contingit in corporibus cœleſtibus, allata media nos in errorem inducunt; cum tanta intervalla ſenſuum ope non amplius inter ſe conferri poſſint, ideoque nec decerni, quæ ex iis majora, quæ minora, niſi Geometria, ſimileve artificium, in ſubſidium vocetur. Hoc igitur dum corpora ſunt poſita, oculus ea omnia ad eandem ſuperficiem cavam refert. Sic nempe nubes, meteora, planetæ, ſtellæ in eodem cœli cavo hærere videntur, quamvis ingens ſpatii inter ſingula intercedentis ſit varietas. Et tum ſane neceſſe eſt, ut adminicula indubitata a Geometria petamus, quibus ſcilicet etiam facile detegimus, nubes non modo planetis nobis viciniores eſſe, quos nobis quandoque obtegunt; ſed etiam paucis paſſuum millibus elevari, cum haud magna loci, e quo eas ſpectamus, mutatio earum poſitiones admodum varias reddat, & quæ in locis

dicta univerſe in rerum a ſeſe remotarum intervalla conveniunt. Inter ſpatia eadem varietas intercedit, quæ in aliis quantitatum generibus reperitur: & magnitudo viſibilis partibus conſtat, & in eas æque reſolvi poteſt, ac quævis alia, quæ tactui ſubſtat; nec minus earum, quæ viſu tantummodo percipiuntur, proportio exhiberi poteſt, quam illarum, quæ tactum afficiunt; ut adeo longius, quam par ſit, progrediatur auctor, cum aſſerit, non magis ad Geometriam revocari poſſe magnitudinem viſibilem, quam voces, & dum univerſe tribuit diſtantiæ, quod illi tantum competit, quæ inter rem viſui objectam, ipſumque oculum intercedit; atque inde evincere nititur, ſpatium, extenſionem, & rerum intervalla, ſi proprie loquamur, ad viſum non pertinere, & noſtra de hiſce judicia non magis poſſe pendere ab oculo, quam ab aure.

locis diſſitis eodem tempore ab aliis obſervantur, diverſum prorſus ſitum obtineant, ac illæ, quas nos videmus. Porro lunam nubibus multo altiorem eſſe, inde facile intelligimus, quod ſimul ab omnibus, qui in eodem telluris hemiſphærio habitant, cerni poſſit, atque omnibus inter eaſdem prope ſtellas fixas appareat. At enim, quod minus, quam ſol, a terra diſtet, absque negotio diſcimus, cum ſoli, noſtroque globo interpoſita eclipſin efficiat; quemadmodum etiam Venerem, & Mercurium, quando in conjunctione inferiore verſantur, nobis ſole propiores eſſe inde concludimus, quod tum macularum nigrarum inſtar in ejus diſco quandoque compareant. Quod ſi inſtrumenta noſtra ad ſummam perfectionem perduci, obſervationeſque maxima accuratione peragi poſſent, quantum quodvis e corporibus cœleſtibus diſtet, certo nobis conſtaret, indeque ordinis, & diſpoſitionis totius ſyſtematis mundani cognitionem numeris omnibus abſolutam haberemus. Sed quoniam hæc noſtræ analyſeos præcipua ſunt capita, ut pluribus illuſtrentur, operæ pretium eſt.

5. Sint in A & C (Tab. III. fig. 50) duo ſpectatores, aut idem in horum duorum loco altero poſt alterum; D ſit corpus, aut qualecunque demum phænomenon, cujus diſtantia quæritur. Spectator in A collocatus id in recta ADF; & qui in C eſt, in altera recta CDE videt, angulusque ab his lineis comprehenſus ADC indicat, quantum ſitus objecti horum ſpectatorum comparatione mutetur. Quando angulus iſte magnus eſt, intervallam AD non admodum magnam rationem ad ſpatium AC ha- Fig. 50.

habet; ſed cum exilis eſt, veluti objecto D in H translato, tum vero neceſſe eſt, ut ejus diſtantia ab A multo major ſit, quam A C, qua obſervator alter ab altero abeſt; quia ſcilicet ex Trigonometriæ planæ regulis ſemper eſt A C ad A D in eadem ratione, quam habet ſinus anguli A D C ad ſinum anguli A C D. Sic ſi D nubem quampiam exhibeat, & A C, aliquot paſſuum millia, angulus A D C ſat grandis deprehenditur; e quo conficimus, nubem illam non admodum magnam habere altitudinem. Si E C, K A ſit radiorum ſolarium inter ſe parallelorum directio, umbra nubis in locum C plani A C incidit, ideoque in unica ſtatione A captis angulis D A C, K A L ratio A C ad A D inveſtigari poteſt. Verum etſi A C pluries centena millia paſſuum contineat, ſi H lunam repræſentet, angulus A H C prorſus exiguus invenitur; e quo conſequitur, diſtantiam lunæ a tellure multa milliarium millia continere.

6. Eſto C (*fig.* 51) centrum telluris; A locus quivis in ejus ſuperficie; C A *e* linea verticalis ejus loci; *d* objectum, aut quodlibet phænomenon in zenith exiſtens; A D F tangens telluris in A, quæ cum horizonte ſenſibili ejus loci congruet.
Fig. 51. Quod ſi objectum *d* referri ponatur ad ſtellam fixam in *e*, quamdiu in verticali exiſtit, eundem ſitum habebit, ſeu ex A, ſeu ex C ſpectetur. Aſt id verum non erit, quando e *d* ad horizontem in D deprimitur. Quamvis enim ponatur (motu proprio nihil interim turbante), centrum C, objectum D, ſtellamque E ſemper in eadem recta manere; ne-

que-

queunt tamen D, & E in eadem recta perſiſtere cum loco ſpectatoris A; ſed dum D ab obſervatore verſus F refertur, ſtella adhuc ſupra horizontem arcu E F elevata videbitur, qui angulum E D F, ſeu A D C metitur, cujus ſinus eſt ad radium, ut ſemidiameter terræ C A ad diſtantiam objecti a centro C D. Atque hic angulus parallaxis horizontalis objecti, vel phænomeni appellatur, eſtque illi æqualis, ſub quo e diſtantia C D ſemidiameter telluris appareret, idemque prorſus eſt, objecti cujuſpiam parallaxin horizontalem reperire, ac magnitudinem, ſeu minutorum aut ſecundorum numerum definire, quæ e loco objecti ſemidiameter terræ ſpectata ſubtenderet. Sint objecta quotvis in recta A F, velut D, G, H; fingamus in ſingulis ſuum adeſſe obſervatorem, qui inde ſemidiametrum terræ A C metiatur: apparebit ea ſub angulis C D A, C G A, C H A, qui propterea erunt objectorum illorum parallaxes, eadem ratione decreſcentes, qua ſingulorum a tellure diſtantiæ majores fiunt.

Unde evidens fit, objectorum iſtorum diſtantias reperiri, ſi magnitudo apparens ſemidiametri telluris ex iis ſpectatæ inveniatur: methodi certe principia nullam patiuntur exceptionem, quando clarum eſt, ut tellus magna appareat, requiri, ut ſpectator ab ea non multum diſtet; & ex oppoſito, e majoribus eam intervallis conſiderari debere, ut minor videatur. Qui non niſi aliquoties centenis paſſuum millibus abeſſet, tellurem magna adhuc ſibi mole apparentem haberet; at in lunam uſque translato obſervatori, terræ ſemidiameter ſub angulo uno gradu

N n mino-

minore ſpectandam ſe præberet. E Venere ejuſdem prope magnitudinis hic globus noſter cerneretur, cujus planeta ille in tellure videtur. Quod ſi ad Jovem vel Saturnum ſpectatorem removeamus, ejus viſui ut terra noſtra ſeſe fere penitus ſubducat, eſt neceſſe, niſi vel majore longe, ac nos, oculorum acie polleat, vel artis inſtrumenta in ſubſidium vocet. Et quoniam data ſemel ratione diſtantiæ obſervatoris a centro terræ ad ejusdem ſemidiametrum, facile determinatur, quantæ molis ei apparere debeat, conſequens eſt, ut e contrario, data magnitudine, quam tellus ejus aſpectui objicit, diſtantia eadem facilitate reperiatur.

7. Atque hunc in modum telluris menſura in cœlum ipſum infertur, corporumque planetariorum diſtantiæ tam cum ſemidiametris terreſtribus, quam inter ſe comparantur. Materiæ huic ſi plus adhuc lucis attulerimus, e re ſane erit, quippe quæ tanti ponderis eſt in Aſtronomia, ſcientia, inquam, illa, cui cognitionem tam amplam, tamque late diffuſam pulcherrimarum rerum debemus. Fingamus ſpectatorem in A conſtitutum, cujus viſui immenſum undique ſpatium objicitur, dum interim recta D L, ad A D perpendicularis, & ſemidiametro telluris æqualis, a minima diſtantia longius ſemper ultra omnem terminum in recta A F progreditur. Hoc poſito, in comperto eſt, parallaxin cuivis intervallo competentem nil aliud eſſe, quam angulum, ſub quo ab obſervatore in A ſemidiameter terræ, ſive recta mobilis D L, cum illuc pervenit, videretur; nempe diſtantiis A D, A G, A H &c reſpon-

ſpondentes parallaxes ſunt anguli D A L, G A M, H A N, apparentem ſemidiametri terræ magnitudinem metientes, quam ſpectatori in A ex iis intervallis exhiberet. Si cogitemus, hanc ſemidiametrum ultra quoſvis limites longius ſemper removeri, ita fere imminutæ ſpeciem præbebit, uti diſtantia augetur. Hinc porro parallaxes eadem decreſcent ratione, earumque diminutio iiſdem exponetur gradibus.

Nemo non videt, ut primum objectum quodpiam a linea verticali diſceſſerit, ita ſpectatori in A conſtituto horizonti vicinius, quam vere ſit, appariturum, eoque fore majorem hanc depreſſionem, quo reapſe propius ab eo circulo abfuerit. Verus objecti D locus in E eſt, quo nempe e centro C ſpectatum referretur; apparens autem, ſi ex A conſideretur, eſt F, ejuſque depreſſio, ſeu parallaxis, menſuram habet arcum E F, aut angulum E D F, parem angulo A D C. Ut autem hæc juſta major vicinia cum horizonte inveniatur, obſervanda eſt ſtella fixa E, quæ parallaxi omni a nobis percipienda caret, & quacum objectum illud in linea verticali A D e conſtitutum in conjunctione ponebatur: nam ipſum depreſſionis diſcrimen objecti D ex A viſi infra fixam E parallaxin exhibet. Simili methodo ex Aſtronomicis obſervationibus lunæ a centro telluris diſtantia media eruta eſt fere 60 ſemidiametrorum noſtri globi.

8. Si corpus e majore aliquo intervallo contueamur, longe accuratius de ejus figura pronunciare poſſumus, quam ſi e propinquo illud ſpectemus. Nam diſſiti major multo pars uni, eidemque obtu-

tui ſubjicitur, ut proinde multo commodius totius figura cognoſci poſſit, quam ſi oculo prope admoto minuſculæ quævis aſperitates pateant, quæ cum viſum potentius afficiunt, facile in errorem nos conjiciunt, dum de voluminis integri forma judicare debemus. Hinc eſt, ut exemplo rem declaremus, quod abſque difficultate ſolem & lunam figura globoſa eſſe cognoſcamus, cum quacunque poſitione oculis objecta circulari ſemper ambitu definiantur, quod quidem ſolis corporibus ſphæricis convenit. At non ita expeditum nobis eſt, qua tellus figura ſit, conſtituere, quod ampliſſima etiam ſpatia, ad quæ viſus noſter ex altiſſimorum montium cacumine pertingit, admodum exigua ſuperficiei totius ſint portio, quæ lente nimium in ſphæram curvatur, quam ut a nobis percipi poſſit. Attamen ſuppetunt nobis argumenta alia graviſſima, quæ terram rotundam eſſe evincunt, quamvis a ſphærica forma non nihil aberret. Telluris ſectiones, quas per polos tranſire mente concipimus, ſeu meridianas, circulares eſſe inde nobis conſtat, quod, quo quis magis verſus meridiem accedit, eo illi ſemper ſtellæ ſeptentrionales magis verſus horizontem deprimi, auſtrales vero ſupra eundem elevari videantur, atque id conſtante fere ratione, ut tum illarum deſcenſus, tum aſcenſus harum ad unum gradum, 60 milliaribus Italicis, ſeu Geographicis in meridiano reſpondeat. E quo concludimus, ſectionem per meridianum tranſeuntem eſſe circulum, cujus unus gradus 60 milliaria, tota autem circumferentia 60 × 360, vel 21600 contineat. Qui in æquatore ſunt, illis polus uterque in ipſo horizonte videtur; aſt inde verſus boream

pro-

progredientibus polus cognominis attollitur, donec in ipſo polo telluris conſtitutis, polus cœleſtis in puncto verticali, ſeu zenith, appareat, ut univerſe poli elevatio totidem ſemper gradibus creſcat, quot diſtantia ab æquatore. Porro æquatorem, ſectionesque huic parallelas, ex ordinatiſſimo lucis ab oriente verſus occidentem progreſſu, quem ſingulis diebus experimur, deducimus. Sol eo citius ad loci cujuſvis meridianum appellit, quo ab altero magis verſus ortum ſitus eſt, temporis intervallo ipſi meridianorum diſtantiæ (cujus menſura in æquatore ſumenda eſt) reſpondente. Quin telluris figura globoſa ex libellatione quoque deducitur, in qua ratio utique haberi debet diſcriminis, quod inter lineam libellæ veram, & apparentem intercedit, cum illa ſita ſit in ipſa ſuperficie convexa, infra planum tangens ſemper depreſſa, hæc vero in plano terram tangente.

9. Verum quod terram ſphærica forma eſſe planiſſime æque, ac certiſſime oſtendit, eſt ejus umbra, quæ in eclipſibus lunæ in hujus diſcum cadit. Quoniam enim hæc umbra ſemper arcu circulari circumſcribitur, neceſſe eſt, ut terra, a qua projicitur, ſphæræ figuram habeat, quæ ſiquidem alicubi vel anguloſa eſſet, vel majorem in modum promineret, id certe aliquando ejus umbra proderet. Equidem montium juga terræ ſuperficiem inæqualem reddunt; ſed enim cum tota ejus mole compoſita adeo ſunt exigua, ut nullo modo in umbra percipi poſſint. Sic etiam terra a littoribus maris verſus majorum continentium interiora paullatim aſſurgit, ut in Europa ab oceano, a mediterraneo, a ponto Euxino

verſus Helvetiam; at enim lenior hic aſcenſus tam modicus eſt, ut nullam admodum figuræ mutationem adferre poſſit: major ſi foret, continentis medium nimium in atmoſphæram attolleretur; nunc vero fluminum curſui ſufficit, & admirabilem illum aquarum in orbem refluentium motum, globo noſtro tam neceſſarium, conſervat; neque eſt, cur dubitemus majores terrarum tractus propterea in acclive protendi, ut inde id commodi enaſceretur. Denique omnia hæc, quæ adhuc diſſeruimus, quam evidentiſſime globoſam nobis figuram telluris commonſtrant, quamvis accurate ſphærica non ſit; quæ ſiquidem e majore intervallo ſpectaretur, non aliter, quam ſol, vel luna appareret, id eſt, limbo circulari, modo ne ultra modum eſſet remota, ut contracta admodum diametro tota ejus ſuperficies in punctum exiguum, Veneris, vel Martis inſtar, abiret, nec altiſſimorum Peruvianorum montium catena ſufficiens lumen reflectente, quo percipi poſſet. Ad ſpatia tam ingentia ſpectatoris oculum, niſi teleſcopio, ſimilive inſtrumento adjutum, figura penitus effugeret.

10. Oceanus, quo magna telluris portio tegitur, accuratius ſuperficiem ſphæricam induit, quam partes ſolidæ; neque dubium eſt, quin id e gravitate, qua omnia corpora verſus tellurem, directione ad ejus ſuperficiem perpendiculari agente, tendunt, proficiſcatur. Quod ſi enim gravia ſub angulo aliquo acuto verſus ſuperficiem niterentur, ea ex parte aquæ defluere deberent, neque antea æquilibrarentur, quam directio iis undique ad perpendiculum

culum inſiſteret, neque ullam in partem moveri poſſent. Porro lineæ ſuperficiei ſphæricæ normales omnes in ejus centro concurrunt; quare cum tellus parum a ſphærica figura abeat, directio gravitatis proxime verſus centrum tendit; non quod puncto illi, quod centrum dicimus, vis quæpiam inſit peculiaris, vel corpora, neſcio, qua ducta illecebra illuc connitantur; ſed quod directio hæc e partium omnium verſus omnes, quibus terra conſtat, gravitatione mutua oriatur, quemadmodum in ſequentibus clarius patebit. Corpora gravia directionem nullam ex ſe certam, atque definitam ſequuntur, in quam opinionem vulgi animus proclivis eſt, neque fulcris ullis, aut fundamentis opus eſt, quibus moles hæc terreſtris incumbat, quando eo jam corpora deorſum tendunt, quod verſus centrum ferantur, aut ut accuratius loquamur, quando linea ad ſuperficiem ſphæricam perpendicularis, ſi inde a parte concava producatur, non niſi deorſum dirigi poſſit, & in oppoſitum tantummodo, ſeu a parte convexa, ſurſum. Si globus noſter non niſi fluidis conſtaret, ejus ſuperficies undique maxime æquabilis foret, neque pars ulla ſupra alias emineret, ſed omnes toto voluminis ambitu æqualibus momentis libratæ extra lapſus ullius periculum ſuſtentarentur. Hunc in modum facile animo comprehenditur, quomodo antipodes adverſis nobis veſtigiis conſiſtant; neque minus foret abſurdum, ſi quis exiſtimaret, corpora in oppoſito hemiſphærio a terra ſuo pondere avelli, alioque decidere poſſe, quam ſi iſthic nobis perſuaderemus, futurum aliquando, ut noſtratia ſua ſponte ſurſum in aera efferantur.

11. Gra-

11. Gravitatis vis ad univerſa corpora tellurem ambientia pertinet. Poſtquam aeris ipſius pondus rationibus omnem dubitationem excludentibus demonſtratum eſt, maxime Galilei, & Torricellii experimentis jam in vulgus quoque notis, aliiſque conſimilibus, perſpicuum eſt, quævis demum corpora terreſtria, cujuſcunque ſint generis, gravitatem in tellurem exerere; quæ vero quibuſdam ineſſe apparet levitas, eam provenire ab aeris circumfuſi gravitate majore, a quo ſcilicet non ſecus in altum attolluntur, ac ſuber ab aqua, plumbum a mercurio; aut certe eorum aſcenſus medio cuipiam intra eorundem particulas contento adſcribendus eſt. Imprimis autem gravitatem omnibus corporibus terreſtribus communem eſſe, ex eo intelligimus, quod captis maxima accuratione experimentis ſemper conſtiterit, eam ex materiæ proportione agere, neque a figura, neque a volumine, neque a partium plexu pendere, ſed ſolius maſſæ modum ſequi, indeque menſuram accipere, ſi nempe medii, cui innatant corpora, interim in ea actionem ſemoveamus. Efficit enim gravitas æquali tempore æqualem in corporibus quibuslibet velocitatem, ut propterea neceſſe ſit, eam in æquales partes eodem prorſus modo agere, & in majores majorem quoque vim exerere. Directio porro illius fere ad centrum telluris tendit, cum in præſens rationem non habeamus diſcriminis, quod figura a ſphærica paullum diverſa, atque per motum uniformem circa axem telluri inducta, adfert: efficacitas item tanta in corpora eſt, ut omnia intra minutum ſecundum temporis 15 $\frac{1}{12}$ pedes Pariſinos deorſum ferrentur (quemadmodum e compluribus ſumma

ma diligentia inſtitutis experimentis eruitur) ſi quidem recta ad horizontem perpendiculari citra ullum impedimentum laberentur, neque aeris, alteriuſve medii ambientis reſiſtentia motus infringeretur.

Dum corpus directione ad horizontem obliqua projicitur, curvæ alicujus portionem ita percurrit, ut accurate in illud terræ punctum recidat, cui recta imminet tantæ altitudinis punctum alterum in linea directionis, ut inde lapſu perpendiculari, & libero, eodem tempore ad idem deſcenſurum fuiſſet: atque id, ſi fingamus gravitatem directionibus parallelis agere, uti ante Newtonum plerumque hæc hypotheſis locum habebat, & vero etiamnum habet citra errandi periculum, quantum ad motus quoslibet, qui per machinas nobis uſitatas effici poſſunt; licet ceterum Newtonus neceſſarium duxerit, ut major ratio modi, quo gravitas agit, haberetur.

12. Poſtquam analyſin eo jam deduximus, ut figura telluris, gravitatiſque directio nobis innoteſceret, ingens inde phænomenorum varietas methodo ſynthetica contextam explicationem recipit; uti ea cumprimis univerſa, quæ ex doctrina de ſphæra petuntur, ſeu quis Pythagoræum, ſeu Ptolomaicum mundi ſyſtema amplecti malit, e telluris forma ſphærica deducuntur. Quoniam ſol 24 horarum tempore totum circulum percurrere videtur, 15 gradus horæ ſpatio, ac gradum unum intra quatuor temporis minuta conficit; atque id tam in æquatore, cum in eo verſatur, quam in parallelis, quos dietim peragrat, locum habet. Hinc ſi meridianorum diſtantia in æquatore accepta duorum quorumvis locorum

nota ſit, facili reperitur calculo, quantum horæ alterius præcedant horas, quæ in altero numerantur, modo cuivis diſtantiæ gradui quatuor minuta horaria tribuantur; & ex oppoſito data temporis differentia, quod in locis diverſis computatur, longitudinis diſcrimen obtinetur, ſi quatuor temporis minuta intelligantur gradui reſpondere, itaque ex proportione minorum partium valor æſtimetur. Quivis facile perſpicit, horas, quæ peculiari quovis in loco ſingulæ poſt ſingulas fluunt, omnes ſimul, eodemque haberi tempore, ſi quis totum terræ globum ſpectet, ut nullam ex omnibus viginti quatuor quis deſignet unquam, quin illico oſtendatur aliquis in telluris ambitu meridianus, ſub quo poſiti incolæ eam ipſam horam tunc numerent. Horizon *ſenſibilis*, ſeu, ut ajunt, *phyſicus* loci cujuſpiam eſt planum, cui linea verticalis ad perpendiculum inſiſtit, quod propterea telluris ſuperficiem contingit tantummodo; at *rationalis* eſt planum priori parallelum, perque centrum terræ tranſit, cujus poli ſunt puncta Zenith & Nadir, quemadmodum æquator eoſdem habet, quos Borealem, & Auſtralem mundi dicimus. Jam vero quæ loco cuivis propria ſunt phænomena, ex horizontis poſitione cum circulis motus diurni apparentis ſolis, ſtellarumque comparati originem ducunt. Horizon eorum, qui in æquatore ſunt poſiti, per mundi polos tranſit, atque æquatorem, omneſque parallelos bifariam ſecat, quam ob cauſam iis in locis dies noctibus ſemper æquales ſunt, omniaque aſtra medio revolutionis ſuæ diurnæ tempore ſupra horizontem elevata ſunt, medio infra eundem depreſſa; præterea circuli omnes, in quibus

bus motus diurnus ſiderum peragi videtur, horizonti ſunt perpendiculares, atque ideo æquatoris incolæ dicuntur ſphæram rectam habere; quibus illud etiam peculiare, quod, dum ſol in æquatore eſt, ab horizonte in ortivo recta ad Zenith uſque aſcendat, inde iterum verſus occaſum via ad horizontem perpendiculari devolvatur; alias vero, quando extra eum circulum verſatur, oriatur quidem ſub angulo ab horizonte recto, ſed mox obliquo, ſeu in Auſtrum, ſeu in Boream curſu, ut anni fert tempeſtas, parallelum ſuum peragret: e quo illud quoque emolumenti enaſcitur, quod non parum calor immodicus mitigetur. Ad polos conſtitutis horizon cum æquatore congruit, ut hemiſphærium cœli boreale ſemper conſpicuum ſit e cognomine polo telluris, ſupra cujus nempe horizontem perpetuo extat; at vero ex auſtrali nihil omnino videri poſſit, ſemper infra horizontem latente. Et quia circuli motus diurni cum æquatore, & proinde cum horizonte paralleli ſunt, ſol, ſtellæque omnes parallele ad horizontem revolvi videntur: ſtellarum fixarum nullus eſt unquam ortus, nullus occaſus; ſolis annuus, cum nempe verno æquinoctio in hemiſphærium illud ingreditur, idemque ſub æquinoctium autumni relinquit: ex quo fit, ut die fruantur ſpatio ſemeſtri, parique iterum intervallo careant. Atque hic ſitus quibus obtigit, ſphæram parallelam habitare dicuntur.

In locis, quæ polum inter, & æquatorem ſunt, diurni circuli oblique ad horizontem inclinantur, ſupra quem polorum alter ſemper eminet arcu loci cujuſvis

tudini æquali, altero tantundem infra eum conſtituto. Sidera, quorum diſtantia a polo ſuperiore latitudinem loci non excedit, nunquam occumbere poſſunt, uti nec illa oriri, quæ pari intervallo a polo oppoſito ſunt remota. Et cum æquator, & horizon ſeſe in partes æquales ſecent, quod in circulis maximis fieri neceſſe eſt, ubivis terrarum nox diei æquatur, quando ſol æquatorem percurrit; at enim dum ex eadem parte cum polo conſpicuo eſt, parallelorum diurnorum major portio ſupra horizontem extat, quam infra eum lateat, &, quod conſequitur, dies ſunt noctibus longiores. Contraria ratione ſole in alteram ab æquatore partem tranſgreſſo, cum illic paralleli cujuſvis pars major ſit ſub horizonte, & minor tantum viſui expoſita, dies a noctibus excedi debent. Harum omnium regionum incolæ ſphæram obliquam ſortiti ſunt. Quod ſi jam anni totius curriculum ſpectemus, in locis hiſce tam variis æquali tempore dies habetur, ſeu ſolis centrum ſupra horizontem aſpectabile eſt, æquali nox, ſeu ſolis centrum infra horizontem abſconditur; ſi interim a lucis refractione, & figura elliptica orbitæ telluris cogitationem abſtrahamus, quarum rerum in ſphæricis ratio nulla habetur. At vero æqualia hæc noctis, lucisque tempora diſpari prorſus ratione ſingulis obtingunt locis. Sub æquatore duodecim diurnis totidem nocturnæ horæ inviolate ſuccedunt. Sub polis, quidquid diei eſt, ſimul, nullaque nocte interruptum habetur, uti etiam nocturnum tempus continuum eſt, utrivis anno dimidio reſpondente. In locis medii inter polos, & æquatorem ſitus, quod alia anni tempeſtate ultra æquum diebus magis productis

obti-

obtigit, id alia noctibus tribuitur. Demum circulorum polarium accolis, pluribus diebus, aut etiam hebdomadibus continuis ſol ſupra horizontem in circulum revolvitur; aſt anni tempeſtate oppoſita æque diu infra illum moratur. Ut adeo etiam illic æqualitas diurni, nocturnique temporis obſervetur, modo neque magnitudo diametri ſolis, neque luminis refractio, neque crepuſcula, neque orbitæ telluris forma elliptica in computum veniant, quibus omnibus nempe efficitur, ut tempus diurnum magnam partem e nocturno detrahat, idque imprimis in hemiſphærio boreali.

Amplitudinis præterea ortivæ & occiduæ, ſeu arcus horizontis, in quo ſol diverſis anni temporibus oritur, & occumbit, multiplex eſt diſcrimen, quod ex iiſdem principiis proficiſcitur. Nam minima eſt ſub æquatore, neque ultra 23° 29′ utrinque in meridiem, & ſeptentrionem ab ortus & occaſus cardinibus excurrit. In latitudine 56° fere ad 45° ab iiſdem punctis in utramque partem diſcedit, ut proinde loca ortus & occaſus ad auſtrum remotiſſima diſtent a ſeptentrionalibus fere circuli quadrante. Sub circulis polaribus amplitudo hæc medium horizontem a ſeptentrione uſque ad meridiem occupat.

Circulum qui horizonti ſimul, & meridiano ad angulos rectos inſiſtit, verticalem primum appellant, & quia, ad maximos ſphæræ circulos pertinet, horizontem bifariam dividit, omniaque loca, per quæ tranſit, nobis ad verum ortum, & occaſum ſita ſunt: qua e re multa repetenda ſunt in Geographia, quæ paradoxi ſpeciem præbent.

Ex iiſdem porro fontibus univerſæ Gnonicæ ratio derivatur. Horologiorum ſolarium ſimpliciſſimum eſt æquinoctiale, in quo umbra in planum parallelum ad circulos diurnos ſolis projicitur a ſtylo, ſeu indice ad idem planum perpendiculari, & quia ſol temporibus æqualibus æquales arcus in ſuo parallelo percurrit, etiam umbra in iſto horologiorum genere motum uniformem habet, ut proinde intervalla horarum paria eſſe debeant, quod obtinetur, toto circuli ambitu in 24 partes æquales diviſo. Reliquorum conſtructio e modo dictis haud difficulter intelligitur; verum præſentis operis inſtitutum hæc tantummodo ut in tranſitu perſtringamus, admittit, dum interim luculentum habemus exemplum, qua venuſtate, quo polleat illico veritas, ſi animum advertamus, quam ſtupenda phænomenorum varietas e principiis tam paucis profluens (uti ſunt figura telluris, ejuſque motus diurnus cum axis inclinatione) ſeſe nobis offerat, dum omnem terræ ambitum inde a zona torrida ad glaciales uſque, vel inde ab æquatore ad polos mente perluſtramus, ibique caloris & frigoris, dierum, noctiumque diſcrimina, ſiderum apparentes motus attendimus. Tam multiplex rerum ſpecies e duobus modo principiis adeo ſimplicibus deducta, non ſolum menti utiliſſimarum meditationum campum aperit ampliſſimum, ſed etiam amæniſſima quadam imagine recreat, velut ipſis oculis hæc omnia ſubjecta haberemus, ut inde naturæ ſuis in effectis fœcunditatem agnoſcamus. Et vero ea, quæ in globo noſtro ab æquatore ad polos uſque tam inter ſe diverſa deprehendimus, velut in tabula quapiam immenſa illam varietatem nobis depin-

pingunt, quam in ſyſtemate toto ſolari ubivis obtinere arbitrari licet, a Mercurio inde, planetarum ſoli proximo, atque calidiſſimo, ad extremum uſque Saturnum, qui de luce, caloreque participat minimum.

13. Quamquam ea, quæ ad doctrinam pertinent de ſphæra, non tantum in ſyſtemate Copernicano, ſeu Pythagorico, ſed etiam in Ptolomaico exponi poſſint, ſi in hoc fingamus, motu *Primi Mobilis* totum univerſum affici (ſola terra, & quæ eam attingunt, demptis) & ſingulis diebus circa axem telluris gyrari; nihilominus hæc hypotheſis poſterior adeo cuilibet, qui judicio eſt integro, neque rationem ſenſuum arbitrio ſubmiſit, aut quæ natura offert, in religionem vertit, a vero aliena videtur, ut a pleriſque rejiciatur. Cometarum motus per ſpatia illa cœleſtia liberrime excurrentium oſtendunt ſane, haud alibi, quam in cerebro, orbes illos ſolidos effingi poſſe, neque ullum haberi aut motorem communem, quo univerſi moles ſecundum eos abripiatur, aut axem, circa quem vaſtiſſima hæc machina agatur. Dein vero portentoſa illa velocitas, quam ſtellis fixit ab iis attribui neceſſe eſt, qui huic doctrinæ ſe addixerunt, cui non ſit offenſioni, qui, ad quam immania ſpatia univerſi compages porrigatur, ex æquo arbitrari poſſit? Telluri porro tantum honoris immeriti deferre, ab æquitate Philoſophi abhorret plurimum, idque maxime, dum nobis perſpectum eſt, corpora cœleſtia pleraque, ipſumque adeo ſolem, circa axes ſuos revolvi. Intempeſtivum hoc excellentiæ ſtudium efficeret profecto, ut ſiquidem in

alium

alium quempiam e cœleſtibus globis transferremur, illum ad eundem mox dignitatis gradum eveheremus, in quo nunc tellurem noſtram poſitam arbitramur, atque in eo univerſi centrum collocaremus. Præter hæc, & complura alia, quæ in rem præſentem afferri poſſent, pendulorum ſub æquatore motus tardior, graduumque meridiani, ſi inde verſus polum progrediamur, continuum augmentum, manifeſto ſunt indicio, dari quempiam niſum in corporibus abeundi a centro, ſeu vim centrifugam, quæ cum maxima ſit ſub æquatore, minuitur paullatim, dum ſub polis expiret penitus, quod motum telluris circa axem ſuum extra omnem dubitationem ponit. Quare dum de corporibus cœleſtibus agemus, motum diurnum, & apparentem intactum relinquemus, velut qui in tellure tantummodo locum habet: ut proinde analyſis noſtra, quæ ad cauſarum motus in cœleſtibus globis efficientium cognitionem nos perducet, rebus ipſis, non vero fallaci illi ſpeciei, quam objiciunt oculis, innitatur.

14. Eorum, quæ de ſphæricis attulimus, rationes in veris motibus contineri, facile oſtenditur. Globi terreſtris dimidium ſemper a ſole colluſtratur, dimidium luce caret, quam circulus maximus ab umbra diſterminat. In loco quovis tum dies eſt, cum in parte illuminata verſatur; nox vero, dum in altera a ſole averſa revolvitur. Motus diurnus circa axem ab ortu

in

in occaſum fit, videturque ſol tunc ſupra loci alicujus horizontem attolli, quando locus is ad lucis, & umbræ communem terminum ex parte occidentis advenit; occumbere vero, cum locus eundem circulum ad orientem attingit. Puncto, in quo ſuperficiei telluris occurrit recta centra ſolis & terræ jungens, ſol verticalis eſt, congruitque id cum medio, ſive polo diſci illuminati. Orbita annua, quam motu vero tellus, & apparente ſol percurrit, eſt ecliptica; & quia axis terræ hujus plano oblique inſiſtit, æquatorem ſecat (ſub angulo nempe 23° 29′ fere), vocanturque puncta interſectionum *æquinoctialia*, in quibus, dum ſol e terra conſpicitur, recta centra utriuſque globi connectens cum axe telluris angulum rectum conſtituit. Puncta *ſolſtitialia* dicuntur, quæ ab illis prioribus 90° diſtant, ad quæ ſol pervenit, quando maximam verſus polos declinationem acquirit. Cum æquator, utpote circulus maximus, ab eo, qui umbræ ac lucis eſt terminus, ſecetur bifariam, conſequitur, dies, noctesque ſub æquatore æquales eſſe. Porro clarum eſt, ſole nobis in cœli regione boreali apparente, polum ſeptentrionalem telluris ſemper in hemiſphærio illuminato verſari, ut proinde dies illic ſit a verno ad autumnale uſque æquinoctium continuus, quo nempe nox ſuccedit uſque ad veris reditum producenda. Oppoſitum continget polo telluris auſtrali. Locus ex eadem parte æquatoris ſitus, in qua ille eſt, cujus vertici ſol imminet, majorem ſui circuli ad æquatorem paralleli portionem in hemiſphærio illumi-

nato revolutione diurna conficere debet, quam ſit altera in hemiſphærio obſcuro percurrenda; unde dies noctem excedat, oportet; at vero, quando ex parte æquatoris altera eſt locus, contrarium prorſus eveniet, & nox die erit longior. Hunc in modum cetera phænomena, quæ ad ſphærica revocantur, ex motibus veris derivantur, qui in hoc mundi ſyſtemate fiunt.

15. Atque hæc ſunt, quibus breviter exponere viſum eſt, quæ de gravitate corporum terreſtrium ante Newtonum Philoſophis comperta erant. Et quemadmodum figuram telluris huic uni cauſæ adſcribere debemus, ita obſervante rectiſſime Copernico (*a*), proclive ſane eſt, ſi rationem ſequamur, ut exiſtimemus, ſimili quapiam vi in ſole., ceteriſque planetis effici, ut figura eorum in motibus tam variis conſervetur. Complures a diverſis pertentatæ ſunt viæ, variaque excogitata ſyſtemata, quibus principii hujus rationes, cauſaſque explicatas darent, verum eventu ſemper ſiniſtro. Carteſius per vim centrifugam materiæ ſuæ ſubtilis, circa axem terræ perpetuo gyrantis, nodum hunc diſſolvere conatus eſt; verum jam alias hanc explicationem rejecimus (*b*). Alii magnetiſmi quandam ſpeciem in ſubſidium vocarunt: at magneticarum, gravitatisque virium diſcrimen etiam in iis, quæ ad rei ſummam faciunt plurimum, ſeſe ingens prodit. Alii rurſus ad atmoſphæræ preſſionem confugerunt, licet tantum ab-

(*a*) Lib. I Cap. 4 §. 4.
(*b*) Lib. I Cap. 3 §. 2.

abſit, ut aer gravitatem in reliquis corporibus efficere poſſit, ut etiam eorum pondus ſemper imminuat. Verum quod ex his omnibus recte demum conficitur, illud eſt, hanc vim pertinere ad corpora omnia (quæ quidem percipi poſſint) in telluris ſuperficie, aut prope poſita, in qua vi hæc duo ſint palmaria; primum, quod materiæ in corporibus contentæ modum omnino ſequatur; alterum, quod nunquam interrupta, & æquali actione tum quieſcentia, tum in motu conſtituta corpora afficiat: quorum poſtremum inde conſtitit, quod in corporibus cadentibus æquali tempore æqualia fiant velocitatis incrementa. Hoc duplice charactere a cauſis mere mechanicis diſcernitur, quarum efficacitas a corporum ſuperficie, aut volumine menſuram accipit, & quæ ſemper minus celeritatis conferre poſſunt iis, quæ jam motum conceperunt eadem directione, qua ipſæ agunt, quam eodem tempore in quieſcentibus efficerent. Sed dum hæc de gravitate, illud non agimus, ut de cauſa quidquam decernamus, ſed viam tantummodo ad ea ſternimus, quæ ex principii tam late per omnia corpora diffuſi natura conſequuntur.

CAPUT II.

Luna eſt corpus grave, non ſecus verſus telluris centrum nitens, ac corpora terreſtria.

I. CUm Newtonus perpenderet, quid quid corporum ſeu in telluris ſuperficie, ſeu prope eam eſſet, a gravitate æqualiter affici, neque ejus vim, quantum quidem ſenſus noſtri percipiunt, cum in altiſſimorum etiam montium cacumina conſcenditur, admodum minui, ſed in ipſum etiam aerem ad extimos uſque atmoſphæræ limites diffundi, e nullius denique terreſtris materiæ actione, quæ ſub ſenſum cadat, ejus efficaciam derivari poſſe, in animum inducere non potuit, ut eam repente adeo abrumpi crederet; ſed tot rationum momentis impulſus eo potius propendebat, ut exiſtimaret, gravitatis principium longe latius patere, & ad cœleſtia uſque corpora extendi, ut ad lunam quoque, globorum cœleſte ſyſtema conſtituentium nobis proximum, pertineret. Quæ poſtremis hiſce temporibus recens inventa ſunt, etiam illud nobis detexerunt, quam abſurda ſit eorum opinio, qui cœleſtia corpora e materia, cujus naturam nemo

mo unquam aſſequi poſſet, atque ab ea prorſus diverſa, qua tellus noſtra conſtat, compoſita eſſe volebant. At Philoſophi deinceps diſcrimen tam palmare ſuſtulere penitus, quod originem ſuam non niſi ſuperſtitioni, aut vulgi erroribus debebat, jamque inter eos convenit, tellurem planetarum numero inferendam eſſe, quippe qui globi ſint illi conſimiles. Atque ut hæc inter corpora iſta conſenſio pateret amplius, auctor noſter demonſtravit, ea conſtitui materia gravi & ponderante, ejuſdem naturæ cum illa, e qua globus terreſtris efformatur.

2. Effectus porro omnes, quos in terreſtribus corporibus gravitas præſtat, ad tres claſſes revocare licet. *Imprimis* enim corpus in quiete conſtitutum, cum terræ incumbit, aut chorda ſuſpenditur, aut quavis demum ratione retinetur, niſum interim perpetuo ad motum vi gravitatis ſuæ exerit, quam tum quidem preſſio adverſus obſtaculum, quod motum intercipit, metitur. *Secundo* dum corpus ſuo urgente pondere in recta verticali deſcendit, ejus motus continuis celeritatis incrementis augetur, vi ſcilicet gravitatis nunquam non in illud agente; aut vero, ſi ſurſum in eadem recta projiciatur, motus retardatur continua gravitatis actione in oppoſitum nitentis: & hæc quidem dum fiunt, gravitas menſuram accipit ab acceleratione vel retardatione motus, qui efficeretur quovis dato tempore, illa interim conſtante, & uniformiter agente. At ſi corpus per planum inclinatum decurrat, vel aſcendat, aut intra materiam quampiam reſiſtentem moveatur, ut vera gravitatis menſura inveniatur, ad leges Mechanicæ ſuperiore libro expoſitas recurrendum eſt. *Tertio* ſi corpus alia

quavis directione, quam in linea verticali projiciatur, motus directio ſingulis temporis momentis mutatur, & nunquam interrupta gravitatis actione defertur in linea curva, vim gravitatis metiente ipſa curvatura viæ a corpore deſcriptæ. Quod ſi enim cetera paria ſint, vis illa ſemper major eſt, quæ efficit, ut corpus magis deflectat a tangente curvæ, ſeu a directione, qua ferri cæpit, cum projiceretur. Hi omnes tam diverſi gravitatis effectus nunquam non prope telluris ſuperficiem obſervantur. Eadem quippe vis, quæ corpora gravia reddit, atque prementia, dum quieſcunt, motus velocitatem auget, dum deſcendunt in recta perpendiculari, efficitque, ut, cum projiciuntur alia directione, quam illa, ſecundum quam agit gravitas, curvam percurrant; at de viribus, quibus corpora cœleſtia afficiuntur, aliunde judicium ferre non poſſumus, quam ab effectibus, quos tertio poſuimus loco. Prope telluris ſuperficiem corpora projecta rurſus in eam relabuntur omnia: at ſimile quid ſi lunæ globus præſtare deberet, antea ſane rerum ordo perturbandus eſſet penitus. Quæ in aerem ejiciuntur, haud amplius in recta perpendiculari ad terram deſcendere videmus, ſed ita relabi, ut a tangente curvæ perpetuo diſcedant, ſive ab ea directione, quam quovis momento temporis ſecuta fuiſſent, ſi tunc gravitas in ea non egiſſet: atque hoc gravitatis indicium in luna habemus: quamvis enim in tellurem minime decidat linea recta, obſervamus tamen eam quovis momento verſus terram deſcendere, cum ab ea recta deflectit, juxta quam in principio cujusvis tem-

tempuſculi ejus motus dirigebatur, id, quod non minore certitudine actionem gravitatis, alteriuſve vis huic ſimilis in lunam evincit, quam lapſus perpendicularis, ſiquidem libere verſus terram cadere poſſet.

3. Si qua nobis ſuppeteret machina, qua corporibus vis ſufficiens imprimeretur, ejus ope non modo hæc ad ingentia intervalla, antequam in terram reciderent, ejaculari liceret, verum etiam tanta celeritate projicere, ut quadrantem circuli maximi hujus globi percurrerent, imo ſi aer nihil obſiſteret, ut circum totam tellurem, quin eam contingerent alicubi, ferrentur, atque cum ad locum, e quo moveri cœperunt, rediiſſent, denuo eadem vi, qua primum a machina impulſa fuiſſent, in circulum moverentur, itaque tertio, ac deinceps ſemper lunæ cujusdam, aut ſatellitis inſtar circa terram revolverentur. Jam vero id ſi prope telluris ſuperficiem effici poſſet, ſane etiam in majore atmoſphæræ altitudine idem præſtaretur, quin in ea quoque, quam ipſa habet luna, modo machinam eo uſque evehere, atque illic corpus quodpiam ejus ope, aut quavis demum vi in effectum hunc ſufficiente impellere, in noſtra poteſtate conſtitutum eſſet. Quod ſi porro vis major adhiberetur, majoris quoque molis corpus hunc in modum projicere liceret; & ſiquidem e proportione virium fieret acceſſio, pondus lunari corpore haud inferius primum quidem recta impelli poſſet, quod cum a via cæpta gravitate ſua perpetuo detorqueretur, motum con-

continuum circa tellurem acquireret. Atque hunc in modum perſpexerat Newtonus, motum lunæ in ſua orbita, & corporum prope terræ ſuperficiem projectorum curvilineas vias eſſe ejuſdem ſortis phænomena, quorum idem eſſet principium, a terra ad lunam uſque actionem ſuam porrigens, neque aliud inter corpora noſtratia, lunamque intercedere diſcrimen, niſi quod hæc & mole præſtet, & projectionis vim jam a mundi origine ab omnipotente Univerſi Conditore receperit.

4. At enim ut aſſertionis evidentia plane conſtaret, demonſtrandum erat, vires, quibus tum luna, cum prope tellurem projecta corpora in curvis lineis moventur, idem reſpicere centrum, & non minus actionis quantitate, quam directione congruere. Quidquid de vi quapiam nobis conſtat, vel ad ejus directionem, vel ad quantitatem attinet, ut ſi quando in duabus quibusvis horum conſtans quædam conſenſio deprehendatur, id fundamentum præbeat tutum, phænomena hæc vel eodem cenſendi nomine, vel ejuſmodi, quæ a cauſis efficiantur ſimilibus, aut certe quorum cauſæ ad eandem revocandæ ſint ſpeciem. Quod autem corpora gravia niſum verſus terræ centrum exerant, ſuperiore Capite oſtenſum jam eſt; at quod etiam vis, quæ directionem motus curvilinei lunæ perpetuo mutat, ad idem centrum tendat, ex Aſtronomorum obſervationibus colligitur. Hi namque repererunt, lunam non deſcribere accurate circulum, ſed in elliptica, vel ovali orbita deferri, in qua jam propius ad tellurem accedat, jam majore intervallo ab ea removeatur ſingulis revolu-

tionibus

tionibus, atque id ita, ut cum centro hujus globi vicinior ſit, motu velociore feratur; tardiore in receſſu; quod indicio eſt, eam ejuſmodi agi viribus, quæ vel accurrate in centrum telluris dirigantur, vel certe non longe ab eo aberrent.

5. Verum majoris claritatis cauſa fingamus, corpus quodpiam linea recta projici, quod nulla nova vi agente in ea recta ita progrederetur, ut ſecundum primam motus legem ſpatia æqualia æqualibus temporibus conficeret: & ſi porro cogitetur, e puncto aliquo fixo extra lineam illam ſito ad corpus hoc ſemper duci rectam, dum interim æqualia intervalla intra idem tempus percurrit, is radius verret areas triangulares temporibus æqualibus æquales (*a*), quippe quarum baſes æquales in corporis dire-

(*a*) Totum id innititur illi propoſitioni perquam notæ, quod *triangula ſuper eadem, vel æqualibus baſibus eandem altitudinem habentia, æqualia ſint*, e qua imprimis facile deducitur, quod ſi, corpore in recta A F (*fig.* 52) uniformiter progrediente, atque partes æquales A B, B C æqualibus temporibus percurrente, ſemper ducatur radius ab hoc corpore ad punctum datum S, triangula A S B, B S C æquari debeant, quod baſes A B, C B ſint æquales, idemque communis vertex in S. Deinde ſi cogitetur vis quæpiam in corpus agere, dum in B eſt, verſus S tendens, atque corpus in E translatura (ſi ſola ageret) tempore eodem, quo motu uniformi ſpatium B C deſcribit, fiet, ut corpus percurrat diagonalem B D parallelogrammi B E D C æquali tempore, radiuſque e corpore ad punctum S ductus verrat triangulum B S D, æquale cum B S C, quippe quæ eandem habeant baſin B S, & ſint intra parallelas B S, C D, ut Fig. 52.

directione ſint, & vertex communis in puncto illo immoto. Sed concipiatur vis quædam ad idem punctum fixum tendens in corpus agere; feretur tum quidem deſerta prima ſua motus linea in nova directione; at area, ſeu ſpatium, quod linea e corpore ad idem punctum fixum ducta verrit, æquale prorſus erit illi, quod eodem tempore percurriſſet idem radius, ſi vis hæc nova nihil egiſſet. Nam ſpatia hæc ſunt triangula, quorum baſis communis eſt prior corporis a puncto fixo diſtantia, & quæ intra eaſdem parallelas continentur. Itaque vis verſus punctum fixum agens, nihil mutationis adfert areæ, ſeu ſpatio, quod radius e corpore ad illud punctum ductus verrit; & quamvis motum corporis ſeu acceleret, ſeu retardet, areæ tamen huic nihil inde vel demitur, vel accreſcit; ut proinde radius ille vector circa punctum datum æquales ſemper areas æqualibus temporibus verrere pergat, quemadmodum id feciſſet, ſi nulla nova vis corpori acceſſiſſet, libere atque uniformiter in prima projectionis linea progredienti.

6. Uti vero unicus verſus punctum datum impulſus magnitudinem areæ, vel ſpatii a radio vectore confecti nihil mutat, ita nec quovis ſucceſſivorum

rum

---

ut proinde area a radio percurſa illi æqualis ſit, quam confeciſſet, nulla vi in corpus B agente. E quo clarum fit, areas, quas radius verrit, nec augeri, nec minui actione virium corpus verſus S impellentium, ideoque radium e corpore ad punctum S ductum etiam deinceps ſemper æquales areas verrere temporibus æqualibus, ſi nulla præterea ſuperveniat vis, quam quæ corpus verſus S dirigit.

rum impulſuum verſus idem punctum numero efficitur, ut ſeu longiore, ſeu breviore tempore ad eam percurrendam opus ſit: & ſiquidem continua ponatur eſſe actio, corpus in curva deferet ejus motus celeritate aucta, vel imminuta, quin tamen mutationis quidpiam adferat areæ tempore dato a radio percurſæ, qui e corpore ad datum punctum ducitur: hæc proinde nulli variationi manebit obnoxia, ſemper illi æqualis, quam eodem tempore everreret radius, ſi corpus uniformiter motum in linea recta jam ab initio continuaſſet.

7. Converſa hujus theorematis propoſitio nos docet, æquale arearum incrementum, quas radius corpus cum puncto dato connectens percurrit, argumento eſſe, quod vis in corpus agens, atque ejus motum in curvam inflectens, in idem punctum dirigatur. Facile enim intelligitur, vi illa in alterutram ab hoc puncto partem nitente (*a*) aream a radio e puncto fixo ad corpus ducto deſcriptam, aut majorem futuram, aut minorem: unde ſi circa punctum illud areæ æqualibus temporibus æquales ſemper verrantur, certi eſſe poſſumus de vis illius in idem punctum directione. Si corpus motu æquabili in circulum ageretur, ut arcus æquales æquali temporis ſpatio abſolveret, areæ eodem tempore a radio circuli

(*a*) Si nova quæpiam vis ageret in corpus B, dum ad B pervenit, atque dirigeretur in alterutram puncti S partem, corpus B eodem, quo prius tempore haud eſſet in recta C D, ſed vel ultra, vel citra eam, ut proinde area a radio vectore ex S ad corpus ducto deſcripta vel major, vel minor fieret, quam B S C.

corpus cum centro connectente confectæ æquales forent, neque dubium eſſe poteſt, vim, quæ motum curvilineum in corpore efficit, verſus hoc centrum dirigi; ad quodvis enim aliud punctum ſi tenderet, fieret ſane, ut celeritas corporis eadem ratione creſceret, vel decreſceret, qua vel ad punctum illud accedit, vel ab eo recedit. Pluribus hæc propoſitio exponenda nobis fuit, quando tantum Philoſophiæ noſtræ intereſt, ut rite animo comprehendatur. Hinc porro diſcere licet, vim, qua luna in orbita ſua retinetur, in centrum telluris niti, quod areæ, quas radius e centro hujus globi ad lunam ductus æqualibus temporibus verrit, inter ſe æquales ſint, motuſque hujus planetæ velocior, aut tardior, ut terræ vel vicinior fit, vel longius ab ea diſtat. In ſequentibus patebit, exiguam quandam arearum iſtarum inæqualitatem apprime ab Auctore noſtro facere, novumque ejus Philoſophiæ pondus addere.

8. Eſt igitur vis quædam, quæ in lunam agit, gravitati ſimilis, & in telluris centrum directa. Uti autem hæc efficit, ut luna ſingulis momentis temporis a directione ſua verſus terram deflectat, ita projectionis motu ſublato eam penitus in terram daret præcipitem; & quoniam præterea actione continua, & nunquam interrupta ejus motum afficit, directionem in lineam curvam perpetuo inflectens, celeritatem inter cadendum continuis augeret incrementis, non ſecus, ac corporum gravium, cum deorſum labuntur. Illud tantummodo reliquum eſt, ut oſtendatur, hanc vim in lunarem globum tam efficacem non minus in actionis quantitate, ac in ceteris omnibus, cum gravitate accu-

accurate convenire. Priuſquam tamen duas haſce vires inter ſe componamus, obſervandum nobis eſt, eam, quæ in lunam agit, haud in omnibus a tellure diſtantiis, æqualem eſſe, ſed eo majorem, quo telluri fuerit propior. Veritatem hujus quiſque facile comperiet, ſi cogitet, ut mutatio inducatur motui in linea curva, majore vi opus eſſe, ſi major ſit corporis velocitas, quam ſi cum minore celeritate eandem curvam deſcribat. Quod quamvis per ſe admodum clarum ſit, hunc tamen in modum magis adhuc illuſtrari poteſt: eſto recta quædam (*fig.* 53) Fig. 53. arcus exigui extremum tangens, quem corpus mox percurrit; & quia hac recta progreſſum fuiſſet, nulla nova vi in illud agente, depreſſio alterius arcus extremi infra hanc lineam efficaciam actionis metiatur, neceſſe eſt. Porro evidens eſt, quando eadem eſt arcuum curvatura, longioris arcus extremum alterum magis a tangente in altero extremo diſcedere quam brevioris, ideoque corpus longiorem arcum eodem tempore percurrens majore vi a tangente retrahi, ac quod arcum breviorem deſcribit. Jam vero quo luna telluri vicinior ſit, eo magis ejus motus creſcit, & in minore diſtantia ſemper velocitate majore fertur, quæ minima eſt, dum ad diſtantiam maximam pervenit; arcus itidem, quos in maxima ac minima diſtantia deſcribit, eandem habent curvaturam, quare ut vis in lunam agens in minore diſtantia, quando majorem habet celeritatem, major ſit, oportet.

9. Neque jam difficile fuerit legem cognoſcere, ſecundum quam vis iſthæc in maxima, minimaque a tellure diſtantia mutetur. Et ut inveſtigatio expeditior

tior ſit, rem in exemplo planiſſimo conſideremus, fingamusque, diſtantiam minimam eſſe maximæ dimidiam. Id ſi eſſet, luna cum diſtantiam minimam nacta foret, dupla celeritate moveretur, ut area a radio vectore lunam cum terra conjungente percurſa æqualis eſſet areæ, quam æquali tempore ſimilis radius verreret luna ad maximam diſtantiam delata, atque adeo ut in minima diſtantia tempore unius minuti conficeretur arcus illi æqualis, qui intra duo minuta deſcriberetur in diſtantia maxima, tantumque luna in extremo arcus percurſi in perigæo poſt unum minutum a tangente diſtaret, quantum ab eadem deflecteret poſt duo, cum in orbita ſua ad apogæum perveniret: hinc projectionis vi ceſſante in diſtantia minima, tempore unius minuti tantum ſpatii verſus terram labendo conficeret, quantum intra duo minuta emetiretur, ſi in diſtantia maxima idem projectionis motus tolleretur. Sunt autem per ea, quæ Lib. II Cap. I §. 11 demonſtrata ſunt, ſpatia a corporibus gravibus cadendo confecta, ut temporum quadrata, illudque alterius eſt quadruplum, quod tempore duplo deſcribitur, ac proinde luna in maxima diſtantia libere ſibi relicta tempore duorum minutorum per quadruplum illius ſpatii deſcenderet, quod intra unum minutum percurreret: unde conficitur, lunam e diſtantia minima verſus terram recta labentem quadruplo majus ſpatium decurſuram, quam eodem temporis intervallo e diſtantia maxima cadens deſcriberet. Atqui ſi tempora æqualia, & exigua ſumantur, corporum gravium labentium vires ſunt in ſpatiorum ratione, quæ hiſce agentibus conficiunt: igitur vis in lunam agens, cum minimam nacta eſt diſtantiam,

illius

illius eſt quadrupla, qua urgetur in diſtantia maxima, ſi hæc ponatur minimæ dupla, id eſt, virium ratio erit 4 ad 1, ſi diſtantiæ fuerint ut 1 ad 2. Ex his palam fit, vim, quæ lunam ad motum in orbita curvilinea peragendum cogit, augeri, cum minore a terra intervallo abeſt, ut in quadruplam excreſcat, hoc ad dimidium reducto; & eadem prorſus ratione oſtenderetur, ſi maxima diſtantia eſſet minimæ tripla, ut arearum æqualitas, quas radii centrum telluris cum hoc planeta jungentes everrerent, conſervaretur, vim in eum agentem in diſtantia minima, idem effecturam intra minutum unum quod intra tria præſtaret in maxima; ita quidem, ut ſi ex utravis libere poſſet deſcendere verſus nos, novies majus intervallum in minima percurreret, quam eodem tempore in maxima, ut propterea vis, cui deſcenſus deberetur, in ſubtripla diſtantia foret nondupla; ſive ratione diſtantiarum ſumpta 1 ad 3, vires gravitatis in utravis agentes eſſent ut 9 ad 1, quæ eſt ratio inverſa duplicata diſtantiarum. Univerſe denique ratione diſtantiarum quavis majore, vel minore aſſumpta, conſimili ratiocinandi methodo eruetur, velocitates planetæ in orbita ſua revoluti ſemper eandem ſecuturas, vires autem ipſas eum in curva retinentes fore in reciproca duplicata.

10. Exhibeat generatim T (*fig.* 53) centrum telluris, ALP orbitam lunæ ellipticam, A apogæum, P perigæum; AH, PK ſint tangentes in iiſdem punctis; AM, PN arcus exigui a luna in his diſtantiis verſante æquali tempore percurſi; MH, NK ſubtendant angulos contactus, occurrentes tangentibus in H & K: erunt MH, & NK Fig. 53.

æqua-

æquales ſpatiis, quæ luna libere e punctis A & P cadendo eodem tempore conficeret, atque in ratione virium in lunam illic agentium, ejuſque motum a directione rectilinea in curvam inflectentium. Sumatur Am æqualis arcui PN, & agatur bm ad AP parallela, quæ tangentem in A ſecet in puncto b. His ita conſtitutis, cum eadem ſit ellipſeos in A & P curvatura, erit mb æqualis cum KN, & ſi quidem luna libere cadere poſſet e locis P & A verſus tellurem, effectus gravitatis in P tanto major eſſet, quam in A, quanto mb major eſt, ac MH: eſt vero mb ſpatium, quod luna vi gravitatis in A libere deſcriberet eo tempore, quo motu projectionis conficeret Ab; & MH eſt ſpatium, per quod vi gravitatis in A libere caderet, quo tempore projectione ferretur per AH: quare cum hæc ſpatia ſint ut temporum quadrata, ſequitur, eſſe mb ad MH, ut quadratum rectæ Ab ad quadratum rectæ AH, ſeu quod areæ TAH, TPK ſint æquales, ut quadratum TP ad quadratum TA; eſt itaque gravitas in P ad gravitatem in A, ut quadratum TA, quadratum TP, hoc eſt, gravitas lunæ in terram ad creſcit in ea ratione, qua quadratum diſtantiæ a telluris centro decreſcit. Newtonus tum ex directione vis in lunam agentis, tum ex ellipſeos natura, hujus legis demonſtrationem ad diſtantias quaſlibet Planetæ extendit; & e curvæ hujus affectionibus eruitur, quod ſi ſumantur arcus exigui, quos æqualibus temporibus luna conficit, cujusvis arcus extremum alterum tanto magis infra tangentem in altero extremo verſus terram inflectatur, quanto minus eſt quadratum diſtantiæ a foco. Unde conſequitur, vim,

quæ

quæ e ſpatio inter arcus extremum & tangentem metienda eſt, in eadem eſſe ratione.

11. Ex Aſtronomorum obſervationibus diſcimus, lunæ orbitam haud multum a circulo abeſſe, cujus radius telluris ſemidiametrum ſexagies contineat, indeque etiam peripheria ſexagies major ſit circulo terræ maximo, cujus magnitudinem Mathematici Galli 123249600 pedum Pariſinorum repererunt, e qua citra negotium circumferentia lunaris orbitæ innoteſcit, quæ cum tempore 27 dierum, 7 horarum & 43 minutorum percurratur, quem arcum luna intra unum minutum conficiat, plano admodum calculo invenitur. At enim illud indagandum eſt, quantum hic arcus infra ſuam in altero extremo tangentem deprimatur: & quoniam Geometria nos docet, id ſpatii eſſe terminum tertium continue proportionalem ad orbitæ diametrum, & arcum minuto uni reſpondentem, facili ſupputatione, eſſe $15\frac{1}{12}$ pedum menſuræ Pariſinæ patebit. Tantum igitur luna ſpatii gravitate in terram percurrit, quæ proinde vis in diſtantia ſexaginta ſemidiametrorum terreſtrium efficit, ut tempore unius minuti luna $15\frac{1}{12}$ pedibus Pariſinis deſcendat. Verum, ut quantum in globi noſtri ſuperficie ageret, intelligamus, fingamus eam eſſe lunæ orbitam, ut in minima ſua diſtantia prope ipſam telluris ſuperficiem tranſiret. Enim vero id ſi fieret, ſexageſies magis ad centrum accederet, & ſexageſies majore velocitate ferretur, ut areæ, quas radius e Planeta ad centrum terræ ductus verreret, æquales permanerent. Unde luna, cum in minima diſtantia ad telluris ſuperficiem veniret, in-

intra unum ſecundum temporis (ſeu partem minuti ſexageſimam) arcum percurreret illi æqualem, quem in diſtantia media, qua nunc a nobis abeſt, non niſi intra minutum deſcribit, tantumque ſecundo unico a tangente arcus in altero extremo deflecteret, quantum nunc in vera ſua orbita intra minutum; id eſt, minuto ſecundo 15 $\frac{1}{12}$ pedibus Pariſinis prope tellurem deſcenderet. Atqui tantundem accurate ſpatii terreſtria noſtra corpora gravitate ſua hic apud nos emetiuntur, uti ſuperius e certis obſervationibus retulimus: quare luna eadem prorſus velocitate, eodemque modo in globi noſtri ſuperficie deſcenderet, ac corpora quævis in terram gravia, quantum quidem nos aſſequi poſſumus. Et cum tam directione, quam actionis quantitate vis, qua lunæ motus regitur, cum gravitate corporum noſtrorum congruat, nec minus continua, & nunquam interrupta agendi ratione cum gravitate conſentiat, neceſſe eſt, ut vis hæc utraque ad eandem revocetur ſpeciem, & ex cauſa eadem originem ducat.

12. Ea, quæ modo expoſuimus, etiam hunc in modum ſupputari poſſunt. Quoniam lunæ diſtantia media a centro telluris ſexageſies excedit diſtantiam corporum gravium in ſuperficie globi noſtri conſtitutorum, & ejus gravitas creſcit in ratione quadrati diſtantiæ decreſcentis a terræ centro, hæc 60 × 60 vicibus, ſeu 3600^{ies} major foret prope ſuperficiem telluris, quam nunc ſit in diſtantia media, & propterea efficeret, ut luna in telluris ſuperficie 60 × 60 × 15 $\frac{1}{12}$ pedes Pariſinos tempore unius minuti percurreret. Sed enim eadem vi agente 60 ×

60

60^{ies} minus ſpatii conficeretur uno minuto ſecundo, quam intra minutum primum, uti ea nos docent, quæ frequenter in corporum gravium deſcenſu obſervata ſunt; igitur luna ſua gravitate prope telluris ſuperficiem labendo intra minutum ſecundum 15 $\frac{1}{12}$ pedes Pariſinos percurreret, vi ſcilicet accurate eadem cum corporum terreſtrium gravitate.

13. Hac igitur ratione Newtonus demonſtravit, gravitatis principium ad lunam ſeſe extendere, atque hunc planetam æque gravem eſſe, ac id conſtante experientia de corporibus ad tellurem pertinentibus docemur; lunam denique eadem agente cauſa in orbita ſua retineri; quæ facit, ut lapis, globus, aut quod demum cunque corpus in aerem projectum curvam deſcribat. Quod ſi luna, aut pars ejus quæpiam, inde in tellurem noſtram transferri poſſet, atque ut corpus aliquod terreſtre eadem directione, eademque velocitate projici, curvam eandem prorſus deſcriberet; ac viciſſim, ſi quod e tellure corpus ad lunæ diſtantiam evectum, inde directione, & celeritate, qua luna, projiceretur, in lunæ orbita pari cum velocitate moveretur. Itaque luna nil aliud, quam corpus quoddam projectile eſt, & corpus quodvis projectile imago lunæ cujuſdam, aut ſatellitis. Phænomenorum vero iſtorum tanta eſt conſenſio in omnibus, ut manifeſtum ſit, ea ex cauſa eadem proficiſci.

CAPUT III.

De ſyſtemate Solari, nec non Planetarum, ſtellarumque fixarum parallaxibus.

I. POſtquam gravitatis actionem a telluris ſuperficie ad lunam uſque, & ulteriora quæque ſpatia ita extendi oſtendiſſet, ut ſecundum eam conſtantem legem decreſceret, qua diſtantiarum quadrata augentur, nequaquam hic gradum fixit auctor noſter; verum ut pleraque majoris momenti inventa in hoc univerſi theatro nobis naturam veluti in novam educunt ſcenam, qua ſeſe nobis ſpectandam præbet; ita rei tam fœcundæ, de qua jam egimus, detectio in manibus tanti Philoſophi, quantus erat Newtonus, ſterileſcere minime poterat. Lunæ gravitas ei viam ad univerſalem materiæ omnis gravitationem cognoſcendam aperuit, illiuſque Planetæ motuum tam feliciter inde expedita ratio, eum nequaquam in deducendis ex eodem principio reliquis, qui in ſyſtemate univerſo ſolari peraguntur, motibus curvilineis adhæreſcere ſivit. Tellus neutiquam ut centrum ſpectari poteſt, circa quod corpus aliquod cœleſte revolvatur, lunam ſi demas; & id quidem ſyſtema, quod globi hi duo conſtituunt, in vaſtiſſimis illis

illis ſolaris ſyſtematis ſpatiis, ſecundarii cujuſdam tantummodo, & ut ita dicam, *ſubalterni* rationem habet. Inferiores Planetæ, *Mercurius* & *Venus*, terram ſuis orbitis haud complectuntur, ſed ita manifeſte circa ſolem revolutiones ſuas peragunt, ut quandoque longius a nobis, quam ſol, abſint, alias inter nos & globum illum tranſeant; at vero ſoli nunquam opponuntur, ſive ab eo nunquam ultra certæ magnitudinis arcum diſcedunt, quem elongationem eorum maximam appellant. Planetæ ſuperiores, *Mars*, *Jupiter*, & *Saturnus* equidem ejuſmodi percurrunt orbitas, quæ tellurem ambitu ſuo contineant; verum motus eorum ita comparatos videmus, ut ſi ad tellurem referantur, extra omnes pene leges vagentur, ut proinde terram haudquaquam eorum centrum conſtituere poſſimus. Etenim cum quandoque ab occidente in orientem in orbitis ſuis progredi videantur, alias ſtationarii, ſeu motus expertes apparent, dum rurſus retrogradi fiant, ſeu viam ab ortu in occaſum remetiantur. Exerrationes ejuſmodi, quamvis diverſis in Planetis diverſæ, tales in unoquoque prorſus ſunt, quales, ut nobis exhibeantur, motus telluris in ſua orbita requirit.

2. Planetæ itaque omnes circa ſolem motus ſuos conſtante quadam lege peragunt, ab occaſu in ortum orbitas ellipticas in eodem prope plano ſitas, & quarum focum alterum ſol occupat, peragrantes, quanquam non nullæ proxime ad circulares accedant. Mercurius infimum tenet locum, atque maxima velocitate in omnium minima orbita intra duos menſes, & viginti octo dies revolvitur. Hunc Ve-

nus ordine in ſyſtemate excipit, quam Heſperi, Phoſphorive nomine inſignimus, uti ſolem ſeu ex orientis, ſeu ex occidentis parte comitatur, ideoque ejus occaſum aut ſequitur, aut prævertit: orbitam hic planeta tempore ſeptem menſium, & dierum quindecim percurrit. Sed ſupra hunc utrumque tellus cum ſuo ſatellite luna orbem annuum deſcribit. Mars terra ſuperior primus eſt, cujus orbita, quam intra anni, decem menſium, & viginti duorum dierum ſpatium emetitur, cum ſole globum noſtrum ambiat; tum multo adhuc altior, atque ad ingentem diſtantiam Jupiter cum quatuor ſuis ſatellitibus, ſpatio annorum undecim, decem menſium, & quindecim dierum ſemel revolvitur. Supremus denique omnium Saturnus quinque ſatellitibus, ac peculiari præterea annulo quodam cinctus uti in orbita vaſtiſſima, ita motu lentiore defertur, nec niſi viginti novem annorum, quinque menſium, viginti dierum tempore ejus ambitum abſolvit.

3. Si mediocrem terra a ſole diſtantiam in 100 partes æquales tribuamus, Mercurii, Veneris, Martis, Jovis, & Saturni diſtantiis mediis ex ordine obvenient id genus partes, 38, 72, 152, 520, & 954 propemodum. Aut ſi major in iis petatur accuratio, terræ diſtantia media in 100000 partes diviſa, ſingulis priore ſerie enumeratis competent partes 38710, 72333, 152369, 520096, 954006

Porro Mercurii & Veneris diſtantiæ ex elongatione eorum maxima a ſole reperiuntur. Cogitetur
Fig. 54. (*fig.* 54) ſol in S poſitus, tellus in T, & veneris

orbi-

orbita AVB accurate circularis, quam in V tangat TV; erit V locus Veneris, dum maximam habet a ſole elongationem, & cum triangulum SVT ſit ad V rectangulum, eſt ST, diſtantia terræ a ſole, ad SV, diſtantiam Veneris ab eodem, ut radius ad ſinum anguli STV elongationem maximam metientis. Hac itaque methodo Planetarum inferiorum diſtantiæ a ſole cum ea, quam tellus habet, conferri poſſunt. Verum ſuperiorum Planetarum diſtantiæ ex eorum retrogradatione, & ſatellitum eclipſibus, ſi quos habeant, eruuntur. Exempli cauſa ſi Jovis in I (*fig.* 55) conſtituti centrum jungatur cum centro ſolis S recta SI, hac in M producta, congruet IM cum axe umbræ a Jove projectæ, cujus ſitus ex obſervatis ſatellitum eclipſibus determinatur, tenditque ad locum Heliocentricum Jovis, id eſt, ad eum, in quo e ſole viſus appareret. Producatur TI, telluris & Jovis centra connectens, uſque in N, exhibebit N locum Jovis Geocentricum, ſive illum, in quo hærere videtur, ſi e tellure ſpectetur. Utriuſque hujus loci differentia menſuram anguli NIM, vel TIS præbet; angulus vero ITS, ſeu Jovis a ſole elongatio, uti quidem ſpectatori in tellure T poſito apparet, facile ex obſervatione reperitur: unde notis ſingulis angulis trianguli TIS, ratio laterum habetur, eadem nempe, ac quæ inter ſinus angulorum intercedit, ut proinde ratio de SI, ſeu Jovis diſtantia a ſole, ad ST, diſtantiam terræ ab eodem, non poſſit non eſſe comperta. Demum angulus TIS is eſt, ſub quo ſemidiameter orbitæ telluris videretur e loco I, ſeu eſt elongatio terræ a ſole, qualis ab obſervatore in Jove conſtituto inveniretur. Fig. 55.

4. Dif-

4 Diffuſe admodum capite primo hujus libri expoſuimus, qua ratione ex parallaxi, quam vocant, diurna, ſive angulo, ſub quo telluris ſemidiameter e corpore quovis cœleſti videretur; planetarum diſtantiæ reperiri poſſint; atque hujus methodi ope lunæ a nobis diſtantiam cum globi noſtri ſemidiametro conferre licet; Veneris quoque, & Martis diſtantia minima, cum ad eam pertingunt, e parallaxi æſtimatur. At ceterum accidit plerumque, ut telluris ſemidiameter cum immanibus illis corporum cœleſtium intervallis collata tam exigua ſit, ut angulum, ſub quo ex iis diſtantiis appareret, inſtrumentis noſtris haud ſatis accurate metiri liceat, id, quod Aſtronomis neceſſitatem attulit, aliorum quoque inventorum adminiculis utendi. Dum Ariſtarchus ad reperiendam ſolis diſtantiam tempus obſervari voluit, quo diſci lunaris dimidium ab eo globo illuminatur, ſpecimen quoddam methodi præbuiſſe videri potuit, in qua ſemidiameter orbitæ lunæ in locum ſemidiametri terræ ſubſtitueretur. Exhibeant S & T (*fig.* Fig. 56
56) ſolem & terram, L locum lunæ, cum TL rectæ SL ad angulos rectos inſiſtit; quo nempe tempore nobis lunæ diſcum circulus, qui communis eſt umbræ & lucis in ejus globi ſuperficie terminus, ſecat bifariam; evidens ſane eſt, fore tum TS, terræ a ſole diſtantiam, ad TL, diſtantiam lunæ a terra, ut eſt radius ad ſinum anguli LST, complementi ſcilicet alterius STL, ſive elongationis, quam id temporis luna e ſole habet. At enim hæc metiendi ratio, magna licet cum ingenii laude excogitata, eventu ſperato caruit, quod facile adverterint Aſtronomi, cum in uſum redigenda eſt, viam haud patere tan-

tanta cum accuratione reperiendi temporis, quo lunaris diſci dimidium colluſtratur, quanta eam in rem poſtulatur. Illud interim ex ea conſtitit, lunæ a terra diſtantiam bene multis vicibus ab illa excedi, quam ſol habet: clarum quippe eſt, quo angulus STL recto propior eſt, eo intervallum ST majus futurum, ſi cum TL componatur; & ſiquidem ST infinitum evaſerit, angulum STL in rectum deſiturum. Jam vero cum Aſtronomis difficile admodum accidat, inter angulum STL, & rectum diſcrimen accurate ſtatuere, ſive inter tempus, quo medium lunæ diſcum lumen occupat, & inter tempus quadraturæ, conſequens eſt, ST multo majorem eſſe quam TL.

5. Quoniam itaque Aſtronomi nihil opis repererunt in parallaxi diurna ſeu ad invenienda, ſeu ad comparanda inter ſe maxima illa intervalla in ſpatiis cœleſtibus, quod telluris ſemidiameter pro hiſce dimenſionibus baſin præberet nimis exiguam, ad parallaxin annuam, uti appellant, confugerunt. Quare loco ſemidiametri telluris, ipſius orbitæ, quam terra circa ſolem anni ſpatio decurrit, ſemidiametrum adhibent, & cum in binis prius ſtationibus binos conſtituiſſent obſervatores, alterum in ſuperficie, in centro terræ alterum; nunc poſtremi vice is fungitur, quem in ſole fingunt conſtitutum. Atque ſic demum tantæ magnitudinis baſin obtinent, ut intervalli cujuslibet in ſyſtemate ſolari metiendi, portionis non exiguæ rationem habeat, cujus ope ex accuratis obſervationibus deductas diſtantias inter ſe quoque comparare liceat. Et quemadmodum, cum

proportionalis, quorum alter diſtantiam, alter ejus quadratum exprimit. Jam qualecunque quis ſyſtema amplectatur, ſemper tellus conſtituenda eſt centrum motus lunæ. Quod ſi etiam ſol circa tellurem revolutiones ſuas perageret, nil magis proclive eſſet, quam ut quis exiſtimaret, etiam in eorum temporibus periodicis, & diſtantiis inter ſe collatis legi generali locum eſſe, ſeu quadratum temporis 27 dierum, 7 horarum & 43′ fore ad quadratum 365 dierum, 6 horarum & 9′, ut eſt cubus diſtantiæ lunæ a terra ad cubum diſtantiæ ſolis ab eadem, qua proportione inita, facile ſolis diſtantia obtingeret, quæ paullo magis, quam $5\frac{3}{5}$ vicibus, excederet lunæ diſtantiam, cum tamen e parallaxeos diurnæ exilitate ſit evidens, ſolem pluries centenis vicibus longius a terra abeſſe, quam lunam. At vero ſi cum Copernico orbita telluris circa ſolem inter eas conſtituatur, quas Venus, & Mars deſcribunt, communem eam legem temporum periodicorum, & diſtantiarum a ſole ad omnes Planetas pertinere patebit, neque ulla exceptione ſyſtematis conſenſionem interturbari. Retrogradationes porro, ſtationeſque Planetarum, & quævis demum tam motuum, quam diſtantiarum apparentes exerrationes, plurima nobis argumenta adverſus Ptolomæi ſyſtema ſubminiſtrant, in quo ea phænomena aliam explicationem haud recipiunt, quam quæ e compluribus orbibus ſolidis, variorumque epicyclorum inter ſeſe implicatorum ingenti numero repetitur, quæ res parum admodum ſimplici illi Naturæ elegantiæ congruit.

Illud

Illud quoque hac in re tenendum, id genus inæqualitates diverſis in Planetis diverſas eſſe, at tales in ſingulis, quales ut appareant, ratio motus telluris annui expoſcit. Ingens ſolis moles, maximumque emolumentum, in omnia reliqua ſyſtematis mundani corpora ex eo redundans, quod velut jus quoddam prærogativum, ut centrum occupet, eidem tribuit, adeo ſunt luculenta, ut pluribus exponi haud debeant. Equidem tellus, & Planetæ eum in finem circa ſolem revolvuntur, ut lucem, caloremque inde participent; at nulla prorſus ſeſe offert nobis ratio, ob quam ſol potius cum Planetis circa tellurem moveantur.

7. Unum modo eſt, ut expendatur, dignum, quod annuo telluris motui officere videtur, quod ſcilicet nulla in ſtellis fixis parallaxis annua deprehendatur. Sit T A *t* (*fig.* 57) orbita telluris circa ſolem S, T X axis terræ, & *t x* ad T X parallela exhibeat ſitum ejuſdem axis in puncto oppoſito *t*. Ponatur T X dirigi verſus ſtellam P; evidens eſt, axem terræ haud amplius verſus eandem ſtellam reſpicere, cum in *t x* fuerit translatus, ſed efformare angulum *x t* P cum recta *t* P, quæ terram cum ſtella conjungit, æqualem angulo *t* P T, ſub quo diameter T *t* orbitæ annuæ ſpectatori in ſtella P conſtituto appareret. Facile hinc quis in animum induxerit, ut credat, nos obſervata hac ſtella P in diverſis orbitæ locis T, *t* (quæ vicem binarum ſtationum ſubeant in reſolutione Problematis, quod omnium fortaſſis, quæ Geometria Practica habet, maxime ſublime eſt) nos, inquam, e di- Fig. 57.

verſo ſtellæ ſitu, quo in binis hiſce ſtationibus nobis conſpicua ſit, de angulo T P *t* decernere poſſe, ideoque etiam de ratione, quæ inter TP, ſtellæ diſtantiam, & T *t*, diametrum orbitæ, ſive duplam telluris a ſole diſtantiam, intercedit. Attamen certum eſt, Aſtronomorum perſpicaciam penitus adhuc effugiſſe omne diſcrimen, quod apparens ſtellæ ſitus ſive cum axe telluris comparatus, ſive ſecum ipſo, habeat, cum e diverſis locis ſpectatur, quodque in telluris motum refundi poſſet; quanquam revocato in uſum Pythagoræo hoc dogmate complures fuerint, qui ſumma cum induſtria rem iſtam ſibi examinandam putarunt. Verum quod adverſariorum huic argumento nervos omnes ſuccidit, illud eſt, quod tanta ſit ſtellarum fixarum diſtantia, ut orbitæ telluris diameter nullam penitus, quæ percipi poſſit, ad eam rationem habeat, ac propterea angulus T P *t* nullo queat inſtrumentorum genere, quæ accuratiſſima habere poſſumus, obſervari. Neque enim immenſa hæc ſtellarum fixarum diſtantia vel ex arbitraria hypotheſi, vel eo ſolum fine excogitata eſt a Copernicanis, ut adverſus ſe allatæ rationis vim eluderent; ſed quo jure ſemel ea corpora ſoli noſtro ſimilia ſtatuerunt, eodem ad tam immania intervalla a nobis ſejungere debuerunt, quando & tam parum luminis ad nos tranſmittunt, & tam exiguæ apparent diametri, quæ neque maximis teleſcopiis poſſit percipi. Quod ſi totum hoc intervallum inter ſtellam quampiam interjectum fingamus in 300 æquales partes ſectum, & ſpectatorem 299 ejuſmodi partibus verſus illam progreſſum, videbit equidem ſtel-

lam

lam vivaciore multo lumine radiantem, at diametri augmentum haud ſentiet, cum ad poſtremum diviſionis punctum pervenerit, ſive ex $\frac{1}{300}$ totius diſtantiæ parte eam conſpexerit, quippe quæ illic eodem prorſus modo comparitura ſit, atque iſthic in tellure per teleſcopium viſa, quod corporum dimenſiones tercentis vicibus majores exhibet. Illud etiam ad evincendam tam abnormem diſtantiam ſtellarum fixarum vim habet ingentem, quod cum lunæ, alteriuſque Planetæ interjectu viſui ſubducuntur, occultatio hæc unico temporis momento peragatur, nequaquam vero lentis gradibus, uti in Planetis contingit, dum nobis propiores infra remotiorum diſcos ſubeunt. Hæc omnia ſi conjunctim ſumantur, clarum equidem eſt, alia ab aliis robur accipere, tantumque abeſt, ut telluris motum evertant, ut etiam eidem ſtabiliendo ſint quam maxime opportuna. Quin ipſa hæc tanta ſtellarum diſtantia, quam obſervationes ejuſmodi, ſi rite colligantur, evincunt, ad majoris evidentiæ gradum ſyſtema Copernici provehit, quippe cum, quo remotiores illæ ſunt, eo magis a vero abhorrere videatur, ſpatia menſuram omnem tantum excedentia circa tellurem noſtram gyrari, quæ e Planetis propinquioribus ſpectata ſcintillæ inſtar eſſet exiguæ, in remotioribus vix conſpicua; in ſtella demum quapiam fixa viſum effugeret omnino, quemadmodum vel totum ſyſtema ſolare, cujus pars eſt tantilla. Et credibile cuiquam videatur, corpora tam immania, tam profunde in ſpatii immenſi abyſſo demerſa dietim orbitas vaſtas adeo circa hunc noſtrum globulum deſcribere; præſertim ſi quis ad illud etiam advertat animum, quod vero

ad

admodum ſimile ſit, haud minoribus intervallis ſtellas alias ab aliis ſejungi, totumque ſtelliferi cœli ſpatium, quod nocte ſerena noſtris obtutibus exponitur, univerſi mundi ſyſtematis angulum tantummodo eſſe exiguum.

8. His addenda eſt ſummi momenti inventio, noſtri temporis Aſtronomorum diligentiæ, & ſagacitati debita, quæ motæ telluris ſententiæ pondus non exiguum adjungit, ejusque argumenti, quod in oppoſitum modo retulimus, quodque unum afferri cum veri ſpecie poteſt, vim omnem elevat. Excogitarat celebris Grahamus, ſimulque ſumma dexteritate, & accuratione admirabili conſtruxerat machinam, cujus deſcriptio in ſingulari opere Optices D. Smith proſtat, quo Lectorem remittimus. Hac itaque quam exactiſſime in recta verticali conſtituta, Molineuus, Bradleyus, ipſeque Grahamus plurium annorum curticulo ſtellam in Draconis conſtellatione prope zenith tranſeuntem eum in finem obſervarunt, ut ejus parallaxin detegerent. Et ſane adverterunt illico, ſtellam non in eodem ſemper inſtrumenti loco apparere, ſed ſuam a zenith diſtantiam mutare, diſcrimine 21 aut 22 ſecundorum. Eſt autem ea ſtella polo eclipticæ vicina. Conſimilibus obſervationibus aliarum ſtellarum inſtitutis parem quemdam apparentem motum deprehenderunt, qui latitudinis earum rationem ſequeretur. Motus hic penitus diſſidebat ab eo, quem parallaxis promitteret, neque longiore etiam tempore ulla iniri potuit ratio novi hujus phænomeni explicandi; dum tandem Bradleyus omnes has viciſſitudines e motibus luminis ac telluris inter ſe-

ſe compoſitis methodo adeo plana derivavit, ut omnem ſuſtulerit dubitationem. Cogitetur AD (*fig.* 58) exhibere exiguam orbitæ telluris portionem, C D radium luminis e ſtella fixa directione CD venientem; quod ſi terra quieſceret, teleſcopium ſitu AE parallelo ad lineam DC collocatum, verſus ſtellam directum eſſet; ſit autem AD ad DC, ut eſt velocitas telluris in ſua orbita progredientis ad velocitatem luminis; equidem dubium non erit, quin teleſcopio ſitus AC tribuendus ſit, ut radius luminis ſecundum axis illius directionem illabi poſſit, ut per medium vitri objectivi ad C ingreſſus, per medium rurſus vitri ocularis A exeat; quippe quo tempore radius rectam CD percurrit, punctum A in D promovetur, ac totum teleſcopium ſibi ipſi ſemper parallelum in D*c* transfertur. Atqui locus ſtellæ apparens e teleſcopii ſitu definitur; unde ſtella in recta AC videbitur, non autem in AE, in qua reapſe ſita eſt. Hunc in modum ſtellæ in polo eclipticæ collocatæ latitudo minor deprehendetur angulo EAC vel ACD, qui 20 ſecunda excedet, ſiquidem velocitas luminis ſit ad velocitatem terræ ut 8000 ad 1: eadem porro circulum diſcribere videbitur, cujus ambitus a polo eclipticæ tanquam a centro, 20 fere ſecundis diſtat. At ſtellæ extra eum polum poſitæ exiguas ellipſes percurrent, quarum centra vera earum loca (id eſt, in quibus conſpicerentur, ſi terra motu careret) occupant, axes autem tranſverſi eclipticæ ſunt paralleli, ſecundi tandem axes eidem perpendiculares, quorum illi maximam aberrationem in longitudinem, hi vero maximam aberrationem in latitudinem præbent. Stellæ in plano eclipticæ ſitæ Fig. 58.

 nul-

nulla eſt, præterquam in longitudinem, aberratio. Et tum quidem radiis e ſtella emiſſis orbitam telluris in G & H tangentibus, eandem vero ſecantibus in A & B ſub angulo recto; quoniam tellus in G & H ſecundum directionem radiorum movetur, ſtella in loco ſuo vero apparebit citra ullam aberrationem, quando terra in illis orbitæ locis verſatur; verum dum ad A & B pervenit, ſtellæ aberratio in longitudinem maxima eſſe debet. Hac itaque ratione omnes ſitus mutationes ſtellarum, quas cum Moluneuo obſervarat, Bradleyus explicuit; & quamvis annuam parallaxin incaſſum quæſierit, nihilominus novum argumentum, quod a motu telluris apprime faceret, ex obſervationum ſerie in admodum diverſis ſtellis inſtitutarum eruit. Eædem porro ſatis erant, ut tuto concluderet, parallaxin annuam vix unum minutum ſecundum excedere poſſe; e quo ipſo conſequitur, ſtellas fixas 400000ies ſole a nobis remotiores eſſe. Atque ſic demum aſſertis motibus veris, qui in mundano ſyſtemate locum habent, fidentius jam analyſin cæptam promovebimus.

9. Omnes Planetæ primarii in curvis circa ſolis centrum deferuntur, velocitate eo majore, quo globo illi viciniores fiunt, eoque rurſus minore, quo longius ab eo recedunt, ut radius e quovis Planeta ad ſolem ductus verrat areas temporibus æqualibus æquales. Hinc autem planum fit, uti Cap. II §. 5, 6 & 7 oſtenſum eſt, vim, quæ eorum motus in curvas inflectit, verſus ſolem dirigi. Easdem hæc ſubit mutationes, quas lunæ in terram gravitas, ut eadem quoque ratiocinandi methodus, qua vires lunæ

næ in terram, cum ad maximam, minimamque pervenit diſtantiam, Cap. II §. §. 8, 9 & 10 inter ſe contulimus, locum habeat, dum illarum ineunda eſt ratio, quæ in Planetas ſingulos primarios agunt, quando a ſole vel recedunt plurimum, vel plurimum accedunt; e quo conſtabit pariter, eas ita creſcere, ut quadrata diſtantiarum a ſole minuuntur. Hanc virium normam generatim Auctor noſter e natura ellipſeos, qualis eſt cujusvis Planetæ orbita, demonſtrat.

10. Verum eandem legem ad omnes pertinere communiter, omniumque motus Planetarum in hanc unam conſpirare, eo magis ſemper eluceſcit, quo plurium periodi inter ſe comparantur. Enim vero quis non videat quam clariſſime, vim in Planetam ſoli propiorem agentem ea multo eſſe majorem, quæ in remotiorem exeritur, quando illius velocitas non modo major eſt, verum etiam orbita contractior, majorisque curvaturæ, quæ magis a tangente deflectit, quam ſi in ampliore paris longitudinis arcus ſumatur. Motibus Planetarum hunc in modum inter ſe compoſitis, vicinioris celeritas, alterius, qui longius abeſt, celeritatem ſuperare deprehenditur ea ratione, qua radix quadrata numeri diſtantiam majorem exprimentis excedit radicem quadratam alterius, quo minor diſtantia deſignatur, ut proinde Planeta, qui quadruplo alterius intervallo a ſole diſtaret, dimidia tantummodo velocitate moveretur, ideoque nonniſi duorum minutorum tempore arcum percurreret, quem intra unum vicinior abſolveret, & quamvis fingeremus orbitarum utriuſque curvatu-

ram eandem eſſe, ſoli tamen propior gravitate ſua recta deſcendens uno minuto tantum emetiretur ſpatii, quantum duobus remotior, & hinc æquali tempore lapſus, ille quadruplum hujus conficeret, ad eam ſcilicet corporum libere cadentium legem, cujus tam frequens nobis fuit mentio facta; atque propterea ſi vel ſola Planetæ vicinioris ſpectetur velocitas major, ejus in ſolem gravitas quadrupla ſit, oportet, gravitatis remotioris. Sed enim quoniam minoris orbitæ radius quater contineri ponitur in radio orbitæ majoris, præterea neceſſe eſt, curvaturam majoris quater excedi a minoris curvatura, acceptiſque arcubus exiguis, & æqualis longitudinis, extremum illius, qui ad orbitam minorem pertinet, quadruplo magis a tangente in extremo altero diſcedere, quam alterius extremum, qui in ampliore ſumitur. Itaque ſi par etiam foret utrique celeritas, attamen ob ſolum orbitarum diverſum flexum in Planeta propiore gravitas quadrupla requireretur. Unde ſi tum velocitatis, tum curvaturæ orbitarum conjunctim habeatur ratio, prorſus conficitur, gravitatem remotioris decies & ſexies excedi a vi illa, qua verſus ſolem Planeta propior urgetur, etſi non majore, quam quadruplo intervallo abſit, id eſt, diſtantiis planetarum obtinentibus rationem 4 ad 1, eorum gravitates fore inverſe ut 16 ad 1, ſeu ut quadrata diſtantiarum reciproce. Ad hanc normam Planetarum motibus compoſitis, intelligetur plane, eorum gravitates non alia decreſcere lege, quam qua quadrata diſtantiarum a ſole creſcunt.

11. Collatis itaque conſimili ratione motibus non modo ejuſdem planetæ, cum in diverſis orbitæ ſuæ locis verſatur, ſed etiam quos alii in aliis ellipſibus peragunt, planum fit, eſſe quoddam virium genus, gravitati, quæ nobis tam perſpecta eſt, corporum noſtratium perſimile, inde a ſole ad intervalla omnia diffuſum, itaque imminutum perpetuo, uti horum quadrata creſcunt. Quod ſi Planeta quiſpiam in locum alterius transferretur, principii hujus actione eadem, eodemque modo, ac alter ille, afficeretur; & quemadmodum gravitas telluris noſtræ partes conjunctas retinet, & ne diverſis ejus motibus divellantur, impedit; ita vis quæpiam haud diſſimilis in ſolis quoque ſuperficiem agit, & penetrat intime, partium nexum, globique figuram adverſus motum revolutionis circa axem illæſam præſtans.

12. Uti vero hoc principium motus planetarum in magno ſolis ſyſtemate moderatur, ita non minus ſatellitum circuitus in ſecundariis illis ſyſtematis regit, e quibus majus hoc coaleſcit, neque minor illorum motuum, ſi cum diſtantiis conferantur, deprehenditur conſenſio, quam quæ in primariorum circa ſolem revolutionibus luceſcit. Sic Jovis ſatellites orbes ſuos circa ejus centrum inflectere videmus, atque infra tangentes, ſive motus directiones, ſingulis temporis momentis verſus illud deprimi, ut radii ab uno quovis ad Jovis centrum ducti temporibus æqualibus æquales verrant areas, nec niſi ad idem eorum gravitas poſſit dirigi. Qui porro propiores ſunt, majore feruntur velocitate ex eadem prorſus proportione, qua ſoli viciniores Planetæ

primarii ceteros celeritate vincunt, ut proinde eorum gravitas e communi omnibus lege mutetur. Neque aliter res in Saturni ſatellitibus habet. Quare in hac etiam Planetarum ſpecie vis quæpiam eorum maſſam continet, dum interim circa alios revolvuntur, quæ & in ſuperficie eorum ſeſe prodit, & inde porrigitur quaquaverſus, iiſdem decrementis, quæ a tellure, & ſole in omnem partem diffuſæ accidunt.

13. Sed præterea neceſſe eſt, ut Planetæ ſecundarii in ſolem ſint graves. Neque enim motus eorum ad regulas tam accurate exigi poſſent, niſi earundem virium actionibus ſubjacerent. Si vim hanc acceleratricem directionibus parallelis in eos agere cogitemus, nihil propterea eorum motus erit implicatior, nihil perturbationis in ordine orietur; verum primarios ſuos comitari in illorum circa ſolem revolutionibus pergent, ſuis interim circa eoſdem orbitis ea cum accuratione percurſis, qua majorem haud exigeres, cujuſvis primario motu omni deſtituto. Idem ſcilicet hic eveniret, quod in navi, aut quovis demum ſpatio motu uniformi progrediente, contingeret, in quo mutuæ corporum actiones eædem manent penitus, ac ſi ſpatium illud in quiete perſtaret. Et quemadmodum corpus quodpiam per aera projectum haud deſinit in ſolem gravitare, unaque cum tellure circa hunc globum abripi, cum interim motu proprio in curva ad eaſdem leges exacta defertur, quas ſervaret, ſi terra quieſceret; ita etiam luna, quam ab alio quovis projectili non niſi magnitudine differre oſtendimus, in ſolem ut gravitet,

tet, neceſſe eſt, dum ſimul cum tellure circa eundem revolvitur, neque hic motus menſtruas ejus circa globum noſtrum periodos impediet. Pari ratione Jovis ſatellites non ſecus in ſolem graves ſunt, ac quævis globi Jovialis pars; ſic & illi, qui Saturnum comitantur, in ſolem nituntur haud aliter, quam portio quælibet eum planetam conſtituens. Quare utrique hi motus tum in magno ſolis ſyſtemate, tum in minoribus omnibus, & planetis primariis propriis, locum habent, itaque conſentiunt, ut nulla inde vel interruptio, vel perturbatio ſit metuenda, exiguas quaſdam ſi inæqualitates demas, quæ in viribus tam primariorum, quam ſecundariorum ob directiones non penitus parallelas enaſci debent, & de quibus inferius agendi locus erit.

14. Nullum adeo corpus, ut ut inſolentia ſua extraneum videri poſſit, ſe unquam in inferioribus hiſce ſyſtematis noſtri ſpatiis in conſpectum dat, ab illa communi in ſolem gravitate exemptum; ipſi cometæ vim illius tam manifeſtam produnt, ut motu eo magis concitato ſemper deſcendant, quo ſoli propinquiores fiunt, qui perpetuo iterum in aſcenſu lenteſcit; ut trajectoriæ circa ſolem recurventur, percurranturque a radiis ad centrum ſolis ductis areæ temporibus æqualibus æquales. Vis porro in cometas agens eandem mutationis legem ſubit, quam planetarum gravitas, ut vel manifeſto eſt indicio, quod parabolas, (*) aut ellipſes admodum eccentricas per-

(*) Princip. Lib. III Prop. 40.

percurrant, in quarum foco altero ſol eſt conſtitutus. Et Auctor quidem noſter accuratam dedit demonſtrationem, qua evicit, corporum vires parabolas circa focum deſcribentium ea ratione, quam toties jam indicavimus, mutari. Si corpus quodpiam e noſtra tellure in recta ad horizontem perpendiculari vi ſufficiente (qua ſcilicet intra minutum quadringenties vicies mille paſſus motu uniformi percurrere poſſet) projiceretur, in ea linea perpetuo a tellure longius diſcederet, nunquam relapſurum; licet enim gravitas ejus motui moram injiceret, elidere tamen eum penitus haud poſſet, actione ſcilicet eo minus efficace reddita, quo corpus ad majora uſque intervalla fuiſſet evectum. Quod ſi alia quavis directione par vis projectionis adhiberetur, corpus parabolam percurreret, foco in telluris centro conſtituto, ad quam nunquam amplius reverteretur. At paullo minore impulſu ejectum, in ellipſin motum inflecteret admodum eccentricam, ad eundem rediturum locum periodo longiſſima peracta, niſi fortaſſis interea nimia corporis alicujus cœleſtis vicinia a cæpta ſemita deturbaretur. conſimili modo ſi viribus ad id requiſitis planetarum aliquis projiceretur, in curva parabolica, focum in ſolis centro habente, perpetuo moveri pergeret. Motus itaque hi omnes ex eodem derivantur principio, viribus quidem admodum diverſis, ut conditionum exigit varietas, agente, quæ tamen omnes in eandem legem conſpirant, eoſque prorſus reddunt analogos motibus, quos in corporibus prope telluris ſuperficiem projectis oculis quotidie cernimus; ut proinde effectus adeo ſimiles non niſi ex eadem cauſa poſſint repeti, quippe cum haud

ma-

magis evidens ſit, eandem eſſe gravitatem, quæ corpora terreſtria in Europa afficit, cum illa, quæ in America, ſeu prope æquatorem, aut polos agit; quam idem eſſe principium, cujus efficacia per univerſum hoc ſyſtema, inde a ſole ad ampliſſimum uſque Saturni orbem, aut cometam quemlibet maxime eccentricum, ſeſe extendit.

15. Complura ſunt phænomena, e quibus concludere liceat, ſolem ſua ambiri atmoſphæra, ad ſpatia ſatis magna ab eo globo extenſa. Annulus ille lucidus in eclipſi totali ſolis anno 1605 circa lunam conſpicuus, & cujus Keplerus meminit; atque idem etiam recentius An. 1706, & 1724 ad 9 vel 10 graduum intervallum lunam cingere viſus, rectius refractione in ſolari atmoſphæra efformatus dicetur, dum radii directi a luna intercipiebantur, quam in lunari. Materia porro hujus atmoſphæræ in ſolem gravis eſſe videtur, illius potiſſimum actionis indicio, quam in vapores caudarum cometarum exerit, a nucleo, & circumfuſa illi atmoſphæra, in plagam directioni eorum gravitatis in ſolem oppoſitam elevatos. Hos enim ad ſummam tenuitatem deductos vapores ea maxime directione exceſſu gravitatis in ſolem materiæ atmoſphæram ſolarem componentis attolli non immerito crediderim, non ſecus, ac vapores apud nos columnæ inſtar in altum propterea aſſurgunt, quod eorum in terram gravitas ab aeris pondere vincatur; atque id jure potiore, cum videamus, & eo majore copia, & velocius id genus halitus evehi, quo cometa ad ſolem accedit propius. Quæ omnia oſtendunt ſane luculente, nullum eſſe in hoc ſyſtemate ma-

teriæ corporeæ genus, cui non ex merito gravitationem in ſolem tribuamus.

16. Quod ad ſtellas fixas, hæ ad adeo immenſa remotæ ſunt intervalla, ut earum in ſolem gravitas etiam plurium ſæculorum decurſu effectum habere nequeat, qui phænomeno quopiam ſub ſenſus cadente ſeſe prodat. Etenim decreſcit gravitatis actio, ut quadrata diſtantiarum majora evadunt; ſtellæ autem fixæ nobis maxime vicinæ pluries centies millenis vicibus longius a nobis abſunt, quam ſol; unde earum in ſolem gravitas plus quam 100000 × 100000 vicibus minor eſt, quam gravitas terræ in eundem. Neque phænomena nobis indicant, ſed analogia tantummodo ſuadet, gravitatis vim ad ipſas uſque ſtellas fixas pertinere. Nihil inde ad nos, quod ſentiamus, pertingere poteſt, ſolique lumini vaſtam illam ſpatii eas a nobis ſeparantis abyſſum pervadere licet. Exiſtimat interim Newtonus, argumento hac in re ab analogia ducto robur eſſe non exiguum. Quare ſi ſtellæ tum in ſolem, tum in ſeſe mutuo graves ſint, illud dicendum, per ſpatia immenſa materia vacua, quæ ſyſtemata illarum alia ab aliis ſejungunt, & in quibus veroſimile eſt, quod centra non ſecus, ac ſol in noſtro, occupent, fieri non poſſe, ut ſeu motibus afferatur perturbatio, ſeu omnia hæc corpora in maſſam quandam vaſtæ, & informis molis aliquando confluant. Nec eſt ſane, cur mirum cuiquam videatur, illic gravitatem in ſolem ſentiri non poſſe, ubi ipſe ille globus pene oculis ſeſe ſubducit, neque iſthic apud nos ullum gravitationis in ſtellas fixas reperiri veſtigium.

17. Quo-

17. Quoniam inter actionem & reactionem ſemper in oppoſitis directionibus habetur æqualitas, ut cum terra exempli cauſa in montem gravitat, hic non minus in illam premat; cum corpus projectum, quamdiu in aere movetur, verſus ſe attrahit, hoc eodem niſu in terram tendat; (quam legem ſi tollas, nihil diuturnum, nihil ſtabile erit), conſequens eſt, ut ſol in omnia hujus magni ſyſtematis corpora gravitet, uti & planetæ primarii in ſuos ſatellites. Iidem porro planetæ primarii in ſeſe mutuo graves ſunt, quod non nullæ exiguæ inæqualitates in eorum motibus notatæ quam evidentiſſime produnt, maxime vero in Saturno & Jove, qui mole reliquos omnes ſuperant, obſervatæ, dum in conjunctionibus ad ſummam, quam habere poſſunt, propinquitatem perveniunt. Similibus exerrationibus ſatellitum Jovialium æque, ac Saturninorum curſus obnoxius eſſe deprehenditur. Tot itaque, tamque graves rationes eo demum nos deducunt, ut in ſyſtemate ſolari corpora omnia mutua in ſe gravitate agere concludamus, quam licet cum materiæ natura ita connexam dicere haud poſſumus, ut ab ea nulla prorſus ratione abeſſe queat; fatendum nihilominus eſt, e phænomenis nos doceri, eam non minus ad univerſa corpora pertinere, ac affectionem quamvis aliam communem.

CAPUT IV.

De Gravitatione Materiæ Univerſali.

I. IN ſuperioribus vim tantummodo acceleratricem gravitatis ex diverſis ſpatiis agentem expendimus, quibus velocitates, quas tempore dato efficit, ex proportione reſpondent. Supereſt, ut oſtendamus, motum a gravitate in corporibus æqualibus intervallis a centro dato remotis genitum e materiæ modo metiendum eſſe; ipſam dein corporum gravitatem e partium gravitate mutua provenire; & denique ut etiam legem adferamus, quam partium iſtarum gravitatio ſequitur. Et quod ad corpora terreſtria, res eſt omnium conſenſu, pluribuſque a Newtono inſtitutis experimentis confirmata, quod ea, quorum volumen, ac figura eadem, licet ceterum indolis ſint admodum diverſæ, ſi e filis æque longis ſuſpendantur, oſcillationes ſuas, in quas pendulorum ritu excurrunt, æquali omnino tempore peragant; argumento ſcilicet, vim gravitatis ad maſſæ corporeæ menſuram exigendam eſſe: & ſiquidem aer nullum motui impedimentum afferret, ne tum quidem vibrationum tempora diſcreparent, quando figura & volumen forent quam maxime diverſa, modo ſuſpenſionis, & oſcillationis centra

tra manerent eadem. Oſtenſum jam eſt, lunam eadem velocitate verſus terram caſuram, qua corpus aliud quodvis grave, ſiquidem a centro pari ſpatio abeſſet: & præterea inter omnes convenit, vires corporum æquali celeritate motorum, maſſarum rationem ſequi; itaque gravitas lunæ eam rationem ad gravitatem alterius corporis cujuſvis tantundem a centro telluris remoti habet, quam materia lunæ ad materiam illius corporis. Planetæ quidem primarii, uti alii aliis diſtant longius, ita actionibus urgentur admodum diverſis, quæ tamen omnes hac continentur lege, ut ſi intervalla omnium horum globorum paria eſſent, omnes pari velocitate verſus ſolem deſcenderent, motibus eo majoribus, quo quiſque aliis materiæ copia præſtaret. Eundem in modum fieri deberet, ut Jovis, ac Saturni ſatellites in centra ſuorum primariorum æquali celeritate ferrentur, ſi ex eadem altitudine laberentur. Tellus, ac luna viribus acceleratricibus iiſdem, ſi intervalla eſſent æqualia, in ſolem impellerentur, eademque moverentur velocitate; Jupiter cum ſuis ſatellitibus iiſdem celeritatis gradibus in ſolem incitaretur, ſi projectionis vis tolleretur. Idem prorſus de Saturno, ejuſque ſatellitibus ſentiendum. Exiguum tamen virium acceleratricium diſcrimen, quæ in planetam primarium, ejuſque ſatellites agunt, ingentem varietatem in eorum motus inveheret. Quoniam igitur in his omnibus, velocitates æquales æqualibus temporibus efficerentur, motus corporum, ideoque etiam gravitas, motuum horum effectrix, materiæ quam accuratiſſime reſpondere debet: e quo conſequitur, quaſvis maſſæ portiones æquales, dum a centro ad

æqualia ſpatia conſtituuntur, æqualiter graves eſſe, quiſcunque ſit voluminis, figuræ, contextus partium modus, atque adeo corporum gravitationem ex illa, quæ ſingularum partium eſt, provenire.

2. Cum actio ſemper reactioni æqualis ſit, ſi fingamus planetas eodem ſpatio a ſole remotos, ideoque in eum vi materiæ ſuæ reſpondente gravitare, viciſſim ſol in ſingulos niſum exeret ex eadem proportione definitum. Et univerſe idem corpus in quotcunque alia æqualiter diſſita gravitat viribus ſingulorum maſſis congruentibus, quippe cum in ea ſemper agat viribus iis paribus, quibus viciſſim ab aliis urgetur, atque hæ prorſus ex materia ſingulorum ſint metiendæ. Hinc vis e centro ſolis & planetæ cujuslibet quaqua verſum diffuſa, in ſpatiis æqualibus ab eorum materia menſuram accipit, & generatim gravitas corporis eo major eſt, quo tum maſſa propria, tum illius corporis, in quod actio dirigitur, major eſt, & ſimul quo minus eſt quadratum intervalli inter utrumque interjecti. Triplex hæc proportio ſi in unam componatur, pondus, motuſque corporum ex eorum gravitate pendentes, ſemper definire licebit.

3. Dum tantus experimentorum, obſervationumque numerus in id conſentit, quod gravitas quaslibet materiæ corporeæ particulas afficiat, potior ſemper a nobis erit ratio, ſi eandem ad omnia univerſe corpora pertinere dicamus, quando ejuſmodi eſt, quæ non modo in ſuperficiem corporum agat, ſed maſſam totam ad ipſum uſque centrum

pene-

penetret; quæ non minorem exerceat poteſtatem in latentes intus particulas, quam quæ foris ſeſe objiciunt oculis; cujus efficacitas nullius corporis interjectu, nullo obſtaculorum genere infringi poſſit; quæ denique illi ſoli mutationi in eadem materia obnoxia ſit, quam diverſa corporum, in quæ gravitat, intervalla requirunt.

4. Actio gravitatis in corpora ex ea provenit, quam in ſingulas eorum partes exerit, neque aliud eſt, quam omnium harum actionum collectio, ut proinde gravitatio corporum deſumenda ſit a gravitatione mutua partium. Gravitas corporis cujuſpiam in terram ex partium ejus gravitatione naſcitur; vis, qua mons tellurem premit, pendet ex niſu ejus partium verſus tellurem; hemiſphærii Borealis gravitatio in Auſtrale colligitur e corporum, quibus conſtat, omnium actionibus adverſus illud; & ſi terram in portiones duas inæquales ſectam cogitemus, gravitas majoris in minorem orietur e ſingularum illius partium viribus in partes ſingulas hujus conjunctim agentibus. Pari ratione ſi totius telluris, dempta unica particula, actionem in hanc ipſam particulam ſpectemus, ea conſtituitur e reliquarum omnium gravitatione in ſeparatam illam moleculam. Quare quævis pars hujus globi in omnes, & ſingulas alias partes gravis eſt; & eodem argumento quælibet pars materiæ totius ſolaris hujus ſyſtematis gravitare dicenda eſt in omnes reliquas, e quibus immenſa hæc rerum compages exſurgit.

5. Res ipſa jam nos admonet, ut ad doctrinæ hujus caput maximi momenti progrediamur, hoc eſt, ut legem ipſam mutuæ gravitationis ſingularum partium definiamus, poſtquam illam ante oculos poſuimus, qua corpora partibus illis conſtantia tenentur. Qui in rerum naturalium inveſtigatione haud ultra corticem penetrare conſueverunt, facile quidem ſibi perſuaſerint, legem alteram nihil ab altera diſtare. Verum citra magnum negotium oſtendetur, legem attractionis, quam ſingulæ materiæ moleculæ obſervant, longe diverſam eſſe ab illa, quam ſphæræ ex illis particulis compoſitæ ſequuntur. Sic, ut exemplo utamur, ſi partium gravitatio decreſcat in ea ratione, qua cubi ſpatiorum, quibus altera ab altera abeſt, augentur, vel etiam in majore quapiam; ſphæræ ex hiſce moleculis coaleſcentes, haud quaquam in ſeſe mutuo agent viribus ex eadem proportione imminutis, qua eorum centra a ſe recedunt, aut in majore illa: globi enim cum ſe contingent, in hac hypotheſi infinities magis ſeſe attrahent, quam dum a contactu vel minimum removentur, licet diſcrimen inter centrorum intervalla vix percipi poſſit. Atque hanc ob cauſam Newtonus neceſſitatem ſibi imponi ſenſit, materiam hanc diſquiſitioni accuratiſſimæ ſubjiciendi. Et quia hæc theoriæ gravitatis pars ſummam habet utilitatem, neque, ut a Newtono pertractata eſt, ſine abſtruſioris Geometriæ, & calculorum maxime intricatorum notitia intelligi poteſt, operam dabimus, ut viam planiorem inſiſtamus, ea duntaxat, quæ minus implicata ſunt, perſequentes, uti morem hunc adhuc tenuimus. Sumamus itaque imprimis, vim ſingularum parti-

particularum mutuam decreſcere in ratione quadrati auctæ earum inter ſe diſtantiæ, & ſunto (*fig.* 59) PAE*a*, PBF*b* coni ſimiles ex ejuſmodi particulis conſtantes, ac baſibus ſphæricis AE*a*, BF*b*, quarum centrum in P, clauſi: erit gravitatio particulæ P in ſolidum PAE*a* ad gravitationem ejusdem in ſolidum PBF*b*, ut eſt PA ad PB, ſeu in ratione laterum homologorum ſolidorum iſtorum ſimilium. Sit enim MN*m* ſuperficies ſimilis ſuperficiei AE*a*, habens idem centrum P, & erit gravitatio in ſuperficiem AE*a* ad gravitationem in ſuperficiem MN*m* in ratione compoſita ex directa ſuperficiei AE*a* ad ſuperficiem MN*m* (ſeu PA^2 ad PM^2), & reciproca PA^2 ad PM^2, hoc eſt, in ratione æqualitatis: atque adeo ſi gravitatio in ſuperficiem AE*a* dicatur A, gravitatio in ſolidum PAE*a* exprimetur per $A \times AP$, & gravitatio in ſolidum ſimile PBF*b* per $A \times PB$, quæ quantitates ſunt in ratione PA ad PB. Fig. 59.

Eodem modo gravitatio verſus portionem ſuperficiebus AE*a* & MN*m* comprehenſam exhibebitur per $A \times AM$. Et conſimili ratione evidens fit, quod, quamvis ſuperficies AE*a*, MN*m* alterius ſint figuræ, nihilominus ultima ratio attractionis particulæ P in ſolida conica, vel pyramidalia PAE*a*, PMN*m* ſit PA ad PM: & ſi quidem AQ, M*q* ſint perpendicula ad PH in Q, & *q*, erunt hæ vires ad directionem PH reductæ, ultimo in ratione PQ ad P*q*. Hinc manifeſtum ſit, quod ſi PB æquetur cum BA, attractio coni PB*b* in particulam P eum contingentem, ſit æqualis attractioni

ni portionis intra ſuperficies A E a, BFb comprehenſæ in eandem particulam, ſiquidem ponatur attractio creſcere in ratione, qua diſtantiarum quadrata decreſcunt. E quo illud conſequitur, quod in hac hypotheſi attractio alicujus portionis materiæ in particulam contiguam non admodum excedat attractionem in eandem, quando hæc a contactu exiguo tantum intervallo removetur.

6. At enim aliter longe res habebit, ſi fingamus attractionem particularum ſingularum decreſcere in ratione cuborum auctarum diſtantiarum. Tum quippe molecula in P conſtituta urgebitur verſus ſuperficiem MNm vi, quæ ſit directe ut ſuperficies illa, ſeu ut PM^2, & ut cubus ejuſdem PM inverſe, hoc eſt, quæ ſit ut PM reciproce, vel directe ut MV, quæ eſt ordinata hyperbolæ æquilateræ KVI intra aſymptotos PA, PK; & propterea attractionem portionis MNmAEa metietur area hyperbolica MVIA inter ordinatas ad A & M; attractionem autem coni PMNm area hyperbolica infinita inter ordinatam MV, & aſymptotum PK. Ex hoc vero evidenter conficitur, ſi hæc attractionis lex aſſumatur, particulam P in portionem materiæ utcunque parvam, quacum in contactu ſit, longe majore vi niti debere, quam in corpus maximum, quod vel tantillum a contactu abeſſet. Idem haud majore difficultate demonſtrari poſſet, ſi mutua particularum vis minueretur in ratione eadem, qua potentiæ quævis cubis diſtantiarum altiores creſcunt. Præterea intelligitur, attractionem alicujus particulæ in contactu corporis poſitæ haud multum adverten-

dam

dam mutationem ſubituram, ſi pars quæpiam materiæ ſeu particulæ illi, ſeu corpori attrahenti in diſtantia, ut libet, parva accederet; at vero in omnibus hiſce hypotheſibus, ſi particula corpus non contingat penitus, motus ab attractione in diſtantiis ultra omnes limites diminutis genitos in particula fore eo velociores, quo ipſa fuerit minor, cum vis eadem in materiæ portionem agens tanto majorem celeritatem efficiat, quanto minoris eſt maſſæ.

7. Eadem propoſitio demonſtrari poteſt, quin ad hanc areæ hyperbolicæ affectionem recurratur. Sit (*fig.* 60) PA ad PB, ut PB ad PD, & concipiatur animo utraque portio coni AB & BD in partes numero infinitas diviſa, ita, ut portionis AB partes A*k*, *kl* &c, inter ſe æquales, ſint ſimiles partibus B*m*, *mn* &c portionis BD itidem inter ſe æqualibus. His ita conſtitutis erit A*k* ad B*m*, ut AB ad AD, & materia inter ſuperficies, quarum radii e centro P ſunt PA, & P*k*, contenta, erit ad materiam comprehenſam ſectionibus ſphæricis, quarum radii PB & P*m*, uti eſt $PA^2 \times Ak$ ad $PB^2 \times Bm$; hoc eſt, ut PA^3 ad PB^3. Porro vires attractrices partium æqualium intra ſuperficies radiis PA & P*k* deſcriptas contentarum ſunt in eadem ratione reciproca, ſeu directe ut PB^3 ad PA^3, ad vires attractrices partium, quæ continentur intra ſuperficies radiorum PB & P*m*, per hypotheſin; & compoſitis hiſce rationibus oritur ratio æqualitatis; cum igitur vires attractrices materiæ ſuperficiebus ſimilibus terminatæ ſint in ratione compoſita attractionis ſingularum Fig. 60.

 par-

partium æqualium, & numeri earum partium, ſequitur, attractionem materiæ contentæ ſuperficiebus radiorum P A & P *k*, eſſe æqualem attractioni materiæ contentæ ſuperficiebus radiorum P B & P *m*. Ob eandem rationem attractio materiæ poſitæ intra ſuperficies, quarum radii P *k*, P *l*, æquatur attractioni materiæ clauſæ ſuperficiebus, quarum radii P *m*, P *n*; uti & attractio portionis A E *a* B F *b*, attractioni portionis B F *b* D G *d*. Quod ſi deinde ſumatur P B ad P D, ut P D ad P H, fiet rurſus attractio portionis D G *d* H R *b* æqualis attractioni portionis A E *a* B F *b*; & continuata hac progreſſione Geometrica decreſcente, manifeſtum eſt, quod ſi ſumatur portio quævis materiæ comprehenſæ intra binas ſuperficies, quarum radii ſint duo termini contigui ſeriei, ejus attractio ſemper æqualis ſit cum attractione portionis primæ A E *a* B F *b*. Atqui terminum P B ſequuntur infiniti alii, & in ſolido P B F *b* portiones materiæ numero infinitæ continentur, quarum ſingularum attractio æquatur attractioni portionis primæ intra ſuperficies A E *a*, B F *b*; igitur attractio ſolidi B F *b* particulam P contingentis, eſt infinities major attractione portionis ſuperficiebus A E *a*, B F *b* comprehenſæ, quæ quidem omnium maxima eſt, attamen a contactu particulæ P remota. Id moræ tum demonſtrando, tum illuſtrando huic theorematì dare viſum eſt, cujus uſus deinceps erit egregius, ejuſque ope palam fiet, quid compendii habeat lex gravitatis, quæ in ſolari ſyſtemate primum præ aliis locum obtinet, quanquam non nunquam

quam ea res ſint conditione, ut aliæ ſint potiores habendæ.

8. Si partium minimarum ea ponatur gravitatio, quæ decreſcat, ut quadrata diſtantiarum augentur, vires, quibus particulæ ſimiliter poſitæ a ſolidis ſimilibus, & homogeneis attrahuntur, ſunt ut earum diſtantiæ a punctis ſimiliter poſitis eorundem ſolidorum, ſeu ut latera eorum quævis homologa. Licebit enim ſolida in conos, conorumve portiones ſimiles mente reſolvere, quorum vertex ſit in iis particulis, eritque proinde gravitatio in conos, aut eorum ſegmenta, in ratione expoſita, per §. 5. Verum ſi attractio particularum minuatur, ut creſcunt diſtantiarum cubi, vires, quibus urgentur ſimiliter collocatæ verſus ſolida ſimilia, & homogenea, æquales erunt. Quod ſi enim rurſus hæc corpora fingantur in conos ſimiles, aut eorum ſegmenta ita diviſa, ut & ſitum obtineant ſimilem, & verticem in particulis illis habeant, gravitatio in has portiones eadem ſemper manebit, per ea, quæ poſtremo articulo demonſtrata ſunt: eodem ſcilicet id evincetur modo, quo oſtendimus, particulam P in portiones ſimiles A E *a* B F *b*, D G *d* H R *b* eadem vi trahi.

9. Eadem gravitatis lex ſi obſervetur inter moleculas quam minimas, ut mutua earum vis eadem ratione minor evadat, qua diſtantiarum quadrata creſcunt; & collocetur ejuſmodi particula intra cavum corporis, quod vel annulari ſpatio intra duos circulos concentricos contento, & circa diametrum

 moto

moto generatur, vel vero quod oritur ſpatio intra
Fig. 61. duas ellipſes ſimiles relicto A D B E, *a d b e* (*fig.*
61), & circa axem revoluto, ea, inquam, particula nullam prorſus in hoc ſolidum gravitatem habebit. Nam exhibeatur particula in *p*, & recta *p r* ambitum interioris vel circuli, vel ellipſeos in *f* & *q*, exterioris in *x* & *r* ſecet. Si punctum Z rectam *x r* dividat bifariam, etiam partes Z *f*, Z *q* æquales erunt, utpote cum figuræ ſimiles, & ſimiliter poſitæ ſint: & hinc fiet *f x* æqualis cum *q r*, & gravitationes in portiones oppoſitas ſolidi, verticem communem in *p* habentes, lineiſque iiſdem terminatas (quæ nempe e *p* in utramque partem ducuntur) eædem erunt, per articulum 5, alteraque elidet alteram.

Hinc deducere licet, gravitatem particulæ Q eſſe ad gravitatem alterius P in eadem ſemidiametro poſitæ verſus ſphæram, aut elliptoides ex integro ſolidum, ſicut eſt CQ ad ſemidiametrum CP. Etenim cum ſolidi ſpatio annulari intra A P B, *a* Q *b* geniti nulla ſit vis in particulam Q, hæc non magis a ſolido A D B E, quam a ſolido *a d b e* attrahetur. Eſt autem poſterioris hujus *a b d e* attractio in Q ad illius A D B E attractionem in P, ut C Q ad C P: quare in aperto eſt, gravitatem particulæ Q in eadem ſolidi ſemidiametro poſitæ eſſe ad gravitatem alterius P, uti eſt C Q ad C P. Atque ex his etiam illud intelligitur, quod ſi ſphæra, aut ſphæroides æquabilis ubivis denſitatis conſtet particulis vi attractiva in ratione reciproca quadratorum diſtantiæ agente præditis, gravitas in eo inde

a ſu-

a ſuperficie verſus centrum, ſumptis intervallis in data quavis ſemidiametro, decreſcat eadem ratione, qua diſtantiæ a centro.

10. Cogitetur jam particula P (*fig.* 62) extra ſphæram A D B E ad intervallum P C a centro C collocata; attrahetur in ſphæram vi decreſcente in ratione quadrati auctæ diſtantiæ P C. Nam arcu C H centro P, radio P C deſcripto, ducatur recta P N M occurrens circulo ſphæræ genitori A D B in N & M, arcui C H in L: huic intelligatur altera P *n m* ex eodem P ducta infinite propinqua, ſecans eundem circulum in *n* & *m*, arcumque C H in *l*; L R, *l r* ſint ad P C in R & *r* perpendiculares, uti & C V ad P M in V. Concipiatur planum circuli A D B E ſecari a plano alterius A *d* B *e* in communi ſphæræ axe A B, atque cum eo angulum infinite parvum comprehendere; *l u*, *l x* denique ad planum A D B normales occurrant plano A *d* B in *u* & *x*. Gravitatio particulæ P in materiam, quæ ſuperficiem phyſicam L *u x l* conſtituit, metienda erit per $\frac{Ll \times Lu}{PL^2}$, Fig. 62.

ſeu $\frac{Ll \times Lu}{PC^2}$; & hinc ea, qua nititur verſus portionem pyramidalem comprehenſam intra plana circularia A D B, A *d* B, & alia duo in rectis N M, *n m* plano A D B perpendicularia, menſuram habebit $\frac{Ll \times Lu}{PC^2} \times NM$, quemadmodum ex iis deducitur, quæ artic. 5 hujus Capitis demonſtrata

ſunt.

ſunt. At ſi angulus planorum ADB, AdB idem maneat, utcunque recta PM mutetur, erit ſemper Lu ad LR, ut Dd (arcus in ſuperficie ſphæræ, ſeu diſtantia CD, interceptus a planis circularibus) ad CD vel CA; & quia Ll ad Rr, ut PL (ſeu PC) ad LR, ideoque $Ll \times LR = PC \times Rr$; ſequitur, menſuram gravitationis particulæ P in hanc portionem exprimi per $\frac{Ll \times LR \times 2VM \times Dd}{PC^2 \times CD}$, vel $\frac{Rr \times 2VM \times Dd}{PC \times CA}$. Hæc vis reducetur ad directionem PC, ſi minuatur in ratione PV (aut PR) ad PC, & tum ejus valor exhibebitur per $\frac{Dd \times Rr \times PR}{CA \times PC^2} \times 2VM$, aut (quoniam ob PR^2 ſeu PV^2 æquale cum $VM^2 + NPM$ per Euclid. 2. 6, vel cum $VM^2 + APB$, & APB quantitatem conſtantem, incrementa momentanea de PR^2 & VM^2 æquari debent, & propterea ſi incrementum rectæ VM ſit Vo, ſemper eſt $Rr \times PR = Vo \times VM$), per $\frac{Dd \times 2VM^2 \times Vo}{CA \times PC^2}$, id, quod incrementum quantitatis $\frac{Dd \times 2VM^3}{CA \times 3PC^2}$ repræſentat, quemadmodum incrementum de VM^3 exprimitur per $3VM^2 \times Vo$, dum VM quantitate infinite parva Vo augetur. Atque hinc liquet, attractionem portionis ſegmenti ſphærici intra plana ſemicircularia ADB, AdB contenti, quæ ex eodem ſegmento reciditur per

pla-

planum alterum, quod in recta NM inſiſtit plano ADB normaliter, eſſe ut $\frac{Dd}{AC} \times \frac{2VM^3}{3PC^2}$: & quia attractio portionis ſphæricæ, quæ generatur revolutione ſegmenti MDN circa axem AB, habet ad attractionem ejuſdem ſegmenti MDN eam rationem, quæ eſt circumferentiæ totius ad arcum Dd, erit attractio portionis ſphæricæ hunc in modum genitæ ut $\frac{c}{r} \times \frac{2VM^3}{3PC^2}$ (ratione nempe peripheriæ ad radium per $\frac{c}{r}$ expoſita), ſive erit directe ut cubus chordæ MN, & reciproce ut quadratum diſtantiæ PC particulæ P a centro ſphæræ. Quare etiam, ſi denſitas ſphæræ data ſit, erit gravitas particulæ P in ſphæram integram, ut cubus hujus diametri, ſeu materiæ quantitas, directe, & ut quadratum diſtantiæ PC reciproce, quandoquidem chorda MN cum diametro AB congruit, dum ſphæra tota ſumitur, ut proinde hæc attractio metienda ſit per $\frac{c}{r} \times \frac{2CA^3}{3PC^2}$.

11. Allata demonſtratio illud quoque perſpicuum reddit, particulam P extra ſphæram poſitam in eandem non ſecus attrahi, ac ſi materia omnis per ſphæræ volumen diffuſa in ejus centrum collecta foret, indeque inſtar unius particulæ adverſus P ageret. Etenim circuli ADBE peripheria eſt $\frac{c}{r} \times$ CA, area

$\frac{c}{r} \times \frac{CA^2}{2}$, ſuperficies ſphæræ $\frac{c}{r} \times 2CA^2$, ejuſdem ſoliditas $\frac{c}{r} \times \frac{2CA^3}{3}$, & hinc maſſæ hujus attractio, quam e centro C in particulam P intervallo CP remotam exerit, exhibenda eſt per $\frac{c}{r} \times \frac{2CA^3}{3PC^2}$, quæ quantitas eſt accurate eadem cum illa, quæ actionem ſphæræ ad hanc diſtantiam metitur, per articulum ſuperiorem. Idem dicendum de gravitate in ſphæras quotcunque, quarum idem ſit commune centrum: unde porro conſequitur, gravitatem particulæ extra ſphæram conſtitutæ in eandem eſſe directe ut quantitatem materiæ in ſphæra contentæ, & inverſe ut quadratum diſtantiæ a centro, quæcunque ſit ſphæræ denſitas in diverſis a centro diſtantiis, modo eadem ſit in diſtantiis æqualibus.

Si attractio mutua particularum fieret in ratione diſtantiæ, eademque ratione creſceret, vel decreſceret, qua hæc augetur vel minuitur; ſphæra etiam in hac hypotheſi ita prorſus ageret, ac ſi maſſa omnis in centrum cogeretur unius inſtar particulæ; at ſecus accidet, ſi aliæ particularum minimarum leges ſtatuantur. Fingamus, particulas minimas ſeſe attrahere mutuo in ratione inverſa diſtantiæ elevatæ ad potentiam, cujus exponens ſit numerus quilibet n ternario minor; erit attractio ſphæræ id genus particulis conſtantis in moleculam in ejus ſuperficie collocatam, ad attractionem materiæ totius in centrum collectæ in eandem moleculam inter-

tervallo radii diſtantem, ut eſt $3 \times 2^{n-2}$ ad $\overline{3-n} \times \overline{5-n}$. Exempli cauſa, ſi attractio particularum inter ſe maneret in omnibus diſtantiis eadem (ut propterea fieret, $n = 0$), ratio expoſita evaderet 4 ad 5; & ſi earundem minimarum molecularum vires eſſent reciproce ut diſtantiæ ſimplices; illa abiret in 3 ad 4, quemadmodum alibi oſtendimus. (*a*)

12. Quoniam particulis ſeſe mutuo attrahentibus in ratione inverſa quadratorum diſtantiæ, demonſtravimus, attractionem ſphæræ in ejuſmodi particulam extra eam poſitam lege eadem teneri, quam moleculæ minimæ ſequuntur, ideoque in ratione duplicata auctæ diſtantiæ a centro minui; neceſſe eſt, ut ipſius etiam particulæ vis in ſphæram, actione ſemper æquante reactionem, in eadem ratione ſit variabilis: & ſi hujus particulæ loco ſubſtituatur ſphæra altera e ſimilibus moleculis compoſita, cum actio totalis hujus ſecundæ ſphæræ eadem ſit, quæ foret totius maſſæ in centrum collectæ, jam fiet, ut binæ ſphæræ eadem in ſeſe lege agant, qua particulæ minimæ in ſingularum centris poſitæ, id eſt, ut earum attractio e proportione quadratorum auctæ diſtantiæ inter centra decreſcat.

13. Cum itaque Newtonus corporum majorum gravitationem in eam, quæ minimarum partium

(*a*) Tractat. de Flux. §. 902.

eſt, reſolverit; lex autem, qua corporum iſtorum gravitas agit, eruta ſit ex ipſis phænomenis ſupra diffuſius expoſitis; ſane ex earum, quas jam prius deduximus, conſecutionum nexu perſpicuum ſit, hac prorſus lege moleculas, e quibus corpora coaleſcunt, teneri. Hac via ratiocinatione provecta illuſtris ille Philoſophus omnem gravitatis a ſphæræ cujuslibet centro ad immenſa uſque ſpatia progreſſum in aperto poſuit. Particula ſcilicet in medio globi totius puncto collocata, in nullam penitus plagam niſum exerit, undique ab ambiente ſphæræ maſſa æquali vi attracta. At ſi quam intra ſphæram nacta ſit a centro diſtantiam, gravitate eo majore urgebitur, quo longius a centro receſſerit, uti Art. 9 docuimus, quod nempe earum materiæ particularum tantummodo actionem experiatur, quæ illa propius a centro abſunt, gravitaſque ſit ut materia attrahens directe, & quadratum diſtantiæ a centro inverſe: quæ res facit, ut, materia rationem cubi ejuſdem diſtantiæ obtinente, tandem gravitandi modus rationem directam diſtantiæ ſequatur, dum particula inde a centro uſque ad ipſam ſphæræ extimam ſuperficiem ſenſim progreditur, ubi vi omnium maxima, quam intra ſphæram habere poteſt, verſus centrum connitetur: at extra ſphæram ſi exierit, ejus gravitas in ratione quadratorum diſtantiæ a centro minuetur, lege per ſpatium omne ad extimos uſque limites obſervanda, ſi quidem nil aliud intervenerit, quod agendi conditiones mutet.

Ser-

Sermo autem nobis hic eſt de gravitatis vi acceleratrice, e celeritate metienda, quam quovis temporis momento dato efficere poteſt: quæ cum corporibus quibuslibet æqualibus temporibus æqualem velocitatem impertiat, ſiquidem ea pari intervallo a centro remota ſint, evidens eſt, eorum pondera, & motus quantitatem, quorum cauſa effectrix eſt gravitas, e materiæ, qua conſtant, quantitate definiri. Generatim cum ponderis, aut motus ratio ineunda eſt, quo ſphæra quævis in alteram, paribus a centro intervallis æqualiter denſam, tendit, ea e triplice proportione componenda eſt, nempe ex illa imprimis, quæ eſt materiæ corporum gravitantium, tum maſſæ ſphærarum, quas gravitate ſua illa corpora petunt, ac denique quadratorum diſtantiarum, quæ inter ſingularum ſphærarum mutuo gravitantium centra ſunt. Atque hanc demum legem in univerſi hujus ſyſtemate locum habere phænomena nos docent. Vid. Artic. 2 hujus Capitis.

14. Itaque Newtonus non detexit modo, ſed etiam obſervationibus quam accuratiſſimis, calculiſque ſummo cum rigore initis ſtabilivit principium gravitatis mutuæ, ſimplex adeo, inter particulas minimas materiæ, quod per univerſum mundi ſyſtema e centro cujuſvis globi ad immenſa ſpatia diffuſum, velut vinculum quoddam corporum tam vaſtorum partes colligat, atque unitas conſervat, dum interim circa centra ſuis ſingula legibus revolvuntur. Eadem illa gravitas, quam in

tellure noſtra tam perſpectam habemus, afficit nempe reliqua omnia, ut quidquid materiæ toto continetur univerſo, in unum quodpiam corporum ſyſtema coaleſcat ejus efficacitati ſubjectum. Et certe principium hoc tam luculento ordine per totum mundi ambitum ſeſe porrigens, cauſæ alicujus ubivis actuoſæ, & potentis generalem quandam in omnia vim & ductum oſtendit.

Noſtro imprimis ævo variæ obſervationes habitæ ſunt, e quibus plurimum huic doctrinæ roboris accedit, & quæ illud præcipue demonſtrant, quod corporum majorum gravitatio e mutua eorum particularum actione proveniat; in quarum cenſum veniunt gradus meridiani a Mathematicis Gallis ſumma accuratione accepta menſura, & perpendiculi a linea verticali deviatio, ex vicini ſcilicet, & ingentis montis attractione.

CA-

CAPUT V.

De materiæ quantitate, & denſitate in ſole, & planetis.

I. AD hæc uſque cognitionem noſtri Auctoris evexit analyſis, dum in cauſas ex effectis inquirens illud e tam accurata phænomenorum conſenſione detexit, quod eorum principium latius multo pateat, quam quis antea ſibi unquam perſuaſiſſet. At vero ut a cauſis jam in aperto poſitis rurſus ad effectus via ſynthetica regrederetur, ſatis non erat, gravitatem omnibus corporibus communem ſtabiliviſſe, ſed præterea, quantum liceret quidem, ipſa virium in mundano ſyſtemate agentium quantitas, & menſuræ conſtituendæ fuerant. Vidimus jam, ab unoquoque corpore gravitatem quaquaverſum ad æqualia a centro intervalla diffundi, quæ materiæ modum ſequatur; vim porro hujus in ſuperficie telluris ipſa nos quotidie experientia docet; & præterea rationem expoſuimus, qua ejuſdem efficacitas in quavis inde diſtantia æſtimanda ſit. Denique ut de viribus totius ſyſtematis in ſingula ejus corpora agentibus recte arbitrari nobis liceat, neceſſe eſt, ut, quam rationem cujuſvis materia ad noſtræ telluris maſſam habeat, decer-

decernamus. Id ſemel ſi præſtetur, jam viribus effectricibus in univerſo ſyſtemate peſpectis, illud ſupererit tantummodo, ut dextra Geometriæ, & Mechanicæ applicatione motus, & phænomena, quæ inde pendent omnia, corporum cœleſtium deducantur.

2. Metiri materiam in ſole & planetis contentam, ſummæ difficultatis problema erat, & quod ſupra humanæ mentis vim videri poterat. Verum quæſtionis tam arduæ, cum de iis inſtituitur, quæ noſſe intereſt plurimum, reſolutionem & commodam, & naturæ ipſi maxime congruentem, Philoſophiæ hujus principia ſuppeditant, jamque Newtonus rationem reperit, quam ad tellurem noſtram materia habet, quæ ſolem, Jovem, Saturnum, ac lunam conſtituit, id eſt, quot globi terræ noſtræ æquales e maſſis ſingulorum illorum corporum efformari poſſent, oſtendit. Et ut rectius animo comprehendamus, qua demum via hanc ille comparationem inire potuerit, id in memoriam revocemus, oportet, quod inter materiam ſingulorum eorum globorum, & gravitatis vim ad æqualia a centris ſpatia, æqua ſit proportio. Quanta porro in tellurem hujus ſit actio, tum e corporum noſtratium deſcenſu, tum e ſupputatis intervallis, quibus luna dato quovis tempore a tangente ſuæ orbitæ deflectit, intelligimus; & quamvis nullo nobis experimento conſtare poſſit ratio deſcenſus corporis cujuſdam gravis in recta verſus ſolem, Jovem, aut Saturnum; cum tamen & planetæ primarii circa ſolem moveantur, & ſatellites revolvantur circa Jovem, & Satur-

turnum, ſi ad calculos revocetur, quantum planeta primarius infra tangentem ſuam certo tempore verſus ſolem, & ſatelles verſus primarium ſuum accedat, id nobis iam fundamentum præbet, cui comparatio gravitatis in ſua cujusvis diſtantia verſus ſolem, aut primarium, cum gravitate lunæ in terram, innitatur; tum vero e lege communi, qua vires hæ mutantur, reperitur ulterius, quæ cujuslibet eorum corporum futura eſſet actio, ſi in eadem a ſole, Jove, Saturno, & terra collocarentur diſtantia; & quam hunc in modum reſpondere ſingulis prodent calculi, eandem maſſæ in iis rationem eſſe conficietur.

3. Plus materiæ in Jove, quam in tellure, eſſe, e ſatellitum motibus facile colligitur, qui omnes breviore tempore periodos ſuas circa illius centrum abſolvunt, quam ſuam luna circa terram, etſi omnes (primum ſi demas) longiore a Jove intervallo abſint, ac luna a terra. Secundi quidem a centro Jovis diſtantia ſuperat diſtantiam lunæ a telluris centro ea ratione, qua numerus 3 excedit binarium, tantoque etiam ampliorem percurrit orbitam, in qua nihilominus revolutionem perficit tempore 3 dierum, & horarum 13, quod ne quidem ſeptimam partem temporis periodici lunæ circa terram adæquat, ut proinde longe majore velocitate, quam luna, moveri debeat. Quod ſi ſatelles centro ſui primarii propior foret, ejus quoque celeritas augeretur, ut in æquali diſtantia cum illa, quam luna a tellure habet, multo hac velocius revolveretur, ideoque etiam majore vi in centrum urgeretur,

tur, quando manifeſtum eſt, motum velociorem in æqualem curvam flecti non poſſe, niſi vi centripeta majore. Atqui materiæ quantitas in corporibus centra occupantibus rationem ſequitur virium attractivarum in æqualibus diſtantiis; quare maſſa Jovis globum conſtituens haud parum excedet illam, qua terra conſtat. Sic non minus clarum eſt, Mercurium ſemel circa ſolem revolvi tempore paullo majore, quam triplo ejus, quo luna terram circuit, quamvis orbitam 140 fere vicibus majorem percurrat, tot ſcilicet vicibus a motus ſui centro magis diſſitus; e quo palam fit, ſatellitem a tellure tantundem remotum, quantum Mercurius a ſole diſtat, lentius multo in orbita ſua progreſſurum, quam Mercurium, ut propterea ſolis attractio vim telluris plurimum vincat, &, quod conſequitur, etiam materiæ plus inſit ſoli, quam terræ. Sic denique Saturni maſſa ſuperare deprehenditur eam, quam tellus continet; & Auctor noſter ad hanc methodum ſubductis calculis, ſolis, Jovis, Saturni, & terræ materiam ea eſſe proportione reperit, qua ſunt numeri 1, $\frac{1}{1067}$, $\frac{1}{3021}$, $\frac{1}{169282}$.

4. Materia jam omni, quæ ſingulorum horum corporum molem conſtituit, hunc in modum reperta, haud impeditus erit calculus, qui, quantum quodvis ſub æquali volumine contineret, detegat, in quo nempe ipſa denſitatum ratio conſiſtit, quæ Auctori noſtro talis obtigit, qualis eſt inter numeros 100, 94$\frac{1}{2}$, 67 & 400, cum eam in ſole, Jove, Saturno, & terra ſupputaret. E quo elu-

elucet, terram eſſe Jove denſiorem, Jovem Saturno; illos ſcilicet planetas e denſiore maſſa eſſe compactos, qui ſoli ſunt viciniores, quo calori majori ex illo globo recipiendo redderentur apti. Ex omnibus autem iſtis perquiſitionibus, quibus abſtruſiorem naturæ partem perſecuti ſumus, intelligimus, omnia in hoc univerſo ſitum obtinere maxime congruum, atque ordine eo eſſe collocata, qui ſapientiam prorſus admirandam ubivis prodat. Si terra in Mercurii orbitam transferretur, nobis penitus inhabitabilis redderetur, maribus, & oceano calore illo mox ebullientibus, & in vapores per auras diſperſis. Si ad Saturni orbem eveheretur, aquas conſtringi glacie, plantas & animalia frigore enecari neceſſe foret. At multo minus diſtantiæ diſcrimen, quo tellus ad ſolem propius accederet, ſatis eſſet, ut zona torrida incolis deſtitueretur; aut ſi ab eo recederet, ut illi telluris tractus, quibus nomen temparatarum zonarum eſt inditum, inculti relinquerentur. Moderatior multo calor Joviali globo, laxioribus partibus conſtanti, convenit; & quam perniciem telluri ad Mercurii locum depreſſæ ſolis propinquitas afferret, eandem fors metuendam haberet Jupiter, ſi globo noſtro ſubſtitueretur. Major adhuc materiæ in Saturni ſphæra raritas tanto ejus orbis a ſole intervallo plane congruit, & quamvis ultimo huic planetarum nonageſies minus luminis & caloris inde obveniat, quam nobis, id tamen haud oberit, quo minus in univerſo ſyſtematis mundani ſpatio hic illi locus ſit maxime omnium opportunus, & alter quivis, quem ſeu Jupiter, ſeu planeta inferior quilibet occupat, æque ſit illi futurus

rus funeſtus, ac nobis Mercurii cum ſole vicinia. Omnes itaque planetarias orbitas Saturnina complectitur; & veluti parum nimis caloris ad ulteriora illa ſpatia penetraret, nullum ultra Saturnum corpus revolvi videmus, quamvis videamus non nulla, quæ inde in ſuis trajectoriis multo propius ad caloris, & luminis centrum deſcendant.

Denique non ſine ratione concludemus, corpora hæc omnia eo ordine, eo ſitu eſſe diſpoſita, ut nulla admodum in iis mutatio fieri poſſet, quæ non ingentia incommoda, ipſumque non nullis exitium inveheret. Carteſio ſuam ſecuto hypotheſin planetæ denſiores a ſole longiſſime removendi fuerant; at Philoſophia ipſius naturæ obſervationibus innixa cauſis finalibus magis congruit, & ubivis Conditoris ſapientiam luculentius ante oculos conſtituit.

5. Cum Aſtronomi nullum circa Mercurium, Venerem, & Martem detexerint ſatellitem, eorum vires attractivas, & quantitates materiæ inter ſe comparandi opportunitate deſtituimur, quæ in ceteris præſto erat. Attamen vero admodum ſimile ex iis fit, quæ de tellure, Jove, & Saturno attulimus, etiam in reliquis planetis denſitates diſtantiis a ſole reſpondere, eorumque globos arctiore textu compactos eſſe, qui minus a ſole ſunt remoti. Supputaverat quoque Auctor noſter vires attractivas, quæ in ſuperficie ſolis, Jovis, Saturni, ac terræ agunt, eamque invenit inter illas rationem, quam ex ordine indicant numeri 10000, 943, 529, 435; quæ res mirum quemdam conſenſum prodit inter vim gravitatis horum corporum tantopere mole diſſidentium, & inter eorum

rum ſuperficiem: adeo, ut licet Jupiter terram pluries centenis vicibus excedat, ejus tamen gravitas in ſuperficie non niſi duplo major ſit, quam telluris in ſua itidem ſuperficie; ea vero, quæ in Saturni ſuperficie agit, una tantummodo quarta parte ſuperet corporum terreſtrium gravitatem.

6. Virium præcipuarum rationibus in univerſi hujus ſyſtemate agentium ita conſtitutis, antequam ad effecta ab illis pendentia gradum faciamus, illud imprimis inquirendum nobis eſt, utrum per ſpatia omni corpore vacua efficaciam ſuam diffundant, an vero medium quodpiam motibus ab illis genitis reſiſtat. Enim vero corporibus prope telluris ſuperficiem projectis non exiguum velocitatis impedimentum ab aere objici cernimus; & ſiquidem hic ad ſpatia illa uſque aſſurgeret, in quibus planetæ ſuas percurrunt orbitas, haud dubium, quin eorum motibus obſiſteret plurimum. Sed quoniam experimentis nobis conſtat, aeris denſitatem virium comprimentium rationem ſequi, quæ ſane aliæ ſunt nullæ, præter atmoſphæræ pondus, neceſſe eſt, ut quævis aeris portio, cum a telluris ſuperficie receditur, ex imminuti ponderis proportione, quod incumbit, minus denſa ſit; & hinc porro efficitur, ut, ſi interim gravitatis ipſius decrementa non conſideremus, atque altitudines inde a terra in progreſſione Arithmetica ſumamus, aeris denſitas iis ſpatiis congruens in progreſſione Geometrica decreſcat. (*) Jam vero obſervationes tum in Galliis, tum in Anglia factæ nos edocent, aeris denſitatem in altitu-

(*) Vide Halleyum in Tranſact. Phil. N. 181. nec non Schol Prop. 40. Lib. II. Princip.

titudine perpendiculari ſeptem millium paſſuum fere æquare partem quartam illius, quam is ad ſuperficiem maris habet; itaque cum ad duplam altitudinem, ſive quatuordecim millia, perventum fuerit, erit denſitas tantummodo $\frac{1}{16}$; ad 21 paſſuum millia, $\frac{1}{64}$; ad 28 millia, $\frac{1}{256}$; ad 35 millia, $\frac{1}{1024}$; ad 42 millia, $\frac{1}{4096}$; ad 49 millia, $\frac{1}{16384}$ pars illius, qua prope mare eſt prӕditus; & ſi ſemidiametri intervallo a tellure recederemus, ſenſu ullo percipi haud poſſet. Ad hæc experimenta iterata, & accuratiſſima evincunt, reſiſtentiam fluidorum, quæ ab inertia materiæ pendet, in denſitatum ratione eſſe; unde ea reſiſtentia aeris, quæ prope telluris ſuperficiem ſentitur, in 49 millium paſſuum altitudine 16384 vicibus minor jam eſſet, neque etiam plurimorum ſæculorum decurſu ejus quidquam percipi poſſet in ſemidiametri telluris diſtantia; unde cum adhuc multo magis decreſcat in iis ſpatiis, in quibus luna revolvitur, hæc ſine ullo motus obice in ſua orbita deferetur.

Ceterum medii alicujus aere tenuioris, quod reſiſtentiam ſub ſenſus cadentem pariat, ſeu iſthic apud nos, ſeu in ſpatiis cœleſtibus, neque ex experimentis, neque ex obſervatione indicium habemus.

Finis Libri Tertii.

Expo-

EXPOSITIONIS PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ

LIBER IV.

Effectus Gravitatis Univerſalis Methodo Synthetica exponuntur.

CAPUT I.

De centro Syſtematis Solaris.

I. POſtquam Newtonus e comperto gravitatis principio ad omnes materiæ particulas univerſe pertinente præcipuas potentias in Mundano Syſtemate agentes definiviſ-

niviſſet, vires, inquam, in ſolem, Jovem, Saturnum ac terram; poſtquam etiam corporum cœleſtium motus in ſpatiis aut reſiſtentia penitus liberis, aut certe tam exigua impeditis, ut ejus effectus omnem effugeret ſenſum, peragi certis indiciis cognoviſſet, eo ſeſe jam vidit loco, ut ſyſtematis univerſi expoſitionem methodo ſynthetica deducere, atque effecta e cauſis tanta cum evidentia ſtabilitis eruere ſibi liceret. Scilicet quodvis principium generale naturæ rite ſemel demonſtratum ingentis acceſſionis loco in Philoſophia habendum eſt, maxime ſi & de mutationis lege, & directione, & viribus ipſis id genus potentiæ non minus luculenter conſtiterit. Quanta autem ejus, de quo agimus, ſit fœcunditas, tam varia phænomena, quorum rationes inde pendent, longe clariſſime teſtatum faciunt. Itaque perveſtigationem ſuam Newtonus a centro ſyſtematis univerſi orditur. Pythagoræi equidem hac excellentiæ nota ſolis centrum donarunt; telluris, qui Ariſtotelem, & Ptolomæum ſequebantur: at cum Newtonus hæc duo corpora in ſeſe mutua gravitate urgeri deprehendiſſet, & ſingula in reliqua omnia totius ſyſtematis, ea non magis a motu eximia cenſeri poterant, ac aliorum quodlibet.

2. Totius ſyſtematis centrum gravitatis unicum eſt punctum, cui quietem tribuere fas ſit; illi ſcilicet, in quod univerſa concurreret materia corporea per mundum ſparſa, ſi cohibitis corporum motibus, quibus circa illud deferuntur, gravitatis viribus libere agendi poteſtas fieret. Mutua corporum actio, alterius in alterum attractio, aut repulſio

ſio, ſtatum hujus centri intactum relinquit penitus, nec minimum mutat, ut proinde aut quieſcere debeat, aut in linea recta uniformi motu progredi. Et ſi porro communem omnium rogemus ſententiam, ſi ſenſus, ſi rationem, ſi obſervata conſulamus, nihil deprehendemus omnium, quod huic motum tribuere ſuadeat. Itaque commune hoc gravitatis centrum unum erit punctum immobile, reliquis omnibus univerſi corporibus variis circa illud motibus agitatis.

3. Quoniam autem leges agendi, quas natura in gravitate ſequitur, ex iis perſpectas habemus, quæ in telluris noſtræ ſuperficie quotidie evenire cernimus, corporum ſyſtematis ſolaris motus e mutua gravitatione ortos, non aliunde illuſtrare commodius poſſumus, quam e quibuſdam eorum imaginibus in terra ſeſe prodentibus, poſtquam tam luculenta congruentia inter vires noſtratia corpora impellentes, atque eas, quæ cœleſtia afficiunt, fuit deprehenſa. Extra dubitationem eſt, quod ſi corpus a quavis potentia, aut machinæ cujuſvis ope, in aerem ejiciatur, vis illa æquali niſu in oppoſitum tellurem quoque impellat; & ſi quidem tanta foret, quanta integro alicui monti, aut majori etiam portioni hunc in modum jaciendæ ſatis eſt, pari impulſu directione contraria reliquum hujus globi urgeret, ea quidem ratione, ut cum ejecta illa prior portio in curva ſua moveri inciperet, pars reſidua in oppoſitum æquali motus quantitate ferretur; verum eo minore cum velocitate, quo ejus materia maſſam illius magis ſuperaret: itaque telluris ambæ

portiones in ſua quævis moverentur orbita circa commune gravitatis centrum, quod ſtatum, quo ante projectionem erat, conſervaret eundem. At ſi deinceps motus utriuſque hujus partis medii reſiſtentia extingueretur, denuo circa illud in unum veluti cumulum ſeſe conjungerent. Si conſimili ratione plures terræ portiones projicerentur, commune gravitatis centrum nihil per impreſſos eis motus turbaretur, ſed eæ omnes circa hoc revolvi pergerent, ita, ut ſumma motuum una ex parte hujus centri, omnino eſſet eadem, ac ex altera: id, quod etiam locum habet in omnibus exiguis illis motibus corporum, qui in tellure quotidie efficiuntur.

4. Jam vero in motibus hiſce, de quibus nunc diximus, exemplar quoddam habetur eorum, qui in ſolari ſyſtemate in maximis fiunt corporibus: nec enim minus partes ſyſtematis mutua gravitate ſeſe conjungere nituntur, quam telluris quævis portiones; atque ut hæ diſſectæ, & ratione, quam indicavimus, projectæ circa centrum ſuum commune gravitatis moverentur; ita & cœleſtia corpora circa ſuum commune centrum orbitas ſuas deſcribunt; aut vero uti nunc quotidie projecta a nobis corpora prope telluris ſuperficiem circa globi noſtri, ipſorumque commune gravitatis centrum curvarum ſuarum portionem percurrunt: ut in eo tantum diſpar ſit vaſti hujus ſyſtematis conditio, quod globi cœleſtes inde ex maximis intervallis impulſi ſint, ita definita virium menſura, ut planetarum orbitæ circulis ſint admodum propinquæ, quo fit, ut neque multum a ſole recedant, neque accedant ad eum

pro-

propius, cum revolvuntur. Verum nequicquam Mundi Creator hæc corpora ita feciſſet denſa, ut diſtantiæ ratio poſcebat, niſi inter vires proportionem quandam conſtituiſſet, qua periodos ſuas ad eadem intervalla peragere poſſent, neque longius ab iis exerrare: & quemadmodum vis tam vaſtis corporibus (quorum aliqua terræ molem ſæpius excedunt) impellendis neceſſaria primi motoris potentiam manifeſtam reddit; ita juſta ejus proportio, & definita lege pro diverſis planetarum intervallis variata, directioque opportuniſſima, ſapientiam ſupremi Moderatoris declarant.

5. Fingere licet, univerſam mundani ſyſtematis maſſam primum illic in unum globum collectam fuiſſe, ubi nunc eſt entrum commune gravitatis totius ſyſtematis: ex hoc ſubinde varia corpora formata eſſe, atque ad congrua ſingula intervalla ſeparata, ubi motus projectionis illis fuerit impreſſus; potentias autem, quæ hæc corpora diſjunxerint, atque ad motum impulerint, obſervaſſe naturæ legem, actioni ſemper æqualem reactionem requirentis, & cui reipſa omnis generis vires ſubjacent. Hunc in modum cœleſtium corporum motibus initium ſi factum fuiſſet, procul dubio perpetuo iidem perſiſterent, quin ullum motum in ſyſtematis totius centrum unquam inveherent.

6. Atque cum ſemel corpora in ſuis orbitis moveri cœperint, nil vetat ponere præterea, illis ex quædam in minores portiones diviſa eſſe, potentiis iiſdem legibus agentibus: unde ortum duxerint ſcilicet minora alia, & peculiaria ſyſtemata,

veluti terræ ac lunæ, Jovis & Saturni cum ſuis ſatellitibus. Et in ejuſmodi quidem peculiari ſyſtemate nullum corpus quieſcet: terra & luna circa commune ſuum centrum gravitatis revolvuntur, dum interea illud ipſum motu certis definito regulis circa magni ſyſtematis centrum agitur. Idem de Jove, Saturno, eorumque comitibus cenſendum. Leges porro naturæ certos nos reddunt, motus corporum in minoribus ſyſtematis circa commune gravitatis centrum, haud quaquam officere illi, quo ipſum circa ſolaris ſyſtematis centrum fertur. Conſtituto denique ſecundæ claſſis quopiam ſyſtemate, facile patet, poſſe nova corporum ſectione inferioris adhuc ordinis ſyſtemata enaſci. Verum in natura diviſio non tam longe progreditur, niſi quis velit ejus generis exemplum haberi in motibus corporum prope planetarum ſecundariorum ſuperficiem projectorum.

7. Supereſt, ut jam conſideremus, ubinam hoc quietis punctum, ſive commune ſyſtematis totius gravitatis centrum collocandum ſit? & ex his, quæ ſuperius expoſuimus, manifeſtum ſane eſt, illud haud poſſe longe a ſole abeſſe, utpote cujus maſſa, immane, quantum materiam omnem reliquorum globorum cœleſtium, ſi una accipiantur omnes, exuperet. Multo vero id etiam cognoſcetur clarius, ſi, quæ de centro gravitatis alias attulimus, in memoriam revocentur; hoc ſcilicet tanto ſemper ceteris majori corpori eſſe vicinius, quanto id reliqua amplius excedit. Planetis aliis mole præſtat Jupiter, qui tamen non niſi $\frac{1}{1067}$ partem ſolis æquat, ut

ut proinde horum globorum commune gravitatis centrum millies ſexagies & ſepties ad ſolem propius, quam ad Jovem conſtituendum ſit: & quoniam Jupiter a ſole paullo magis, quam 1067 ſemidiametris ſolaribus remotus eſt, conſequens eſt, ſolis, Joviſque centrum gravitatis parum admodum extra ſolis ſuperficiem reperiri. Saturnus Jove & minus denſus eſt, & mole multum inferior, ut proinde Saturni & ſolis gravitatis commune centrum intra ſolis ambitum contineatur. Hac methodo evidens plane fit, quod planetis omnibus in eadem recta ex eadem ſolis parte collocatis commune gravitatis centrum omnium horum globorum vix ſemidiametro a ſuperficie ſolaris corporis remotum foret, quod quidem maximum omnium eſt intervallum, ad quod unquam poſſit recedere. Quare licet ſol perpetuis motibus circa gravitatis commune centrum agitetur, cum tamen in tanta ejus ſemper conſtitutus ſit vicinia, non immerito ab Aſtronomis velut ipſum ſyſtematis totius centrum ſpectetur. Ita quippe exiles illæ impulſiones a potentiis corpora in altum ejicientibus in globum noſtrum factæ, & quæ, ſi accurate loquamur, motum quempiam reapſe in eo efficiunt, non vetant, quo minus telluris quietem nihil turbari arbitremur, viribus tam exilibus non minus, quam earum effectibus, inſuper habitis.

CAPUT II.

Cur e Gravitate communi non nihil turbationis in motus Planetarum redundet.

I. SI Planetæ nullis aliis viribus afficerentur, quam in ſolis centrum nitentibus, atque ſecundum generalem gravitatis legem agentibus; ſique præterea centrum illud in quiete perſtaret, eorum circa ſolem motus conſtante ſemper ordine perageretur, nullique perturbationi foret obnoxius. At enim vidimus, hos globos actioni virium in ſingula reliqua ſyſtematis planetarii corpora tendentium expoſitos eſſe. Quare ut certi quidpiam de harum potentiarum effectu conſtitui poſſit, fingit imprimis Newtonus, duo corpora æquali vi ſeſe attrahentia circa commune gravitatis centrum revolvi. Et quoniam mutuæ eorum gravitationis directio ex altero ad alterum perpetuo per commune gravitatis centrum tranſit, ac præterea eorum ab hoc centro diſtantiæ eadem proportione mutantur, qua diſtantiæ alterius corporis ab altero; conficitur, ea debere areas æquales æqualibus temporibus deſcribere, & figuras ſimiles inter ſe non modo circa commune illud gravitatis centrum, verum etiam, ſi alterum circa

ca alterum quieſcens revolveretur (*). Unde mutua horum corporum attractio nihil penitus obturbaret ordinatæ alterius circa alterum periodo, qua demum cunque lege eorum gravitatem adſtringi quis velit; ſed illud tantummodo diſcriminis inde exiſteret, quod breviore tempore utrumvis circa commune gravitatis centrum revolutionem ſuam abſolveret, quam ſi manente eodem utriuſque intervallo alterum quieſceret, alterum circa quieſcens moveretur, vi centripeta non mutata: quippe cum orbitæ circa centrum gravitatis commune deſcriptæ minores forent, quam quæ ab alterutro circa alterum quieſcens percurreretur (quod ſcilicet idem inter utrumvis intervallum manere ponatur), atque huic undique ſimiles, minore utique temporis ſpatio conficerentur.

2. Si tria, plurave corpora mutuis ſeſe viribus attrahant, cujuſvis gravitatio reliquorum actionibus genita e legibus compoſitionis motus definienda eſt, & ſi quidem gravitatis agendi ratio communis ſit cum ea, quam in ſolari ſyſtemate vigere oſtendimus, corporis niſus haud quaquam ad commune omnium gravitatis centrum, vel certum quodpiam punctum ſpectabit, ſed jam in hanc illius centri partem, jam in alteram dirigetur, ut nequeant areæ æqualibus temporum intervallis æquales circa ullum totius ſyſtematis punctum a radiis vectoribus verri, atque corporum motus perquam turbatos enaſci ſit neceſſe. At vero ſi inter hæc corpora unum

(*) Princip. Lib. I. Propoſ. 58.

unum aliquod cetera magnitudine multum ſuperet, ut ejus actionis comparatione aliorum vires vix in computum venire poſſint, centrumque gravitatis commune proxime ab eodem abſit, motus in hoc ſyſtemate parum admodum a legibus aberrabunt, areis æqualibus temporibus proxime æqualibus reſpondentibus, & orbitis corporum vix ab ellipſibus diſcrepantibus, in quarum altero foco centrum illud ſit conſtitutum. Quis vero non videat, rem ita prorſus cum ſole & planetis habere, ſi quæ de eorum materiæ quantitate diximus, animo reputet? unde non modo ad leges exacti planetarum motus e gravitate deducuntur; verum etiam exigua quælibet eorundem perturbatio ex eodem principio eſt repetenda. Porro peculiaria Saturni, Jovisque, & eorum comitum ſyſtemata ad hunc omnino modum comparata ſunt; at quod ad tellurem & lunam, etſi magnitudinum minus ſit diſcrimen, & commune utriuſque gravitatis centrum longius a terra removeatur, quoniam tamen non niſi duobus corporibus hoc ſyſtema conſtat, vix quicquam turbarum eorum circa commune centrum periodis infertur, aut certe cognito illo centro non admodum difficulter definitur. Peculiaria hæc telluris, Jovis ac Saturni ſyſtemata circa commune ſolaris centrum gravitatis deferuntur, quin mutua planetarum gravitatio, qua cujusvis partes in ordine continentur, e ſolis actione æquabiliter in ſingula corpora directa damnum patiatur. Dum claſſis integra currentibus, quas vocant, aquis, in ſingulas naves æquali vi illapſis abripitur, motus inter ſe comparati haud quicquam mutantur, & ne quidem

per-

percipi poſſet curſus ille contrarius, ſi, qui iis vehuntur navibus, nihil viderent, quod non eadem communis fluxio auferret ſecum. Pari ratione, ſi eadem directione, eademque vi ſol in ſyſtemata ſecundaria ageret, peculiaribus eorum corporum motibus nihil afferret mutationis, nec id quidem unquam obſervare liceret, niſi cum ſtellis fixis ineretur comparatio, aut cum alio quopiam corpore extra ſyſtema particulare poſito, aut ſi quod foret aliud, quod non eodem modo, ac reliqua, vi ſolis afficeretur. Sed quia neque conſtans omnino eſt ſolis actio in partes horum ſyſtematum, neque etiam eadem ſemper ejus directio, aliquantum inde ut motus varientur, eſt neceſſe.

3. Quanquam vero ſol, inferioresque planetæ conjunctis viribus in planeta quopiam ſuperiore niſum efficiant, qui non accurate commune gravitatis centrum reſpiciat; quoniam tamen ab hoc longe minus, quam a quolibet alio aberrat, ſuperioris planetæ motus magis cum legibus conſentiet, ſi attractionis centrum in eo figatur puncto potius, ac in alio quocunque, &, quam percurret, ellipſis exacta erit, ſi focum inferiorem illic habuerit. Equidem alterius hoc remotioris planetæ actio non deſtituetur penitus effectu in motum ejuſmodi ellipticum; at quia ſimul in omnes inferiores planetas hujus vis exeritur, qua quidem ejus parte hi omnes afficiuntur æqualiter, æqualique directione, nihil inde motus deflectet a regulis, ſed ea tantummodo portione, qua actionum diſcrimen definitur. Et quoniam hoc tam exiguum eſt, atque effectus inter ſe oppoſi-

poſitos pro contrario remotioris illius planetæ ſitu in diverſis orbitæ locis gignit, vix quicquam mutationis etiam plurium revolutionum tempore inde exiſtet in orbita planetæ medii.

4. Actio Jovis in Saturnum, cum maxima eſt (dum nempe conjunctionis tempore minimo intervallo diſjunguntur) virium ſolis in Saturnum pars ducenteſima quarta eſt, ſiquidem materia in ſole contenta cum maſſa Jovis, & quadratum diſtantiæ ſolis a Saturno cum quadrato diſtantiæ Jovis ab eodem Saturno comparentur. Non caret equidem hæc actio effectu ſuo, & Saturni orbita magis cum ellipſi conſentire deprehendetur, ſi focus non in centro ſolis, ſed in centro communi gravitatis ſolis & Jovis, aut potius ſolis, omniumque planetarum Saturno inferiorum, conſtituatur. Eodem modo reliquorum planetarum ſingulorum orbitæ minus ab ellipſibus diſcedent, ſi focus earum alter in centro gravitatis ſolis, ac ſingulis inferiorum ponatur.

5. Jovis quidem tota actio ad perturbandum Saturni motum impenditur, quandoquidem, cum in conjunctione verſantur hi duo planetæ, ejus directio in Saturnum oppoſita eſt directioni in ſolem. At quia tum Saturnus in Jovem & ſolem eadem directione agit, nihil Jovis circa ſolem motui officeret, ſi vis, qua in utrumque hoc ſidus gravitat, eadem foret; unde tantummodo exceſſu illius in hunc planetam ſupra eam, qua in ſolem nititur, Jovem a definito alias curſu deflectit. Jam vero hoc virium diſcrimen non niſi $\frac{1}{1923}$ partem actionis ſolis in

in Jovem æquat, atque adeo minus longe eſt, quam Jovis gravitatio, qua is Saturnum e ſua orbita dimovet. In ceteris planetis actiones alterius in alterum his multo inferiores ſunt, multoque minus obſunt ordinatis motibus, ut planeta quiſque ſolem propius ambit. Una telluris orbita paullo magis exerrare poterit, quam aliorum vicinorum planetarum, quod circa ſyſtematis ſui peculiaris gravitatis centrum revoluta tellure, illud ipſum interea centrum orbem annuum circa ſolem percurrat.

6. Si planetæ & a ſeſe mutuo, & a ſole attraherentur, at non item ſol a planetis, hujus reactionis defectu fieri neceſſe foret, ut commune gravitatis magni ſolaris ſyſtematis centrum moveretur, e quo novi rurſus errores in orbitas inducerentur. Et ſi porro planetæ primarii non mutuis traherentur a ſuis ſatellitibus viribus, uti hi ab illis, alter item aberrationum fons inde oriretur. Denique ſi majoris molis planetæ Jupiter & Saturnus in orbitis magis contractis deferrentur, eorum vis motus ſyſtematis planetarii multo redderet intricatiores; at cum tanto ſupra cetera cœleſtia corpora intervallo revolvantur, æqualiter fere in ſolem, & inferiores planetas agunt, eorumque circa ſolem motus parum admodum immutant; e quo etiam illud redundat commodi, quod minor ſit ſolis vis ad ſatellites perturbandos. Licet autem terra cum luna in ſpatiis ſoli longe vicinioribus periodos ſuas peragant, paucioribus tamen erroribus obnoxiæ ſunt, quod ſyſtema hoc non niſi e duobus corporibus componatur. Erit in ſequentibus oſtendendi locus, intra planetarum orbes comet-

tas exiguo morari tempore, & maxima revolutionum parte ad tam immenſa recedere ſpatia, ut nulla pene vi in planetarum motus influere poſſint. Atque ex his apparet, gravitatis legem, ejus agendi rationem, corporum cœleſtium in univerſo hoc ſyſtemate collocationem, omnia denique conſpirare, ut motus omnes quam accuratiſſime ſervent ordinem. Verum his majus adhuc lumen e ſequente Capite accedet.

CAPUT III.

Cur Planetæ ſingulis revolutionibus ad ſolem propius accedant, indeque rurſus diſcedant.

I. Expendimus adhuc vires in ſolari ſyſtemate agentes, illaſque, quæ planetas in definitis ſingulis orbitis retinent, multo potiores deprehendimus, quam quæ conſtantem eorum curſum perturbare annituntur. Jam illud ad examen revocandum, qua ratione e potentiarum iſtarum actionibus motus in hiſce orbitis enaſcatur; qui item fiat, ut planeta quiſque, cum circa centrum, in quod gravitat, revolvitur, alternis ab illo aſcendat & deſcendat. Res hæc eo potiore jure in luce debita conſtitui poſtulat, quod nihil ſimile in gravium

vium motibus prope telluris ſuperficiem evenire cernamus, quæ mox in terram gravitate ſua recidere coguntur: ſeu enim ad perpendiculum ſurſum ejiciantur, ſeu oblique impulſa ferantur, paullo poſt pondere ſuo relapſa ſolo alliduntur. Hinc ſcilicet eſt, quod multis difficile accidat, animo ejuſmodi planetæ motum concipere, quo, poſtquam ad ſolis viciniam majorem pertigit, rurſus ab eo recedat longius, maxime cum ejus in ſolem gravitas intervallo imminuto augeatur, decreſcat aucto. Proclive nempe eſt, ut ſibi perſuadeant, acceſſu ſemel ad ſolem facto corpus debere magis ſemper, magiſque propinquare, dum tandem in eum globum concidat, more corporum noſtratium in tellurem relabentium.

2. Verum duarum rerum iſthic conſideratio permagni eſt momenti, imprimis velocitatem quamlibet, quavis demum machina, quæ & ſumma violentia, & maxima pernicitate corpora ejicere in altum poſſit, impreſſam haud quaquam in comparationem cum illa venire poſſe, quæ intra pauca minuta temporis a gravitate in cadentibus efficeretur; tum etiam ſpatia a projectis confecta tam eſſe exilia, ſi ad diſtantiam centri telluris referantur, ut gravitatis directio a lineis parallelis vix aberret, ac propterea vis centrifuga, rotatione circa centrum genita, inſuper habeatur. At ſi jactus in amplioribus ſpatiis ſpectemus, corpuſque in orbita ſua delatum perſequamur longius, gravitatis directio jam conſideranda nobis eſt velut in centrum convergens, atque ratio vis centrifugæ, e rotationis motu circa

idem centrum ortæ habenda. Equidem & ejuſmodi gravitatis leges ſe nobis offerent, quibus corpus propius ſemper ad centrum deſcendens in illud tandem decideret; at nec aliæ deerunt, quibus alternos acceſſus & receſſus reciprocet. Jam vero quid inter has interſit, videndum nobis eſt.

Et primo quidem cuivis perſpicuum eſt, facile definiri vim, qua corpus in centrum S (*fig.* Fig. 65. 65) attractum recta A E ad A S perpendiculari impelli debeat, ut in circulo A L *a* æquabiliter latum, peracta periodo in locum A motu, quem ab initio accepit, redeat. Vis enim eadem gravitatis corpus A a tangente ſua A E dimovere nitens, in quovis alio puncto L ex æquali ab S intervallo in illud agit, atque æquali tempore tantundem a tangente deflectit. At quoniam e rotationis motu vis a centro abeundi genita gravitati par eſt, neutra plus in corpus poterit, quod proinde neque a centro diſcedet unquam longius, neque etiam propius accedet. Si projectionis impulſum augeri ponamus, gravitatis quoque vis ut creſcat, neceſſe eſt, ut corpus in eodem permaneat circulo, idque ea lege, ut ſi dupla fuerit impulſio, attractio in centrum non niſi prioris quadrupla eidem deſcribendo circulo ſufficiat, quandoquidem A K duplam A L æquante, punctum K quadruplo longius a tangente removetur, quam L, uti ſuperius oſtendimus. Hinc generatim gravitas corpus in eodem circulo retinens duplicatam ſequitur vis projectionis rationem, & (quod conſequitur) celeritas ſubduplicatam gravita-

tis;

tis; nempe ſi ſumantur attractiones ut 1 & 4, velocitates futuræ ſunt ut 1 & 2.

3. Corpus e minore a centro virium diſtantia eadem velocitate projectum, velut e D, majore gravitate urgeri debet, ut in circulo moveatur; quippe cum hujus major ſit curvatura, extremum P arcus D P, cum A L æqualis, longius abeſt a tangente in D, quam punctum L a tangente in A, ea quidem ratione, qua arcus D P magis curvatur, ſeu qua intervallum S D minus eſt, quam S A. Quod ſi porro projectionis celeritas in D augeatur, qua longior ſcilicet arcus D Q eodem temporis ſpatio percurri poſſit, gravitas ſimul, ut corpus ex hoc circulo non exerret, in duplicata ratione creſcat, oportet; cum & Q T ad P R ſit in ratione duplicata ſpatii D Q ad D P. Sit exempli cauſa velocitas in D ad velocitatem in A, ut eſt S A ad S D, erit Q T ad P R ut quadratum S A ad quadratum S D; & Q T ad L M, ut cubus S A ad cubum S D, id eſt, vires, quibus corpora in circulis retinentur, ſunt reciproce ut cubi radiorum, dum velocitates ſunt in ratione inverſa ſimplice radiorum eorundem; & e contrario, ſi vires centrales ſint in ratione inverſa triplicata radiorum, velocitates projectionis ad diverſos circulos deſcribendos neceſſariæ ſunt reciproce ut diſtantiæ a centro virium.

4. Univerſe itaque, cum gravitates corporum in circulis circa commune centrum latorum creſcant ſimul in ratione quadratorum celeritatum auctarum, ſimul in ratione inverſa diſtantiarum; ut celeritates

ritates comparari poſſint, quæ projectione imprimendæ ſunt corporibus in illis circulis movendis, evidens eſt, debere rationem gravitatum cum ratione diſtantiarum in unam componi, atque inde haberi rationem quadratorum velocitatum. Hunc in modum cum in ſyſtemate planetario duorum corporum, quorum diſtantiæ ſunt ut 1 ad 4, gravitates ſint ut 16 ad 1; hæ rationes compoſitæ exhibent rationem 16 ad 4, vel 4 ad 1, quadratorum ſcilicet velocitatum, ut ipſæ propterea velocitates ſint ut 2 ad 1. Et hac quidem methodo, quæcunque ſit gravitatis lex data, definiri poterit ratio velocitatum in quibuſvis a centro virium S intervallis, quibus impellenda ſunt corpora, ut circa illud in circulis deferantur.

5. Si corpus minore cum celeritate projiciatur e loco A (*fig.* 64), quam quæ requiritur, ut in circulo moveatur, neceſſe eſt, ut intra circulum recidat. Etenim niſus a centro abeundi e motu circa S genitus minor tum eſt, quam quem haberet corpus in circulo progrediens, atque id in ratione, qua velocitatis illius quadratum minus eſt, quam foret in circulo; quare in eadem ratione a gravitate ſuperatur, ut corpus gravitatis exceſſu ſupra vim centrifugam propius ad centrum accedere cogatur. Præterea motus corporis per arcum orbitæ A B M deſcendentis accelerari debet, deſcriptis ſemper a radiis vectoribus intra æqualia temporis ſpatia areis æqualibus; ac velocitas in M tanto major erit, quam in A, quanto S A major eſt, quam S P, ſeu perpendiculum e centro virium ad tangentem orbitæ in

Fig. 64

M de-

M demiſſum. Nam ſi arcus A K, M N eodem percurrantur tempore, areæ triangulares A S K, M S N æquantur, ideoque baſes A K, M N rationem inverſam altitudinum S A, S P ſequuntur: cum itaque velocitates ſint ut arcus A K, M N, eædem quoque in ratione reciproca S A & S P erunt. Hinc velocitas in orbita ex A in M magis augetur, quam minuantur diſtantiæ S A, S M, quippe cum S A ſit ad S P in majore ratione, quam S A ad S M. Tum vero unice, quando denuo directio corporis ad radium vectorem ex S ductum ſit perpendicularis, velut in puncto quopiam B, S M & S P congruent, & velocitatum ratio erit eadem cum inverſa diſtantiarum S A, S B.

6. Quando corporis in B directione ad S B normali projecti tanta eſt celeritas, ut excedat eam, qua circulus B G H circa virium centrum ad diſtantiam S B deſcribi poſſet; corpus extra circulum hunc feretur, & a centro S diſcedet. Scilicet id ſi fiat, motu rotationis major generatur vis centrifuga, quam ſi corpus in circulo B G H moveretur, quæ proinde gravitatis actione ſuperior erit, & exceſſu ſuo corpus ab attractionis centro S removebit. Porro dum corpus aſcendit, ejus motus perpetuo imminuitur, utpote gravitatis actione retardatus, ut velocitas ubivis minor futura ſit, quam in B, in ratione S B ad S *p*, id eſt, ad perpendiculum ex S ad lineam directionis, quam motus ſequitur, demiſſum.

7. Deſcendit itaque Planeta a puncto A, (quod *apſidem ſuperiorem* dicunt) ad punctum B, *apſidem inferiorem*, indeque rurſus ad A enititur. Nempe deſcenſus cauſa eſt acceſſus ad centrum attractionis, cum in A minore feratur celeritate, quam qua opus foret ad eum retinendum in circulo ad intervallum SA circa centrum S. Et quoniam in deſcenſu propior ſemper fit ſuo centro S, majorem nanciſcitur celeritatem, quam quæ ſatis eſſet percurrendis circulis ad illas diſtantias. Eſt enim celeritas in orbita, cum ad B pertigit, velocitate in A tanto major, quanto minor eſt SB, quam SA, dum celeritas in circulo deſcribendo radio SB tantummodo excederet eam, quæ neceſſaria eſt ad circulum radii SA percurrendum, in ratione $\sqrt{SA}$ ad $\sqrt{SB}$, & ſiquidem poneretur SA ad SB, ut 4 ad 1; prior ratio foret 4 ad 1; altera tantum 2 ad 1. E quibus clarum fit, quantum velocitas in orbitæ puncto B eam ſuperare poſſit, quæ haberetur in circulo ad idem ſpatium, etſi in orbitæ loco A minor fit, quam qua Planeta in circulo ad diſtantiam SA deferri poſſet. In ſuperiore orbitæ parte celeritas corporis minor eſt illa, quæ motui in circulos circa S efficiendo par eſt; at enim majora accipit incrementa in acceſſu ad centrum attractionis, quam ut enaſci poſſit illa velocitas, quæ circulis ex iiſdem intervallis deſcribendis eſt opportuna, ut proinde in infima orbitæ parte eam ſuperet. Verum in binis apſidibus altera vincit alteram vicibus alternis: quæ ad circulos requiritur, in ſuperiore apſide; qua orbita percurritur, in inferiore. Hinc dum corpus velocitate orbitæ, quæ circularem excedit, ex B digreditur, hæc

hæc (quæ circulis ſatis eſt) ſenſim ſuperat velocitatem orbitæ, ſcilicet non tantis imminuta decrementis, quantis iſta lenteſcit, ut corpus in aſcenſu dimidiam ellipſin percurrere debeat, æqualem, ſimiliterque poſitam alteri dimidiæ, quam in deſcenſu deſcripſit.

8. Gravitas quidem in B excedit gravitatem in A ea proportione, qua diſtantiæ quadratum minus fit. Verum conatus a centro abeundi e motu circa S enatus, in majore creſcit ratione, ea nempe, qua diſtantiarum cubi decreſcunt. Nam vires centrifugæ ſunt in ratione compoſita e directa quadratorum velocitatum, & inverſa diſtantiarum ſimplicium; eſt vero prima harum eadem cum reciproca duplicata diſtantiarum, atque ideo ex iis compoſita eſt ratio inverſa cuborum diſtantiarum. Quare neceſſe eſt, ut vires centrifugæ magis creſcant, quam gravitates; & quamvis hæ ſuperent in ſuperiore orbitæ parte; illæ tamen alternis vicibus in inferiore vincent. Unde attractio in apſide ſuperiore viribus ſuperior efficit, ut corpus ad punctum S accedat; vis centrifuga in inferiore ab eodem S illud rurſus dimovet, ut conſequenter utriuſque actione ab apſide altera ad alteram planeta revolvatur.

9. Ex iis, quæ diximus, perſpicuum eſt, poſſe corpus a ſuperiore apſide ad inferiorem deſcendere, indeque iterum aſcendere ad illam, ſiquidem velocitates neceſſariæ ad corpus retinendum in circulis circa virium centrum in acceſſu ad hoc creſcant in minore ratione, quam celeritates, quibus orbita A

MB deſcribitur. Nam licet velocitas in circulo ad maximam diſtantiam excedat velocitatem in orbita; hæc tamen decreſcentibus diſtantiis magis augetur, itaque cum corpus ad infimam orbitæ partem pervenit, ſuperat velocitatem, qua iſthic deſcriberetur circulus, ideoque rurſus a centro longius abducitur. At ſi velocitates deſcribendis circulis congruentes in acceſſu verſus centrum attractionis, ſeu in majore, ſeu in eadem ratione, qua velocitas in orbita, creſcant, tum vero, cum velocitas in puncto orbitæ A poſita ſit minor, quam quæ haberetur in circulo, hæc ſemper minor manebit, neque unquam illas poterit ita excedere, ut corpus denuo a centro removeat. Quare id ubi evenit, corpus nunquam iterum recedet a centro, cum ſemel ei vicinius eſt redditum, ſed ad minora uſque intervalla accedet, donec tandem in ipſum recidat. Etenim inde ab A verſus centrum propius admoveri incipiet, quod minorem habeat celeritatem, quam qua poſſit ex eo puncto circulum deſcribere: tum quidem augetur ejus celeritas, ut ad minores ſemper pervenit diſtantias; ſed quoniam velocitates, quæ corpus ad eadem ſpatia a centro S in circulis deferre poſſent, tantundem creſcunt, velocitas in orbita ſemper hiſce erit inferior, quibus in circulis moveretur, ut propterea acceſſus ad centrum futurus ſit perpetuus.

10. Ut jam definiantur limites legis gravitatis, & virium projectionis, intra quos corpus vel ad centrum decidit, vel rurſus inde abit, conſiderandum nobis eſt, velocitates in orbitæ punctis A & B eſſe in ratione inverſa diſtantiarum eorundem lo-

corum

corum a centro gravitationis; & ſiquidem gravitas augeatur in ratione cuborum diſtantiarum decreſcentium, eſſe velocitates pro circulis in A & B neceſſarias in eadem ratione inverſa diſtantiarum puncti S ab A & B. Quare hæc ſi ſumatur gravitatis lex, celeritates in circulis, & in locis orbitæ A & B, eadem proportione mutantur, & quæ in altera harum diſtantiarum major fuerit, in altera quoque excedet, ita, ut ex eadem cauſa, qua corpus ab A verſus punctum S accedit, itidem ex B acceſſum proſequi debeat; aut vero ſi ex B recedat ab S, etiam ex A longius ſemper abeat: hoc eſt, accedendi ſemel facto initio, corpus ſemper ad majorem deferatur viciniam; & ex oppoſito, ſi aliquando recedere cæperit, receſſus nunquam abrumpatur. Idem vero etiam evincitur ex illis, quæ de vi centrifuga attulimus, quæ in eadem orbita in ratione cubica imminutæ diſtantiæ augetur, ſive in eadem, in qua gravitas, ut præſens fert hypotheſis. Unde quæ harum virium in quavis apſide fuerit altera ſuperior, neceſſe eſt, ut etiam ſit in altera, ſiquidem apſidibus in orbita locus foret; & corpus vel perpetuo a centro recedet, vel ad illud accedet perpetuo.

11. Si gravitatis vires augeantur in ratione reciproca majore, quam triplicata diſtantiarum a centro, velocitates, quibus corpus in circulis circa idem centrum ferri poſſet, cum accedit ad illud, in majore augentur ratione, quam minuantur diſtantiæ, ſive magis creſcunt, quam celeritas, quam habet cor-

pus in orbita ex A in B deſcendens, ita, ut quemadmodum celeritas in circulo ſuperat celeritatem in puncto orbitæ tantundem a centro remoto, ſic multo magis eandem excedat in B, ut conſequenter corpus, cujus gravitas hac lege mutatur, tam diu centro magis propinquet, donec penitus in illud cadat, ſiquidem ex A digreſſum verſus illud admoveri cæperit; & ubi aliquando majorem acquiſierit diſtantiam, ea augeatur deinceps ſemper. Porro quo major fuerit exponens dignitatis diſtantiæ, cujus rationem inverſam gravitatis vis ſequitur, eo pauciores circuitus, ſi cetera paria ſint, peraget corpus, antequam centrum attingat. Si gravitas ſit reciproce ut cubus diſtantiæ, infinities revolvetur corpus, dum perveniat ad centrum. Si augeatur in ratione quartæ potentiæ diſtantiæ imminutæ, projiciaturque corpus ex A velocitate ea proportione minore, quam qua circulus deſcriberetur, quam habet $\surd.2$ ad $\surd 3$, corpus media revolutione confecta centrum tenebit, motumque in epicycloidis quadam ſpecie exiget. Gravitate aucta in ratione inverſa quintæ potentiæ diſtantiarum a centro, & ſumpta celeritate projectionis ad illam, qua circulum corpus percurreret, in ratione 1 ad $\surd 2$, in ſemicirculo ſuper diametro SA deſcripto ad centrum poſt dimidiam revolutionem deſcendet. Si gravitas reciproce ut ſeptimæ potentiæ diſtantiarum creſcat, ſitque celeritas projectionis ad celeritatem in circulo, ut 1 ad $\surd 3$ corpus $\frac{1}{8}$ revolutionis partem peraget, dum ad centrum uſque perveniat. Univerſe ſi lex gravitatis ſit, ut ſequatur rationem inverſam potentiarum

$n + 3$

$n+3$ diſtantiarum, & velocitas, quacum ex A projicitur corpus, ſit ad velocitatem, qua per idem punctum deſcriberet circulum, ut 1 ad $\sqrt{1+\frac{n}{2}}$, abſoluta $\frac{1}{2n}$ parte revolutionis in centro erit. Sic creſcente attractione in ratione potentiarum diſtantiarum decreſcentium, quarum exponens eſt $3\frac{1}{100}$, & celeritate projectionis poſita ad celeritatem in circulo, ut 1 ad $\sqrt{1+\frac{1}{100}}$, corpus, poſtquam quinquageſies centrum circuivit, in illud relabetur. Verum iſta demonſtrare hujus loci non eſt, quæ eum tantummodo in finem addidimus, ut theoriam exemplis magis redderemus perſpicuam. (*a*).

12. Si minora ſint attractionis incrementa, quam ut gravitas ſequatur inverſam rationem cuborum diſtantiarum, celeritates, quæ corpori in circulis circa S movendo ſatis eſſent, cum propius ad S acceditur, in minore ratione augentur, quam ſit ſimplex diſtantiarum decreſcentium, &, quod conſequitur, in minore, quam creſcant velocitates in orbita ex A uſque ad B. Itaque licet velocitas in orbita, cum diſtantiæ maximæ ſunt, excedatur a velocitate circuli; attamen hanc vincere poterit, cum ad diſtantias minores fuerit ventum, corpuſque hac lege

(*a*) Vid. Tract. de Flux. Art. 435.

lege motum ab apſide ſuperiore ad inferiorem deſcendere, atque ab hac ad illam alternis reverti. Superabit ſcilicet gravitas in remotioribus orbitæ ſpatiis vim a centro abeundi; at quia in deſcenſu corporis minus augetur, quam vis centrifuga, in orbitæ parte inferiore poſterior vincet, ac corpus ad priora intervalla deferet. Quod ſi creſceret gravitas, ut cubus diſtantiæ minuitur, corpus ad apſidem inferiorem B nunquam pertingeret. Ac ſi augeatur vis in centrum, ut quadrata diſtantiarum decreſcunt, corpus dimidium revolutionis abſolvet, quando ad imam apſidem perveniet.

13. Si ea lege creſcat reciproce gravitas, ut diſtantiæ potentia quæpiam minor tertia, & major ſecunda, corpus plus dimidia revolutione peraget, antequam a ſuprema apſide ad infimam deſcendat, atque eo amplius, quo potentia illa creſcentis gravitatis cubo fuerit propior: quippe tum velocitas in orbita eo minus ſemper vincet motum in circulo, ac vis centrifuga eo difficilius ſuperabit gravitatem. At ſi eum in modum creſcat gravitas, quo decreſcit diſtantiæ potentia quadrato minor, cum tunc in acceſſu minus augeantur velocitates requiſitæ pro circulis, quam quæ habentur in orbita; hæ illas, ac vis centrifuga actionem gravitatis citius excedent, minuſque dimidia revolutione opus erit, ut corpus ad inferiorem apſidem deferatur, ac proinde nec integram abſolvet, cum rurſus ad ſuperiorem recedet. Hinc autem manifeſtum fit, quod quemadmodum apſidum ſitus immutabilis eſt, ſi corpora communi gravitatis lege regantur, hoc eſt, ſi attractio ita augea-

geatur, uti diſtantiarum quadrata minuuntur; ſic neceſſe ſit, ut apſides progrediantur directionem corporis ſecutæ, quando in majore ratione creſcit gravitas; ac regrediantur in oppoſitum, dum ratio gravitatis auctæ eſt minor, quam duplicata reciproca diſtantiæ. Cum porro abeunte ratione gravitatis reciproca quadratorum diſtantiæ in rationem reciprocam cuborum, motus quodammodo infinitus in apſidibus efficiatur, ita, ut corpus nullo unquam tempore ad ullam earum revertatur; etiam perexigua a lege gravitatis, qua nunc tenentur corpora, deflexio faciet, ut in apſidibus oriatur motus haud quaquam negligendus, atque corporibus ſæpe tandem in orbem redeuntibus varius apſidum poſitus minimam quamvis legis gravitatis mutationem prodet. Quare illud recte hinc conficiemus, quod cum apſides in planetarum orbitis tam parum mutationis patiantur, ut nonnulli inter Aſtronomos ejus nullam habeant rationem, atque num motus iis reapſe tribuendus ſit, incertum habeant; quod, inquam, corporum iſtorum attractio cum lege quadratorum diſtantiarum inverſe acceptorum quam accuratiſſime conſentiat.

14. Ut tamen Newtonus apſidum motus e gravitate a communi lege tantillum aberrante ortos calculo ſubjiceret, fingit, planetas in ellipſibus deferri, quæ ipſæ conſtante ratione circa centrum S agantur, itaque peracta revolutione apſidum progreſſum definiant. In ellipſi quieſcente ſuperius jam comperimus, vires centripetas ſequi rationem reciprocam quadratorum diſtantiarum S A & S B. At ponatur jam corpus moveri in ellipſi *a l b* (*fig.* 65) Fig. 65.

 cir-

circa S definita lege mobili, ut manente in hac S l æquali cum S L in orbita immota, angulus A S l cum A S L conſtantem ſervet proportionem, quæ ſit ratio quantitatis G ad F: tum vero oportebit, ut anguli in eadem ratione augeantur, dum interim S L, & S l æqualiter minuuntur, atque ut motus angularis utriuſque corporis L & l circa S in hiſce orbitis delati ſit eadem proportio, nec non arearum, quas radii ab S ad ea corpora ducti verrunt, ita quidem, ut ſi corpora ſimul ex A projiciantur velocitatibus ejuſdem rationis, atque congruis urgeantur viribus centripetis, in hiſce orbitis mota ſimul æqualiter ad S accedant, eodemque tempore perveniant ad l & L. Quoniam motus, quo centro propiora fiunt, in æqualibus ab eo diſtantiis æqualis eſt, atque ab exceſſu gravitationum ſupra vires centrifugas per rotationem circa S genitas provenit, neceſſe eſt, ut gravitas in orbitarum altera tantundem vim centrifugam ſuperet, quantum in altera, & propterea virium centrifugarum diſcrimen ſit idem, quod gravitatum: unde ſi reperienda ſit gravitas in orbita mobili, gravitati in orbita immota, dum intervalla a centro ſunt eadem, addi debebit exceſſus vis centrifugæ in orbita mobili ſupra vim centrifugam in immota ad eaſdem diſtantias. Jam vero ſunt hæ vires centrifugæ in ratione data, quadratorum ſcilicet motuum angularium, hoc eſt, ut G^2 ad F^2; & earum differentia ad alterutram conſtantem habet rationem: ac ſi præterea diverſæ ſint diſtantiæ, eædem vires centrifugæ (quemadmodum jam oſtendimus) ſunt reciproce ut diſtantiarum cubi,

cubi, rurſuſque earum differentiæ in eadem ratione mutari debet: quare differentia gravitatum in ellipſi mobili, atque altera immota, mutabitur quoque ut cubi diſtantiarum reciproce.

15. Si motus ellipſeos circa S revolutæ ſit directus, hoc eſt, ſi progrediatur verſus eandem partem cum corpore, motus angularis, ac proinde ſi etiam gravitas, & vis centrifuga corporis orbitam mobilem percurrentis major eſt, quam in immota ellipſi. At ſi ellipſis circa S in oppoſitum, ac motu retrogrado feratur, gravitas cum motu angulari in orbita fixa major eſt. Si primum contingat, differentia virium centrifugarum addita ad gravitatem in orbita immota exhibebit gravitatem in mobili ad eandem diſtantiam ab S; ſi alterum, eadem illa centrifugarum virium differentia auferenda eſt a gravitate in orbita fixa, ut acquiratur gravitas in mobili, quando par eſt in utraque ab S diſtantia.

16. In ellipſi immota vis centralis augetur ut quadratum diſtantiæ minuitur. Adde huic vi alteram creſcentem in ratione cubica inverſa diſtantiæ; ſumma inde collecta magis creſcet, quam in ratione quadratorum, ſed minus, quam in ratione cuborum diſtantiarum inverſa. Quare corpus percurrens ellipſin, quæ ipſa circa S habeat motum directum, neceſſe eſt, ut urgeatur vi mutabili in ratione inverſa potentiæ diſtantiarum quadrato majoris, ſed minoris cubo. Quo porro is motus ellipſeos major eſt, eo quoque vis centrifuga, cum eadem ſumitur diſtan-

tia, magis excedet vim centrifugam in ellipſi fixa; eo item major erit pars illa vis centralis compoſitæ, quæ ſecundum cubos decreſcentium diſtantiarum mutatur, ſi conferatur cum parte altera, quæ in ratione inverſa quadratorum augetur; denique eo magis ratio, quam in mutatione vis ex utraque exurgens ſequitur, diſcedet a ratione duplicata, & eo vicinior erit rationi triplicatæ reciprocæ diſtantiarum. In ellipſi hunc in modum mobili gravitas, quæ eſt ut vis illa compoſita, nequit conſiderari, velut in accurata quadam ratione alicujus potentiæ diſtantiæ mutabilis; quod ſi tamen ellipſis parum admodum a circulo diſcrepet, reperietur, vim compoſitam mutari in ratione, quæ proxima ſit alicui potentiæ diſtantiæ: indeque ejuſmodi ellipſeos motus haberi poterit, ut virium illarum aggregatum varietur in ratione, quæ prope conſentiat cum potentia diſtantiæ, quæ inter quadratum & cubum definiri poteſt.

17. Si a vi creſcente, ut quadrata diſtantiarum decreſcunt, auferatur altera, quæ in majore, nempe ratione cubica decreſcentium diſtantiarum, augetur; quod relinquitur, creſcet in minore ratione, quam quæ eſt quadratorum diſtantiarum imminutarum. Quodſi itaque corpus deſcribat ellipſin circa S motu retrogrado præditam, oportet, ut in ea retineatur vi centrali in minore ratione variabili, quam inverſa quadratorum diſtantiarum, atque eo quidem minore, quo motus ellipſeos major fuerit, ut etiam, ſi ſat velociter regrediatur, gravitas non modo non creſcat in ratione imminutæ diſtantiæ, ſed etiam

de-

decreſcere poſſit. Et ſiquidem ellipſis circulo ſit vicina, ejus motus talis eſſe poterit, ut vis reſidua mutetur in minore ratione quapiam, quam quadratorum diſtantiarum.

18. Ex his auctor noſter eruit methodum, qua de apſidum motu conſtitui poſſit, quamcunque demum legem gravitatis actio ſequatur. Etenim ſi ponatur hæc vis e principiis expoſitis ſupputata in ellipſi mobili ſecundum datam quampiam legem mutari, quinam inde in ellipſi, vel apſidibus, motus conſequatur, invenit; atque etiam motu ellipſeos dato potentiam diſtantiæ definit, in cujus ratione proxime mutatur gravitas. (*)

19. Egimus adhuc, quantum inſtituti noſtri ratio poſcebat, de motu a gravitate pendente, dum corpus definita lege ab apſide altera ad alteram revolvitur; & tum quidem diſtantia a centro gravitationis mutatur reipſa, attamen ita, ut omnis ea varietas certis limitibus circumſcribatur, intra quos conſtante tenore corpus periodos ſuas exigit: ejuſmodi porro ut motus haberi poſſit, oſtendimus requiri, ut gravitas minuatur in minore ratione, quam augeantur cubi diſtantiarum a centro. Sed enim non hunc in modum ſemper motus corporum eſt comparatus; quandoque enim, ſi ſat magna ſit projectionis in B celeritas, corpus perpetuo magis a virium centro recedens nunquam ad ſuperio-

(*) Vid. *Princip.* L. I. Sect. 9.

rem apſidem in A pervenit. Nam demonſtravimus jam, quod ſi gravitas creſcat ut cubi, vel ut altiores adhuc potentiæ diſtantiarum decreſcentium, & celeritas in B utcunque parum excedat eam, qua poſſet circulus deſcribi circa gravitationis centrum; corpus longius ſemper ab S abeat. Si gravitas minuatur in minore ratione, quam creſcant cubi diſtantiarum, corpus ex B projici poterit, ut itidem a centro removeatur perpetuo, modo gravitas in majore ratione decreſcat, quam augeantur diſtantiæ; nam tum limes eſt ratio inverſa ſimplex diſtantiarum. Quod ſi gravitas in majore quapiam, quam ſimplice ratione diſtantiarum mutetur, tanta ſemper projectionis vi finita haberi poteſt celeritas, ut corpus a centro majorem ſemper acquirat diſtantiam; at ſi in hac accurate ratione, aut etiam in minore ſit variabilis, nulla finita vis projectionis efficere poteſt, ut receſſus corporis a centro S ſit perpetuus, ſed quacunque vi impellatur, ſemper inter duas apſides revolvetur.

20. Id ut perſpicuum fiat, cogitare licet imprimis corpus, cujus gravitas minuatur in majore ratione, quam creſcant diſtantiæ, projici ſurſum in recta ad horizontem perpendiculari: quod ſi celeritas ſat magna ſit, corpus tota æternitate aſcendere perget motu ex actione gravitatis perpetuo retardato, at nunquam penitus extincto, quippe quæ ita ſemper decreſcit, ut ex actionibus ejuſmodi numero infinitis non exurgat niſi quantitas finita.

21. Ea-

plicata reciproca, corpus in infinitum recedens in parabola dimidiam habebit revolutionem; ſi ſequatur rationem reciprocam potentiæ, cujus exponens eſt $\frac{1}{2}$, periodum complebit; at ſi reciprocam cuborum diſtantiarum obſervet, motuſque projectionis obliquus ſit ad radium, infinities corpus revolvetur. (**).

23. Si gravitas decreſcat minus, quam in ratione ſimplice inverſa diſtantiarum, & corpus ex apſide quacunque finita vi projiciatur, haud poterit perpetuo recedere; ſed in quavis diſtantia eandem habebit velocitatem, quam haberet in eadem diſtantia, ſi e puncto A directe ſurſum eadem vi fuiſſet projectum: at quoniam in aſcenſu perpendiculari quælibet vis finita extingui debuiſſet; ſi corpus percurrat curvam, denuo verſus centrum ut redeat, oportet, atque ubi per ſuperiorem apſidem tranſierit, deſcendat ad inferiorem, quanquam hæc interea

(**) Generatim ſi gravitas mutetur reciproce ut potentia m diſtantiarum, ac corpus projiciatur oblique ſurſum celeritate, quæ ſit ad eam, qua circulus deſcribi poſſet, ut 1 ad $\sqrt{\frac{m-1}{2}}$, perpetuo a centro recedet, & peraget $\frac{1}{6-2m}$ revolutionis partem, ſeu $\frac{1}{2}n$, ſi nempe $\frac{1}{n}$ ſit exceſſus numeri 3 ſupra m. Si gravitas ſit reciproce ut diſtantiæ potentia $2\frac{99}{100}$, corpus quinquageſies revolvetur. Vid. *Tract. de Flux. Art.* 416, & *ſeq.*

ea loco ſuo digrediatur. Multo minus ad infinitum a centro ſpatium abire poterit corpus, ſi gravitas in ratione diſtantiarum augeatur. Atque ex hiſce animadverſionibus intelligi poterunt limites variorum motuum, quos variæ gravitatis leges efficerent.

CAPUT IV.

De Motu Lunæ.

I. EXplicuimus quidem generatim motus corporum cœleſtium, quæ ſolare ſyſtema conſtituunt, rationibus e gravitate petitis, atque etiam monuimus, non nullas inæquabiles varietates, atque aberrationes in eos ex eodem principio induci; at quæ inde in lunæ motu oriuntur, peculiarem merentur conſiderationem, tum quod is planeta minimo omnium intervallo a nobis abeſt, tum quod non exiguum emolumentum ex ejus motibus accurate ſupputatis redundat. Qui alias ſtruendis ſyſtematis operam dederunt, in ingentes ſemper inciderunt difficultates, dum phænomena ſuis cum principiis conciliare conarentur; verum auctor noſter antevertit pene, quæ poſtea obſervatione ſunt detecta: & quo ad majorem perfectionem motuum cognitio, qui

in

in Mundi ſyſtemate peraguntur, provehetur, eo plus ſemper pretii ejus Philoſophiæ accedet, cujus præſtantiam poſteri magis, quam nos, perſpicient, quibus ſcilicet accuratior erit motuum cœleſtium notitia, quos longa obſervationum ſeries ſequentis ævi ſolertia inſtituendarum certius definiet.

2. Ut autem calculi Newtoniani fundamenta ea proponamus perſpicuitate, quam res tam ardua fert, in memoriam revocandum eſt, quod jam ſuperius diximus, quod ſcilicet, ſi ſol in tellurem & lunam æqualiter ageret, atque in lineis parallelis, ea vis id tantum præſtaret, ut uterque planeta motu annuo circa ſolem ferretur, neque mutuæ eorum officeret actioni, aut motui circa commune eorum gravitatis centrum. Id ſi eſſet, & utrique libere in ſolem labendi fieret poteſtas, æqualiter uterque globus caderet, neque ſitum, quo alter eſſet comparate ad alterum, deſcenſus ille mutaret. Liceret tum nobis eos ita contemplari, velut in plano quodam forent, in cujus partes ſingulas eadem ſolis eſſet actio, & quod proinde una cum illis ita verſus ſolem accederet, ut eorum motus inter ſe iidem perſtarent, ac ſi in plano immoto peragerentur. Quin etiam cogitare fas eſſet, planum illud interim in orbita annua circa ſolem deferri, dum in eo terra, & luna ita citra omnem aberrationem revolverentur, velut planum motu omni careret. Verum cum luna in altero orbitæ ſuæ dimidio ſoli propior ſit, quam in altero; & vis ſolis ad minora intervalla major, fieri debet, ut dum viciniorem orbitæ partem percurrit, fortius, quam tellus, a ſole attrahatur,

dum vero in altera remotiore verſatur, minus, quam terra, in ſolem urgeatur; atque hinc motus lunæ a legibus non nihil diſſidebit, exceſſu attractionis, quando propinquior fit, & defectu, cum remotior eſt, in vim turbatricem degenerantibus: cui etiam illud accedit, quod directio actionum ſolis in terram & lunam non ſit parallela, ſed in rectis in centro ſolis concurrentibus.

3. Ut jam, quid utraque hæc vis efficere poſſit, videamus, fingamus, extincto motu projectionis, terram, & lunam libere poſſe verſus ſolem decidere. Quod ſi tum luna in conjunctione cum ſole verſaretur, aut in orbitæ parte ſoli propiore, cum majori eſſet attractioni in ſolem expoſita, quam tellus, hac quoque velocius laberetur, creſcente inter deſcenſum utriuſque planetæ intervallo. At ſi luna eo tempore ſoli eſſet oppoſita, aut percurreret orbitæ partem remotiorem, minus attracta tardius deſcenderet, quam terra, quæ eam majore poſt ſe ſpatio relinqueret, ut proinde etiam tum diſtantia inter cadendum augeretur. Denique ſublato motu projectionis, dum luna eſt in quadraturis, quoniam par foret ſolis tam in hanc, quam in terram actio, uterque globus æquali velocitate caderet; ſed quo propiores fierent ſolis centro, eo quoque alter alteri fieret vicinior, imminuta eorum diſtantia. Itaque illud interea extra dubitationem eſt, quod quotieſcunque ſol cadentium diſtantiam augeret, ea disjunctione mutuam terræ, & lunæ gravitatem minueret; & quotieſcunque inter deſcendendum alterum planetam alteri redderet viciniorem, illa

con-

conjunctione eorum in ſeſe mutuam gravitatem augeret, hoc eſt, eadem ſolis actione in conjunctione, & oppoſitione mutuam terræ & lunæ gravitatem minui, augeri in quadraturis. Ut ne autem nobis error ſubrepat, illud probe retinendum eſt animo, vim, quæ horum corporum motus perturbat, non eſſe integram ſolis actionem; ſed eam tantummodo illius partem, quæ aut ſeparare alterum ab altero nititur, & diſtantiam augere; aut minuere, cum admovet alteri alterum: hæc quippe ſola eorum motibus impedimento eſt, ne accurate ad leges exigantur; dum pars actionis reliqua, eaque multo major, utrumque planetam in orbe annuo retinet, quem ſimul circa ſolem percurrunt.

4. Quando igitur, quid ſolis actio in motus terræ ac lunæ inter ſe comparatos poſſit, quæritur, ſolius exceſſus habenda eſt ratio, quo vis in lunam ſuperat vim in tellurem, dum illa in conjunctione eſt, atque ita ſpectandus eſt, ut qui trahendo lunam verſus ſolem, eam a tellure disjungere nitatur. Quando luna ſoli opponitur, attendi tantummodo debet exceſſus actionis ſolis in terram ſupra actionem in lunam, quo nempe luna removeatur a terra in plagam loco ſolis oppoſitam, quoniam ſcilicet terram ſemper velut quieſcentem conſideramus, omneſque motuum perturbationes uni lunæ tribuimus. In quadraturis ita ſpectamus ſolis actionem, velut quæ partem aliquam gravitati lunæ in terram addat.

5. Ponatur luna a quadratura conjunctionem præcedente ea celeritate digredi, qua poſſet circulum accurate circa tellurem deſcribere, ſiquidem actio ſolis nihil obeſſet. Sed quia hac ſolis actione ejus gravitas in terram augetur, neceſſe eſt, ut ad eam accedat, atque intra illum circulum moveatur. Hinc magis curvabitur ejus orbita, quam ſi ſol nihil ageret, quippe cum gravitatis hoc augmentum lunam in extremo alicujus arcus magis a recta, quæ arcum in altero extremo tangit, removeat. Fiet quoque, ut motus inde acceleretur, perduretque acceleratio uſque ad proximam conjunctionem; quoniam ſcilicet toto eo tempore directio actionis ſolaris cum directione motus lunæ angulum acutum efficit. Cum ad conjunctionem pervenerit, imminuta ejus gravitate in terram, orbita minus curva reddetur, atque longius recedet a tellure, dum interea ad vicinam quadraturam progreditur; & quia tum directio actionis ſolis cum directione motus lunæ obtuſum angulum complectitur, motus iiſdem gradibus retardabitur, quo in acceſſu ad conjunctionem accelerabatur.

6. Hunc igitur in modum luna poſt quadraturam, quæ conjunctionem præcedit, aliquantum propior fiet telluri uſque ad conjunctionem; poſt hanc recedet rurſus, donec ad ſequentem perveniat quadraturam. Conſimile quid efficiet vis turbatrix ſolis luna percurrente alterum orbitæ dimidium, remotius ſcilicet a terra; movebitur enim luna inde a quadratura conjunctionem ſequente uſque ad oppoſitionem velocius, ſimulque, ex aucta in ea qua-

dra-

dratura gravitate ſua in terram, ad hanc paullo magis accedet; at poſt oppoſitionem uſque ad quadraturam, e qua primum digreſſam poſuimus, rurſus recedet. Areæ, quas radii e terra ad lunam ducti æqualibus temporibus percurrunt, non erunt æquales, ſed ex actione ſolis majores fient, quæ verrentur in acceſſu ad conjunctionem, vel oppoſitionem a quadraturis has præcedentibus; minores vero, eadem vi motum retardante, a conjunctione, vel oppoſitione ad quadraturas ſequentes.

7. Supputavit auctor noſter harum aberrationum magnitudinem earum cauſis ad calculos revocatis, atque comperit, vim gravitati lunæ in terram adjungendam in quadraturis eſſe ad ejuſdem gravitatem, qua circa terram circulum deſcribere poſſet ad diſtantiam mediam, quam nunc habet, ſi actio ſolis nihil obturbaret, ut 1 ad $178\frac{29}{40}$. Eodem modo invenit, vim ſubtrahendam ex ejus gravitate in conjunctionibus & oppoſitionibus, eſſe duplam illius, quæ in quadraturis addi debet; atque hinc aream dato tempore in quadraturis percurrendam a radio vectore, eſſe ad aream, quæ eodem tempore in conjunctione vel oppſitione a radio vectore verreretur, ut 10973 ad 11073. E quo calculo etiam illud eruitur, quod diſtantia lunæ a terra tempore quadraturarum, ſit ad diſtantiam tempore conjunctionis vel oppoſitionis, ut 70 ad 69.

8. Ad hæc luna revolutiones ſuas circa tellurem non peragit in eodem plano, in quo ſita eſt orbita annua terræ circa ſolem, ſed

in

in alio ad hoc ſub angulo fere 5 graduum inclinato; id, quod in cauſa eſt, ut luna videatur nobis alium circulum, quam eclipticam percurrere, in qua ſol moveri apparet, dum ad ſuperficiem ſphæræ cœleſtis refertur. Jam circuli hi, quos a luna & ſole deſcribi videmus, ſeſe in duobus oppoſitis punctis interſecant, quæ ab Aſtronomis *nodi* lunæ appellantur: ipſi vero hi circuli in diſtantia maxima a nodis 5 fere graduum intervallo a ſeſe ſunt remoti. Itaque eclipſes ſolis, ac lunæ dependent a diſtantia a nodis horum ſiderum tempore novilunii aut plenilunii: etenim ſi lunatio nova habeatur luna verſante prope alterutrum nodum, ſolis eclipſis fiet; & ſi in vicinia nodi luna fiat plena, ipſa eclipſin patietur in telluris umbram incurrens. Magna ſemper Aſtronomis cura fuit de conſtituendo vero ſitu nodorum, ut ſupputatio eclipſium (phænomeni ſummæ diligentia ab omnibus obſervati) rite procederet. Nequaquam autem nodi eidem cœli loco ſunt affixi, ſed motu retrogrado octodecim, aut novendecim annorum ſpatio per omnia eclipticæ ſigna diſcurrere videntur.

9. Hos motus Newtonus non modo e ſolis actione oriri oſtendit, ſed admirabili prorſus ſagacitate omnia eorum elementa, & varietates, initis effectricis cauſæ rationibus, ad calculum reduxit. Uti vero nodi vocati ſunt ea puncta, in quibus lunæ orbita planum, in quo movetur tellus circa ſolem, ſecat; ita recta, quæ eadem conjungit, nomen *lineæ nodorum* tulit. Porro motum nodorum directum dicimus, dum in eandem progrediuntur

par-

partem, in quam luna in ſua orbita, ab occidente ſcilicet in orientem ſecundum eclipticæ ſignorum Arietis, Tauri &c. ordinem; at ſi eorum motus lunari ſit oppoſitus, fiatque ab ortu in occaſum contra ſignorum ordinem, eum retrogradum vocamus. Præterea plano, in quo luna motus ſuos peragit, eum ſemper tribuimus poſitum, ut per centra lunæ, & telluris tranſeat, atque in eo ſint rectæ, quæ centra conjungit, & quæ eſt directio motus lunæ, ſive ejus orbitam tangit. Manifeſtum eſt, quod ſi æqualis ſemper foret actio ſolis in lunam, & terram, uterque hic globus æqualiter verſus ejus centrum deſcenderet, & planum hoc, cujus ſitus a duarum illarum rectarum poſitione definitur, una cum iis, ſed ſibi ipſi ſemper parallelum, moveretur, ita, ut luna in eodem revolvi nobis in tellure conſtitutis videretur: at actionis ſolis diſcrimen, quod ſuperius expoſuimus, ex eo plano emovet lunam, propiuſque ad ſolem adducit; dum orbitæ partem huic globo viciniorem percurrit; ac rurſus, dum in remotiore verſatur, ultra planum illud, longiuſque a ſole abire cogit.

10. Hinc itaque habemus judicandi normam, cum de effectu ſolis in nodos agitur: quamdiu luna in orbitæ ſuæ dimidio ſoli propiore verſatur, nodus, verſus quem accedit, movetur verſus locum, in quo ſit conjunctio; at cum luna eſt in altero dimidio a ſole remotiore, nodus, ad quem tranſit, verſus locum oppoſitionis progreditur. Quando nodi ſunt in Syzygiis, ſolis vis nihil in iis mutat. Etenim primum ſi fiat, aut ſi luna ſit in parte

te orbitæ ſoli viciniore, directionem, quam ex ſe haberet, mutare cogitur in aliam magis ad ſolem accedentem, & planum per hanc novam directionem & centrum terræ ductum ſecabit eclipticam ex parte orbitæ, quam tum percurrit luna, in puncto viciniore conjunctioni, quam ſi abeſſet actio ſolis motum perturbans. Alterum dum contingit, nempe quando luna eſt in orbitæ dimidio remotiore, actionis ſolaris directio contraria eſt, atque ideo nodum ſequentem verſus oppoſitionem promovet. Denique dum linea nodorum producta per ſolis centrum tranſit, ſol in eodem plano poſitus, in quo luna revolvitur, eam in neutram inde partem dimovere poteſt, unde tum nodi nullum penitus habebunt motum.

Fig. 67. 11. Hanc regulam ſi adhibeamus, perſpicuum eſt, nodis in ipſis quadraturis A & C (*fig.* 67) conſtitutis, dum luna digreditur a nodo A, hoc eſt, in quadratura conjunctionem B præcedente, nodum C, ad quem accedit, moveri verſus conjunctionem B, ideoque eum eſſe retrogradum, utpote in plagam lunæ motui contrariam tendentem. Toto proinde revolutionis hujus tempore facile intelligitur, nodos retro ire, quod luna e quadratura C, quæ ſequitur conjunctionem, abeunte, alter nodus A, verſus quem progreditur, ad oppoſitionis locum D accedat, ut etiam in hoc orbitæ dimidio nodi retrogradi eſſe debeant.

12. Fingamus porro ita eſſe poſitos nodos in N, *n*, ut alter ſit intra quadraturam A, &

con-

conjunctionem ſequentem B; alter in puncto oppoſito intra aliam quadraturam C & oppoſitionem D. His ita comparatis, dum luna ex A in N progreditur, nodus N e regula generali §. 10 conjunctioni B fit propior, atque motum directum habet; verum luna arcum N C percurrente, nodus priori oppoſitus *n*, ad conjunctionem B admovetur propius, & retrogradus eſt. Et quoniam arcus N C alterum A N excedit, etiam major eſt motus retrogradus directo. Præterea luna e C ad *n* progrediente, nodus hic *n* motu directo ad oppoſitionem D procedit; ſed illa arcum *n* A conficiente, nodus N oppoſitioni D redditur vicinior, & tum nodorum motus directioni lunæ oppoſitus fit retrogradus; cumque arcus *n* A ſuperet arcum *n* C, manifeſtum eſt, nodos univerſe magis regredi, quam progredi.

13. Nodo altero intra conjunctionem B, & conſequentem quadraturam C conſtituto, dum luna ex A in N movetur, is ab N verſus conjunctionem B regreditur; at cum luna arcum N C deſcribit, nodus ſequens *n* motu directo ad conjunctionem B accedit. Verum quia arcus A N major eſt, quam N C, motus nodorum retrogradus ut directum ſuperet, neceſſe eſt. Rurſus luna ſpatium a C uſque ad *n* peragrante, nodus, verſus quem movetur, ad oppoſitionem D, motu nempe retrogrado, appropinquat. Sed illa inter *n* & A verſante, ſequens nodus N ad oppoſitionem D accedit, & directus eſt. Et quoniam iterum C *n* excedit ar-

cum A n, conſequens eſt, ut motu directo major ſit retrogradus.

In aperto itaque eſt, ampliora eſſe regreſſus nodorum ſpatia, quam progreſſus, ſingulis revolutionibus, eas tantummodo ſi demamus, in quibus linea nodorum producta per ſoliscentrum tranſit, dum ſcilicet nodi motu carent; ut adeo gravitas anni intervallo in lunæ nodis retrogradum motum efficiat, cujus magnitudinem tum ſingulis periodis menſtruis lunæ, tum etiam anno integro convenientem auctor noſter definivit (*); neque poteſt non eſſe ſumme volupe tantum conſenſum videre obſervationum Aſtronomicarum cum motus hujus theoria e ſuis cauſis deducti. Et annuum quidem nodorum regreſſum e gravitatis principiis 19° 18′ 1″ fere comperit, dum Aſtronomicæ tabulæ eundem 19° 21′ 21″ conſtituunt, diſcrimine vix $\frac{1}{300}$ totius annui motus æquante. At ſi porro majore accuratione ſubducantur rationes, pene etiam in minutis ſecundis obſervatio theoriæ reſpondebit.

14. Verum etiam inclinatio orbitæ lunaris cum ecliptica pluribus mutationibus obnoxia eſt. Nodis in quadraturas A & C incidentibus, dum luna a quadratura A ad conjunctionem B progreditur, ſolis actio plani orbitæ inclinationem minuit, quæ minima omnium eſt, luna in B cum ſole conjuncta; at iterum ea inclinatio augetur, luna a conjun-

(*) Princ. Lib. III. Prop. 32.

junctione ad ſequentem quadraturam C properante, ad quam cum pertigerit, fere primum ſuum ſitum orbitæ planum recuperat. Quando nodi in B & D reperiuntur, eorum linea per ſolis centrum tranſeunte; orbitæ inclinatio extra ſolaris vis efficaciam eſt, utpote ejus plano, ſi produceretur, per ſolis centrum tranſeunte, ut propterea luna ex eo plano dimoveri nequeat. Quare ita poſitis nodis orbitæ inclinatio maxima eſt, quæ tamen nodis ad quadraturas accedentibus ſenſim decreſcit, ut minima evadat, cum illi quadraturis congruunt, atque luna in conjunctione, aut oppoſitione eſt conſtituta. Rurſus Auctor noſter omnem hanc varietatem e ſuis cauſis ſupputat, & quæ inde eruit, nihil penitus ab Aſtronomorum obſervatis diſſentire comperit. (*)

 15. Actio

(*) Ut allatæ explicationi adhuc major lux accederet, figuram 69 (Tab. VI) addidimus, in qua ipſum tabulæ planum exhibeat planum eclipticæ, S ſolem, T telluris centrum, L lunam in orbita D N *d n*; N *n* lineam nodorum inter quadraturam Q, & locum lunæ L in ultimo quadrante verſantis. Sit L P pars rectæ L S, quæ repræſentet exceſſum actionis ſolis in L ſupra actionem in T: reſolvatur ea in binas vires, L R ad planum orbitæ lunæ perpendicularem, & PR ad idem parallelam: ſola prior ad mutandum orbitæ planum idonea erit, atque etiam tota in hunc effectum impendetur, qui quidem duplex eſt; nam 1*mo* inclinationem minuit motu, quem circa diametrum D*d*, ad quam L T eſt perpendicularis, peragi cogitare poſſumus; 2*do* ſi ea vis L R cum directione motus lunæ in L, ſive cum tangente orbitæ in L componatur, efficiet directionem quandam mediam L*t*. Quod ſi jam per hanc directionem, & terræ centrum ducatur planum, propius ad conjunctionis locum C occurret eclipticæ, quam prius. Hunc in modum etiam cetera magis perſpicua licebit reddere. Fig. 69.

15. Actio ſolis gravitatem lunæ in terram in conjunctionibus & oppoſitionibus magis minuit, quam augeat in quadraturis; & imminuta vi lunam in orbita retinente, ejus a terra diſtantia creſcit, unaque periodicum tempus fit productius. Quoniam terra & luna minus diſtant a ſole in perihelio, quam in aphelio, majorque eſt efficacia ſolis vicinioris, quæ propterea plus gravitati lunæ in terram demit, conficitur, lunam, dum terra eſt in perihelio, ad majorem debere diſtantiam ab eadem revolvi, atque etiam longiore tempore, quam terra in aphelio collocata: cui rei ipſæ quoque conſentiunt obſervationes.

16. Eſt & alia quædam varietas in motu lunæ notabilis, atque ex eadem ſolis actione profecta, apſidum nempe progreſſio. Luna in ellipſi circa terram revolvitur, cujus focum alterum terra occupat; in hac cum ad maximam, ac minimam diſtantiam pervenit, in apſidibus eſt, ſive in extremis axis majoris punctis. Hic itaque axis non eidem ſemper loco in cœlo reſpondet, verum motu directo progredi obſervatur, ita, ut novem fere annorum intervallo circa telluris centrum revolvatur. Hujus motus cauſa ut rite animo comprehendatur, ejus meminiſſe oportet, quod ſuperius expoſuimus, nempe gravitate corporis minus decreſcente, dum augentur diſtantiæ, quam lex communis poſcat, corpus a ſuperiore apſide ad inferiorem citius perventurum, quam dimidiam revolutionem peragat, ideoque apſidem tum fieri retrogradam, in eam ſcilicet partem motam, quæ corporis

dire-

directioni eſt oppoſita, cui propterea aliquando occurrere debeat. At vero ſi gravitas magis decreſcat auctis diſtantiis, quam ratio univerſalis gravitatis exigat, hoc eſt, ſi minuatur plus quam in ratione reciproca duplicata diſtantiæ, corpus majorem, quam dimidiam revolutionis partem abſolvet, antequam a ſuperiore ad inferiorem apſidem pertingat: unde hoc ſi fieret, apſides directe in eandem partem cum corpore progrederentur.

Dum luna eſt in quadraturis, ejus gravitas actione ſolis augetur, atque id tanto magis, quanto majore intervallo luna a terra abeſt: quare impedit ſolis vis, ne auctis diſtantiis tantum decreſcat lunæ gravitas, quantum quidem ordinato curſui neceſſum foret; unde in quadraturis apſides regrediuntur. Sed quando luna eſt in conjunctione, aut oppoſitione, ſolis actio gravitatem in tellurem minuit, eoque magis, quo major eſt lunæ diſtantia a terra: quo fit, ut illius gravitas legem communem ſequi nequeat, ſed in majore ratione decreſcat, quam quadrata auctarum diſtantiarum; e quo motus in apſidibus directus enaſcitur.

Quoniam vero ſolis actio gravitati lunæ in terram majorem partem adimit in conjunctionibus, & oppoſitionibus, quam addat in quadraturis, & univerſe magis minuit, quam augeat; etiam major inde exiſtet motus directus in apſidibus, quam retrogradus, ut propterea ſecundum ſignorum ordinem progredi debeant.

17. At-

17. Atque hac ratione omnes motus lunæ aberrationes & varietates explicationem e gravitatis actione recipiunt; & ſiquidem longior accuratarum obſervationum ſeries cum hac theoria conjungatur, dubium non eſt, quin omnes hujus ſideris motus calculis reſponſuri ſint, poſſitque tempus prædici, quo infra ſtellas quaslibet fixas tranſiturum eſt, maximo ſæpe navigantium emolumento, cum in mari longitudo definienda eſt.

CAPUT V.

De orbita Planetæ ſecundarii in plano immoto deſcripta: ac ſimul illuſtratur explicatio Newtoniana motus ſatellitum e theoria gravitatis petita. (*)

MOtus ſyſtematis ſolaris ea pleriſque exponendi ratio probata eſt, qua Planetarum primariorum orbitæ in planis immotis conſiderantur, motus autem ſatellitum referuntur ad plana mobilia cum primariis circa ſolem delata. Eandem

dem

(*) Præſens Caput iſthic viſum eſt, velut loco ſuo, inſerere, quod e literis Auctoris ad virum eruditum Benjaminum Hoaldy, Familiæ Regiæ Medicum, datis excerpſimus.

dem viam Newtonus motus hoſce e gravitatis theoria explanaturus inſtitit; qua nempe analyſi tum motuum in ſe ipſis ſpectatorum, tum virium effectricium inveſtigatio, & ſimplicior evadit, & expeditior, quam ſi ſatelles quiſpiam in plano immoto periodum ſuam peragere cogitetur, atque via tantummodo quæratur, quam in ſpatio *abſoluto* ex actionibus adeo complicatis percurrit. Quanquam & illud fatendum nobis ſit, curvæ ejuſmodi proprietates non tantopere intricatas eſſe, uti rem leviter tantum perpendenti videri poſſunt, neque ſuo quandoque caret commodo, ſatellitum orbitas hunc in modum contemplari, maxime ut difficultates non nullæ tollantur, quæ a quibuſdam hujuſce motus explicationem a Newtono datam, atque e gravitatis theoria petitam, intellectu magis arduam reddere exiſtimantur. Eſt autem ea orbita quandoque toto ambitu ſuo verſus ſolem cava; alias etiam ejus pars ſoli propior eidem convexitatem, remotior cavitatem obvertit, ut prioris generis exemplum ſuppeditat curva a luna deſcripta; poſterioris, quas ſuperiorum Planetarum ſatellites percurrunt.

Vis porro, qua efficitur, ut ſatelles in orbita ejuſmodi in plano immoto deſcripta deferatur, eſt in conjunctione diſcrimen gravitatis illius in ſolem, & in ſuum primarium. Si magis in ſolem trahatur, quam in primarium, vis illius directionem incurvans ad ſolem magis vergit, ideoque verſus hunc globum cavam reddit orbitam, id, quod lunæ evenire in ſequentibus videbimus. At vero ſi ſatelles in conjunctione conſtitutus plus in primarium

gravitet, quam in ſolem, vis ſatellitis motum inflectens propius ad primarium tendit, adeoque in partem ſoli oppoſitam, efficitque curvam verſus ſolem convexam, quod in Jovis ſatellitibus contingit. Quod ſi denique gravitas in ſolem par ſit gravitati in planetam primarium, orbita in conjunctione, ut cum Mathematicis loquamur, punctum *rectitudinis* habet, nec ceſſat interim ſoli cavam undique partem obvertere.

Quoniam gravitas lunæ in ſolem, dum in conjunctione eſt, ſuperat ejus gravitatem in terram, atque punctum, in quo conſtituta luna eadem vi a ſole, & terra attraheretur, inter lunam & terram ſitum eſt; exiſtimarunt non nulli, aut ſolis parallaxin ab ea, quam Aſtronomi conſtituerunt, admodum diſcrepare debere, aut certe lunam deſerta tellure verſus ſolem accedere (*).

Verum facile hic error eximi poterit, ſi modo attento animo expendantur, quæ Newtonus de motu corporum alterius circa alterum demonſtravit, dum tertia quæpiam vis communis in eadem directione interea agit, & quæ experimentis pene in vulgus jam cognitis confirmantur: etenim nihil penitus extranea illa vis motibus eorum peculiaribus, atque inter ſe comparatis obturbat, quemadmodum ſingularum navium propriis motibus nihil officit, ſi inter ſe conferantur, quod claſſis integra curren-

tium

(*) Vid. *Coſmotheoriam Puerilem.*

tium aquarum vi abripiatur; aut vero ut circa axem ſuum globus, vel pila ferrea converti pergit, etſi nitrati pulveris violento igne in altum interim ejiciatur; vel denique uti pluviæ gutta figuram ſuam retinet, quamvis, dum labitur, ſingulæ ejus partes gravitatis ſuæ niſum in terram exerant. Quidquid inæquabilis varietatis in lunæ motibus deprehenditur, id uni inæqualium ſolis in terram ac lunam actionum differentiæ, atque aberrationi a parallelis directionibus adſcribendum eſt. Verum aliæ quoque ſuppetunt rationes hanc difficultatem penitus complanandi, ſi imprimis obſervetur, a luna reapſe terram deſerendam eſſe, ſi quidem in conjunctione minorem haberet celeritatem, quam qua corpus earundem virium, quæ tum lunam urgent, actioni expoſitum, ſive exceſſui gravitatis lunæ in ſolem ſupra gravitatem in terram, circulum circa ſolem deſcribere poſſet. Id quippe ſi eſſet, luna minore prædita velocitate, quam quæ deſcenſum intra circulum illum impediret, relicta tellure ad ſolem accederet propius. Jam autem etſi minor ſit lunæ in conjunctione conſtitutæ celeritas, quam qua tellus in orbe annuo progreditur; ejus tamen in ſolem gravitas tantopere minuitur attractione telluris, ut ſemper velocius moveatur, quam neceſſe ſit ad circulum ex eo intervallo circa ſolem percurrendum, in quem ſcilicet non niſi virium differentia nititur: quare jam inde a conjunctionis momento luna extra ejuſmodi circulum fertur, longius ſemper a ſole recedens, dum ad oppoſitionem perveniat. Huc delata, cum jam gravitas utraque tum in ſolem, tum in tellurem, in unam ſummam conſpiret, neque tanta incitetur

 velo-

velocitate, quanta opus eſſet corpori ad circulum ad eam diſtantiam circa ſolem deſcribendum, ſi iiſdem urgeretur viribus; denuo verſus ſolem curſum inflectit. Hunc itaque in modum luna alternis vicibus ad ſolem accedit, receditque, ut quævis orbitæ portio menſtrua binas habeat apſides, periheliam in conjunctione, & in oppoſitione apheliam, intra quarum limites non ſecus revolvitur, ac planetæ primarii intra ſuas. Nempe in perihelio planeta a ſole abit, quod major ejus ſit velocitas, quam ad circulum in ea diſtantia eadem vi centripeta agente deſcribendum neceſſaria eſſet. Ab aphelio rurſus ad ſolem redit, cum minore feratur celeritate, quam poſtularet motus in circulo circa ſolem ad eam diſtantiam. Vid. Tract. de Flux. Art. 447.

Quamvis autem cava undique verſus ſolem ſit lunæ orbita, variis tamen in partibus varia admodum eſt ejus curvatura, multo ſcilicet minor in apſide inferiore, ſive conjunctione, quam *in ſuperiore*, aut oppoſitione.

Sic orbitæ quoque cuivis portioni, quam ſatelles quiſpiam Jovis ſynodica revolutione percurrit, binæ ſunt apſides, hoc diſcrimine, quod ad imam apſidem convexa pars ſolem reſpiciat, ut adeo ſimul in ejuſmodi portione duplex adſit punctum flexus contrarii. (*)

Hæc

(*) Vide notam ad Prop. II Coroll. I, quam mox ſubjungemus.

Hæc orbitæ conſideratio ad idem procul dubio nos deducet, quod e legibus motus breviore methodo Newtonus eruit, quod ſi ſcilicet eadem vi in ſatellitem, atque planetam primarium, & parallelis directionibus ſol ageret, ita æquabilem ſatelles circa primarium teneret curſum, velut ſi Sol penitus abeſſet; id, quod ſequentes propoſitiones perſpicuum reddent, in quibus tamen & planetam primarium circa ſolem, & ſatellitem circa primarium æquabili velocitate, atque etiam in eodem plano in circulos agi ponimus.

Propoſitio I.

Orbita ſatellitis in plano immoto conſiderata, eſt epicyclois deſcripta a puncto dato circuli revoluti ſuper baſi circulari, cujus (baſeos) centrum eſt idem cum centro ſolis, & diameter eſt ad diametrum circuli revolutione ſua epicycloidem deſcribentis, ut eſt tempus periodicum Planetæ primarii circa ſolem, ad tempus revolutionis ſynodicæ ſatellitis circa primarium: tangens autem orbitæ eſt perpendicularis ad rectam, quæ e ſatellite ad illud punctum ducitur, in quo ſeſe hi duo circuli contingunt: & velocitas abſoluta eſt in ratione diſtantiæ ipſius ab eodem puncto contactus.

Tempus periodicum planetæ primarii circa ſolem dicatur T; quo vero ſatelles periodum circa primarium abſolvit, *t*; S (*fig.* 70) exhibeat ſolem; Fig. 70.
A *a* orbitam primarii. Sumatur in radio AS pars AE, quæ ſit ad AS, ut *t* ad T. Centro S deſcribatur circulus E*e*Z, tum alter quoque EMF

centro A, qui ponatur ſuper $E e Z$, tanquam baſi, revolvi. Quod ſi quodvis punctum L in plano circuli EMF ad diſtantiam AL, æqualem diſtantiæ ſatellitis a primario ſuo, accipiatur, deſcribet id orbitam ſatellitis.

Ponatur enim circulus EMF in emf transferri, punctum A in a, & L in l, occurrantque AL, al productæ peripheriis EMF, emf in M & m. Ex arcu em abſcindatur er = EM; erit angulus ear = EAM. Secet porro ar circulum cld, centro a, radio al deſcriptum, in q; & quoniam eaq = EAL, angulus eaq exhibebit elongationem ſatellitis a ſole in priore loco L. Porro cum em (= $er + rm$) = eE + EM, & er = EM, eſt rm = eE, ideoque angulus ram : e SE = SE : AE = T — t: t, ſive ut celeritas angularis ſatellitis circa ſolem ad celeritatem angularem planetæ primarii circa eundem globum. Deſcribitur autem angulus ESe a planeta primario circa ſolem; itaque eſt ram, vel qal incrementum elongationis a ſole, quod eodem tempore ſatelles acquirit; l locus ejuſdem, quando primarius ad a pervenit; & epicyclois a puncto L, vel l deſcripta ſatellitis orbita.

Quia circulus EMF ſuper puncto E volvitur, directio motus alicujus puncti, velut L, eſt ad EL perpendicularis, ſeu tangens orbitæ in quovis puncto L eſt ad EL perpendicularis. Denique celeritas puncti L eſt ut ejus diſtantia EL; & quia pla-

planeta primarius velocitate uniformi progreditur per E A exhibita; velocitatem ſatellitis repræſentabit E L.

Propoſitio II.

Si in AS *accipiatur pars* AB, *ut ſit* AB : AS = tt : TT (*ſive* AB : AE = AE : AS); *tum ſuper diametro* EB *deſcripto circulo* EKB, *qui ſecet* EL *in* K, *ſumatur* LO *tertia proportionalis ad* LK, LE, *&* *ex eadem parte puncti* L, *in qua eſt* LK; *erit* O *centrum circuli curvaturam orbitæ in* L *metientis, &* LO *ejus radius.*

Quoniam EL, el ſunt normales ad orbitam in punctis L, l productæ concurrent in centro circuli curvam in L oſculantis. Producatur qe, donec occurrat LE in V; juncta SV eſt angulus SeV = qea = LEA = SEV; conſequenter angulus eVE = eSE; & EVS = eES, nec non EVS = EeS, ac SV fit ultimo ad EO perpendicularis. Pariter ultima ratio anguli EOe ad EVe (= ESe) eſt EV ad EO, hoc eſt (cum ſit EV : EK = ES : EB = AS : AE) ut EK × AS ad EO × AE. Eſt autem motus angularis rectæ EL motui angulari rectæ EA æqualis eo temporis momento, quo circulus EMF ſuper puncto E volvitur; quare ultima ratio anguli LEl ad angulum AEa (qui eſt ad ESe ut SA ad AE) eſt ratio æqualitatis. Et quia eſt EOe ad LEl, ut EL ad LO; erit quoque EOe : ESe = SA × EL : AE × LO = EK × SA : EO

EO × AE. Igitur EL : LO = EK : EO; & EL : LK = LO : EL; ſeu LK, LE, & LO ſunt in proportione continua.

Hujus theorematis uſus eſt in definiendo radio curvaturæ epicycloidum, & cycloidum omnis generis, ea tantummodo adhibita obſervatione, quod cum baſis E*e* ſit linea recta, AB evaneſcat, & EB æquetur cum EA.

Coroll. I. Quando AL, aut AC minor eſt, quam AB, (cum LO ſemper ſit cum LK ex eadem parte puncti L), orbita in omnibus ſuis partibus verſus S cava eſt. Si AC = AB, curvatura in conjunctione eſt nulla, id eſt, curva illic habet punctum *rectitudinis*. Dum AC major eſt, quam AB (vel $AS \times \frac{tt}{TT}$), portio aliqua orbitæ prope conjunctionem eſt verſus S convexa; parte circuli CLD cadente intra circulum BKE. Denique L incidente in alterutrum punctum interſectionis horum circulorum, orbita acquirit punctum flexus contrarii (*).

(*) Si ponatur AC = AE, hæc eadem puncta C & E in alio puncto rurſus congruent, efficientque *cuſpidem*; & ſi AC eſſet major, quam AE, orbita haberet nodum, uti illa, quam intimus Jovis, & Saturni ſatelles deſcribit.

Coroll. II. Si de luna agatur, eſt $tt : TT = 1 : 178$, & $AB = \frac{1}{178} \times AS$; eſt autem AC fere $\frac{1}{337} \times AS$, ideoque AC minor eſt, quam AB, & lunæ orbita toto ſuo ambitu verſus ſolem eſt cava.

Propoſitio III.

Si fuerit $AB : AS = tt : TT$, *vis, qua orbita ſatellitis deſcribi poteſt in plano immoto, ſemper dirigetur ad punctum* B *radii* AS, *eritque ut* BL, *ſatellitis a puncto* B *diſtantia, ſi gravitas planetæ primarii in ſolem exponatur per* BA.

Cogitetur vis ad orbitam deſcribendam neceſſaria in plano immoto, reſolvi in duas, quarum altera LO, ad ipſam orbitam perpendicularis, tantummodo ſemitam ſatellitis inflectit in curvam, nihilque in ejus velocitate immutat; altera ad LO perpendicularis, motum ſatellitis accelerat, aut retardat; erit prioris menſura LK, poſterioris BK, ſi planetæ primarii gravitatem in ſolem repræſentet AB. Eſt enim prima ad gravitatem primarii in ſolem S, ut $\frac{EL}{LO}$ ad $\frac{EA}{AS}$ (quippe cum vires hæ ſint directe ut quadrata velocitatum, & reciproce ut radii curvaturæ), hoc eſt, ut LK ad AB (per Prop. II): atque hinc ſi primarii planetæ

H h h gra-

gravitas ſit ut A B, vis illam primam metietur L K.

Porro vis altera in ſatellitem ſecundum directionem tangentis orbitæ agens, ejuſque motum accelerans, aut retardans, eſt ut fluxio celeritatis E L directe, & ut fluxio temporis reciproce: fluxio vero temporis eſt ut $\frac{A\,a}{E\,A}$ (nempe ſumpto A a arcu à planeta primario deſcripto, & E A pro celeritate, qua is deſcribitur) $= \frac{E\,e}{E\,B} = \frac{r\,m}{E\,B} = \frac{l\,q \times A\,E}{E\,B \times A\,C} =$ (ſi ponantur $a\,n$, $q\,u$ ad $e\,l$ in n & u perpendiculares, ut ſit $l\,q : l\,u = a\,c : a\,n$, ſeu A C : A N) $= \frac{A\,E \times l\,u}{E\,B \times A\,N} = \frac{l\,u}{B\,K}$. Quare vis, quæ ſit ut $l\,u$, ſeu fluxio celeritatis E l vel E L, diviſa per fluxionem temporis, id eſt, ut $\frac{l\,u}{B\,K}$, erit quoque ut B K: unde ſequitur, cum vim in directione L E agentem metiatur L K, & vim, quæ ſecundum directionem perpendicularem K B agit, K B; vim ex utraque compoſitam habere menſuram L B, atque ex L in B dirigi.

Ex iis, quæ demonſtrata ſunt, manifeſtum eſt, poſſe orbitam deſcribi vi ad punctum B tendente (quod in radio A S datur, unaque cum eo circa S revolvitur), aut viribus quibuſcunque, e quibus oriatur compoſita verſus B directa, & diſtantiæ ſatellitis à puncto B rationem ſequens. Eſto L H æqualis & parallela ad A B; erit

erit A B H L parallelogrammum, poteritque vis L B ſpectari velut compoſita ex L H, & L A; hoc eſt, vis L B enaſci poteſt ex altera L H in ſatellitem agente, æquali, & parallela cum A B, gravitate ſcilicet primarii planetæ verſus ſolem; & altera L A in primarium tendente, & æquali gravitati, qua ſatelles circa primarium poſſet circulum C L D deſcribere eodem tempore periodico t, ſi ſol prorſus non eſſet: ejuſmodi quippe vis eſt ad gravitatem planetæ primarii in ſolem per A B exhibitam, ut eſt $\frac{AL}{tt}$ ad $\frac{AS}{TT}$, ſive ut A L ad $AS \times \frac{tt}{TT} = AB$.

Hæc itaque methodus ad idem nos deduxit, quod Newtonus, motu ſatellitis reſoluto, reperit, ſcilicet, ſi in ſatellitem in planetam ſuum primarium gravem ſol agat eadem vi, qua in primarium, atque directionibus parallelis, eum ſatellitem eodem prorſus modo circa primarium revolutum iri, velut ſi hic quieſceret ſole nihil agente. Sunt enim binæ illæ vires, gravitas in planetam primarium, & altera æqualis & parallela gravitati primarii in ſolem, accurate pares efficiendo, explicandoque motui ſatellitis in orbita ſua, utcunque ea curva complicata videatur; neque eſt quicquam, quod motum hunc perturbet, præter diſcrimen gravitatis ſatellitis, & gravitatis primarii in ſolem, & quod hæ actiones non exerantur directionibus parallelis. Quod ſi hæc corpora, ſatellitem, inquam, & planetam prima-

 rium,

rium, ita conſiderare luberet, velut quæ circa commune ſuum gravitatis centrum revolvantur, quod ipſum interea circa ſolem abriperetur; aut ſi orbitæ ponerentur eſſe ellipticæ; nihil ſane inde erueretur, quod non omnino conſentiret cum iis, ad quæ via breviore illuſtris noſter auctor pervenit.

CAPUT VI.

De Figura Telluris, & Præceſſione Æquinoctiorum.

I. SI terra fluida foret, atque motu circa axem ſuum deſtituta, mutua ejus partium æquali attractione in figuram ſphæricam accurate componeretur, columnis, quæ inde a ſuperficie ad centrum uſque animo effingi poſſent, ſeſe mutuo ad eandem altitudinem ſuſtentantibus. Sed enim e diurna telluris circa axem converſione orta vis centrifuga, e partium ſub æquatore poſitarum gravitate demit quidpiam; quæ utrinque ab æquatore diſtant, minus deperdunt, ut ſcilicet ipſa rotationis diurnæ velocitas decreſcit, atque niſus a centro abeundi inde genitus minus directe partium earum gravitati opponitur; partes denique in ipſis conſtitutæ polis nullum gravitatis detrimentum a diurno motu patiuntur. Quare æquilibrium, in quo prius ponebantur partes telluris, haud amplius

plius in ſphærica figura locum habebit, ſed ob inæquales earum gravitationes non antea obtinebitur, quam aqua tantum ſub æquatore attollatur, tantumque ſubſidat ad polos, quantum neceſſe eſt, ut altitudinis exceſſus ſub æquatore compenſet gravitatis vim majorem ad polos. Atque hinc locis interjectis media quadam altitudine tributa, tellus abibit in ſphæroides compreſſum, in quo diameter æquatoris ſit omnium maxima per centrum tranſeuntium; minima vero axis.

2. Quod ſi gravitatis actio in corpus quodpiam ſub æquatore conſtitutum tolleretur penitus, id ex motu rotationis circa axem per tangentem ſuperficiei telluris abiret, cujus directionem ſecutum intra minutum ſecundum temporis tantum ſupra terram aſcenderet, quantum tangentis extremum alterum diſtat ab extremo arcus, quem corpora in ſuperficie poſita eodem tempore percurrunt. Compertum autem eſt, intervallum hoc eſſe fere 7, 54 linearum pedis Pariſienſis; unde efficacitas vis centrifugæ ſub æquatore intra unum minutum ſecundum eſt ut idem ſpatium; at in loco quovis ab æquatore diſſito, ex. cauſ. Pariſiis, minor eſt, iis e cauſis, quas modo indicavimus; & inito quidem calculo haud major, quam qua poſſet unius minuti ſecundi tempore percurri ſpatium 3, 267 linearum. Addatur jam huic ſpatium, quod experientia teſte corpora vi gravitatis Pariſiis percurrunt, ſcilicet 15 pedes. 1 dig. 2 lin. ſumma 2177, 267 lin. exhibebit ſpatium, quod corpora vi gravitatis minuto ſecun-

do temporis percurrerent, ſiquidem nulla eſſet vis centrifuga. Quod ſi comparetur effectus a vi centrifuga præſtitus cum gravitate ſub æquatore, reperietur illa hujus eſſe pars $\frac{1}{289}$, quoniam nempe eſt 7, 54 ad 2177, 267, ut 1 ad 289.

3. Ex his conficitur, corporum gravitati ſub æquatore minimum partem $\frac{1}{289}$ decedere, ideoque tellurem illic tantundem altius aſſurgere, quam ad polos. At enim cum partes telluris eo plus gravitatis deperdant, quo & longius removentur a centro, & figuræ mutatione in legem communem major varietas inducitur, nequit ea eſſe vera proportio altitudinis terræ ſub æquatore, & polis.

Res hæc non adeo abſtruſa erat, ut Newtoni ſagacitas non poſſet viam reperire quæſitam rationem aut omnino definiendi, ut veræ proximam. Ut igitur in tam perplexo negotio ad exitum perveniret, fingebat, axem telluris eſſe ad diametrum æquatoris, ut 100 ad 101, e qua hypotheſi inquirebat in vim centrifugam ſub æquatore, qua hoc figuræ diſcrimen effici poſſet, cumque eam gravitatis $\frac{4}{505}$ eſſe inveniſſet, hac analogia utebatur: ſi vis centrifuga, quæ gravitatis eſt pars $\frac{4}{505}$, tellurem ſub æquatore reddit altiorem parte $\frac{1}{100}$ totius altitudinis ſub polo, vis centrifuga, quæ ſit gravitatis pars $\frac{1}{289}$, eam itidem attollet parte ſibi æqua proportione reſpondente, quæ proinde ſubductis calculis reperitur $\frac{1}{229}$ altitudinis ad polos. Unde conſtitit auctori noſtro, eſſe diametrum æquatoris ad

dia-

diametrum per polos tranſeuntem, ſeu ad axem, ut 230 ad 229. (*)

4. In hac ſupputatione maſſa telluris æque ubivis denſa ſumitur; quæ ſi prope centrum magis ſit compacta, corpora ad polos conſtituta propter hoc materiæ incrementum, utpote viciniora, magis attrahentur; atque ex hoc capite alius erit ſemidiametri æquatoris exceſſus ſupra axem dimidium. Quod vero telluri, ſi tota fluida eſſet, contingeret, id etiam nunc in ea locum habet, etſi alia ſit ejus conditio. Etenim ſi firma, atque ſolida illius portio expoſita figura deſtitueretur, & globoſa tantummodo eſſet, Oceanus per totum undique tractum ſub æquatore diffuſus regiones polares pluribus paſſuum millibus ſupra aquarum ſuperficiem eminere ſineret, cum tamen eas non magis ſupra libellam oceani attolli videamus, quam continentis partes æquatori ſubjectas.

5. velocius multo, quam tellus, Jupiter circa axem ſuum vertitur, diurnæ revolutionis ſpatio vix

(*) Haud latere poteſt quemquam theoriæ hujus conſenſus cum obſervationibus illuſtrium Academicorum, Regis Galliarum juſſu ad ipſum prope Septentrionalem polum miſſorum, ut pervulgata hæc de figura telluris lis componeretur. Illud tantummodo inter obſervata eſt diſcriminis, quod ratio diametri æquatoris ad axem paullo major illis obtigerit, quam Newtono e calculo. Conſimili ratione pendulorum acceleratio verſus polos major notata eſt, quam magnus noſter Philoſophus definiverit.

vix 10 horas æquante; & cum præterea rarior ſit hujus globi maſſa, quam terræ noſtræ, ejus figura longius a ſphæra abit, majore inter æquatoris diametrum, & axem diſcrimine, quod adeo notabile eſt, ut Aſtronomicæ obſervationes non minus conſtituant, quam inter 13 & 12.

6. Gravitatis imminutio inde a polis ad æquatorem uſque longe manifeſtius ſeſe in pendulorum motu prodit. Si quod pendulum in loco polo boreali vicino ſingulas oſcillationes minutis ſecundis ſingulis peragens ad æquatorem transferatur, ita ejus motus lenteſcit, ut brevius reddi debeat, ſiquidem etiam iſthic intra minuti ſecundi ſpatium vibratio abſolvenda ſit. Atque hinc gravitatem ſub æquatore minorem eſſe uti rectiſſime conficitur, ita etiam telluris diurnus motus, ejuſque ad polos depreſſa figura non parum firmitatis accipiunt. Ex eadem porro figura conſequitur, gradus meridiani ab æquatore verſus polos creſcere; attamen differentia tam eſt exigua, ut per obſervationes nihil decerni poſſit, niſi quando ejuſmodi gradus inter ſe comparantur, quorum dimenſio in locis latitudine admodum diſcrepantibus capta eſt. Certe graduum inter ſe contiguorum diſcrimen, ſi auctoris noſtri calculos ſequamur, multo minus idoneum eſt ad veram telluris figuram conſtituendam, quam pendulorum motus, in quo minima quæque varietas facile admodum ſub ſenſus cadit, ſi ingens ſumatur oſcillationum numerus.

7. Fue-

7. Fuerunt, qui exiſtimarent, hanc pendulorum ſub æquatore tarditatem deberi calori virgæ longitudinem in pendulis augenti; verum oſtendit Newtonus, majori per ea loca æſtui perexiguam retardationis partem adſcribi poſſe. Richerius ſane, qui nihil accurationis, nihil ſolertiæ in ſuis obſervationibus deſiderari paſſus eſt, reperit, pendulum ſingulis minutis ſecundis temporis in inſula Cayenna oſcillans, eſſe integra linea, & quarta parte brevius, quam quod Pariſiis eodem intervallo temporis vibrationem peragit. Cenſuit autem Newtonus, non levi ductus ratione, caloris effectum haud poſſe ſextam lineæ partem excedere, quæ ſubducta e tota illa differentia Richerio obſervata relinquit lineam cum duodecima adhuc parte, procul dubio gravitatis imminutioni adſcribendam: id, quod plane cum illis conſpirat, quæ ſua e theoria auctor noſter deduxit: & ſiquidem terram ſub æquatore ſeptendecim paſſuum millibus magis attolli, quam ſub polis, eam ipſam theoriam ſecuti, ſtatuamus, non minus Richerii obſervationem conſentientem habebimus.

8. Ex figura ſphæroidea ad polos depreſſa, quam expoſuimus adhuc, Newtonus cauſam præceſſionis æquinoctiorum repetit. Cum terra orbem ſuum annuum circa ſolem percurrit, plerumque ejus axis ſitum ſibi ipſi parallelum ubivis conſervare ponitur, ut proinde cum plano eclipticæ conſtantem ſemper comprehendat angulum $66\frac{1}{2}^{\circ}$ fere: e quo fieri neceſſe eſt, ut planum æquatoris ad planum eclipticæ inclinetur ſub angulo $23\frac{1}{2}$ graduum, atque ſi produceretur, binis tantummodo in locis ſingulis

gulis

gulis revolutionibus annuis per centrum ſolis transiret. Ea porro puncta ſuperficiei ſphæræ cœleſtis, in quibus tum ſolis centrum nobis apparet, æquinoctialia appellant. In aliis quibuſvis orbitæ ſuæ locis conſtituta tellure, ſol ex alterutra parte plani æquatoris videtur, Boreali ſcilicet per ſemeſtre æſtivum, ac Auſtrali per alterum hybernum. Puncta æquinoctialia non eidem affixa ſunt loco, ſed ſenſim inter ſtellas fixas ab ortu in occaſum moventur, & quidem anni ſpatio fere 50″, ut propterea temporis intervallum inter æquinoctium atque ejus reditum in ſequente revolutione (quod Aſtronomi annum tropicum dicunt) aliquot minutis contrahatur, breviusque ſit, quam tempus, quo terra ad idem orbitæ ſuæ punctum revertitur, quod annum vocant periodicum. Hoc itaque motu punctorum æquinoctialium retrogrado cum æquinoctii tempus ſemper aliquantum recurrat citius, quam contingeret, ſi is abeſſet, phænomeno præceſſionis æquinoctiorum nomen impoſitum eſt. Qui e *Philoſophis* Ptolomaicum ſyſtema amplexi ſunt, hunc motum ipſis ſtellis fixis adſcripſerunt, atque ut fingendi libertate utebantur nullis circumſcripta terminis, ita religioni ſibi haud ducebant novam condere ſphæram circa eclipticæ polos lente admodum circumactam, ſecumque ſtellas fixas abducentem, cum tamen nihil æque naturæ phænomeni congruat, quam ut e motu quodam retrogrado nodorum æquatoris & eclipticæ oriri dicatur, conſimili prorſus illi, qui in nodis orbitæ lunæ habetur.

Sat

Sat dilucide ſuperius expoſitum eſt, qua ratione actio ſolis motum retrogradum in nodis lunæ efficiat, atque ex iiſdem principiis perſpicuum eſt, etiam alterius planetæ in plano æquatoris prope telluris ſuperficiem revoluti nodos fore retrogrados, quamvis multo tardius, quam lunæ, ea quidem proportione, qua propius, quam luna, a terræ centro abeſſet. Fac jam numerum ejuſmodi planetarum eo uſque creſcere, ut tandem continua ſeſe contingant ſerie, atque annuli ſpeciem circa æquatorem efficiant: non ſecus totius hujus annuli nodi retro movebuntur, quam unius cujuſpiam planetæ ex omni eo numero. Ad hæc finge, annulum circa æquatorem ipſi telluris globo accreſcere; pergent nihilominus redire nodi, quamvis motu multo lentiore, quippe cum annulus terræ undique adhæreſcens moveri nequeat, quin ſecum totam illius molem trahat.

Jam vero quod annulus, idem altius aſſurgentes ſub æquatore telluris partes præſtant, niſi quod minor ſit nodorum æquatoris, aut punctorum æquinoctialium motus, cum ea portio quamvis emineat, ut tellus a figura ſphærica aliquantum diſcedat, in ſat amplum tamen ſuperficiei ſpatium diffuſa ſit, minuſque efficere poſſit, quam ſi in æquatoris plano in annulum collecta foret Et quanquam in eminentiorem hunc telluris tractum tum ſol, tum luna vim ſuam exerat, hæc tamen præ illo multo eſt efficacior ad motum retrogradum punctorum æquinoctialium, utpote non ad tantum intervallum remota: utriuſque autem ſideris actione tam lentus eſt nodorum regreſſus, ut integra eorum revolutio non

minus, quam 25000 annorum ſpatium requirat. Motus hujus magnitudinem viribus efficientibus ad calculum revocatis auctor noſter ita definivit, ut obſervationes Aſtronomicæ cum theoria accurate conſentiant.

Eſt & alius quidam effectus actionis ſolis & lunæ in hunc annulum, verum adeo exiguus, ut in obſervationibus Aſtronomicis vix notari poſſit; quod nempe annuli cum ecliptica inclinatio ſingulis annis alternis vicibus bis creſcat, bis decreſcat.

CAPUT VII.

De Æſtu Maris.

Cum mutuæ gravitatis materiæ effectus non ad cœleſtium corporum motus tantummodo reſtringantur, in eo jam ſumus, ut phænomeni in tellure noſtra contingentis, atque omnibus notiſſimi rationes ab eodem repetamus principio, æſtuantis, inquam, maris reciprocati motus, cujus explicatio cum omnibus, qui ante Newtonum in cauſam inquiſierant, infeliciter ceſſiſſet, Philoſophiæ ipſi imbecillitatem exprobrare videbatur; ſed ab illuſtri hoc viro tanta cum evidentia ex inæquali gravitatione partium telluris in ſolem & lunam deducta eſt, ut nihil ad ejus perfectionem deſiderari poſ-

poſſit. Et quoniam omnium pene ſcriptis hæc quæſtio celebrata eſt, non abs re fuerit, reſolutionis methodum diffuſius exponere. Nemo non intelligit, quod ſi tellus motu careret, atque fluida ubivis foret, ejus partibus æquali undique gravitate libratis, perfectæ ſphæræ formam indueret. At fingamus jam in terræ ita comparatæ partes omnes potentiam quampiam æquali vi, & directionibus inter ſe parallelis agere: eveniret procul dubio, ut terra nihil penitus mutata figura a potentia illa moveretur, quandoquidem ſingulæ illius partes in lineis parallelis æqualiter progredientes ſitum inter ſe eundem ſervarent perpetuo retenta forma ſphæræ, cujus centrum eadem ferretur velocitate, qua quælibet pars. Quemadmodum enim aquæ gutta, dum verſus terram labitur, figuram interim ſphæricam conſervat; & corporum poſitus, quæ navi æquabiliter delata vehuntur, communi illo navis motu nil mutatur; ita, neque partium telluris inter ſe comparatarum ſitus mutationem ſubire poteſt e potentiæ ejuſmodi actione, quæ vim in ſingulas æqualem, eademque directione exerit, paremque omnibus motum impertit.

Demonſtravimus jam, partes terræ verſus lunam graves eſſe, & ſiquidem gravitatio ubivis foret eadem, atque in lineis parallelis, nihil inde terræ figuram perturbatum iri, ita, ut ſi lunæ motus circa commune peculiaris hujus ſyſtematis gravitatis centrum tolleretur, terraque gravitatis ſuæ vi in lunam libere permitteretur, illæſa globi forma verſus eum planetam recideret, partibus nempe ſin-

gulis æqualiter motis, ideoque priorem inter ſe ſitum ſervantibus.

At enim alia eſt in alias terræ partes lunæ actio, cum e communi lege, quæ lunæ proximæ ſunt, vi maxima attrahantur, minima remotiſſimæ, & quæ has inter locum medium occupant, mediocri actioni ſint expoſitæ. Cui & illud accedit, quod telluris partes nequaquam lineis inter ſe parallelis, ſed ad centrum lunæ convergentibus gravitent in eum planetam, qui propterea utroque ex capite mutationis aliquid figuræ terræ afferre debet.

Fingamus iterum, uti ſuperius, terram libere verſus lunam cadere, atque interim mutuæ partium inter ſe attractionis, atque cohæreſcendi vires animo ſeponamus. Nemo eſt, qui non intelligat, id ſi fieret, partes lunæ propiores majore cum velocitate caſuras, utpote quas fortior urgeret attractio, atque poſt ſe telluris centrum, maximamque ejus portionem inter lapſum relicturas; eas autem, quæ ceteris eſſent remotiores, tardius movendas, minori ſcilicet attractioni obnoxias, ideoque ſubinde paullo majore a centro intervallo volumen reliquum telluris ſubſecuturas, quam ſub motus initium. Unde perſpicuum fit, figuram terræ ſphæricam brevi in ſphæroides oblongum abituram, cujus maxima diameter verſus lunæ centrum dirigeretur.

Quod ſi mutua partium gravitas ſublata foret, & tantummodo in lunam ſingulæ attraherentur, lunæ

lunæ proximæ ſemper longius a centro abirent, majore illarum velocitate intervallum perpetuo augente; & ob eandem cauſam partes a luna, maxime diſſitæ, minoreque centrum velocitate ſequentes, ab eodem magis ſemper removerentur. Quare tum telluris figura longior ſemper evaderet, aucta continuo diametro, quæ lunæ centrum reſpicit.

Verum non ex hac tantummodo cauſa globus terræ, ſi ejus partes libere in lunam cadere poſſent, in ſphæroides oblongum transformaretur: partes terræ, quæ a puncto lunæ directe imminente quadrante undique removentur, cum centro pari velocitate latæ verſus idem punctum, ſeu lunæ centrum, interea ſimul ad ſeſe propius accederent, imminuta diſtantia, adeoque etiam diametris eaſdem conjungentibus; unde creſcente diametro verſus lunam directa, iis autem decreſcentibus, quæ rectæ per lunæ, & terræ centrum ductæ normales ſunt, etiam ex hoc capite longior fieret terræ figura.

Sed ſi jam mutuam partium terræ attractionem conſideremus, cum ea multum ſuperet actionem lunæ, & multo magis diſcrimen virium, quas exerit luna in diverſas telluris portiones, non niſi exiguam gravitatis ſuæ partem per has lunæ actiones amittent illa corpora telluris, quæ a centro disjungere conatur gravitas in lunam in priore noſtra hypotheſi; & perparum item addetur illis, quæ in eadem propius ad centrum admoverentur, id eſt, telluris partes tum lunæ proximæ, tum ab eadem remo-

remotiſſimæ tantillo minus in centrum graves reddentur; quæ vero ab illis quadrante abſunt, paullulum fient graviores. Ex his itaque conficitur, quod ſi terra fluida eſſet, columnæ verſus partes lunæ proximas, & ab ea maxime diſſitas altius reliquis aſſurgerent, donec altitudinis exceſſu ceteras ſuſtentarent in æquilibrio, quarum gravitas vel minus perdit, vel etiam inæquali lunæ actione augetur, ut proinde, ſi globus noſter partes omnes fluidas haberet, in ſphæroides oblongum abiret.

Spectavimus adhuc terram velut gravitate ſua verſus lunam cadentem; nunc autem ita eam nobis proponamus, ut cogitemus, certa quapiam directione projectam circa commune ſui ſyſtematis gravitatis centrum moveri. Evidens eſt, quamlibet ejus partem gravitate in lunam tantum quovis temporis momento a tangente deflectere, quantum ab eadem diſcederet, ſi libere in lunam decidere poſſet; quemadmodum ſcilicet corpora iſthic apud nos in tellure projecta, a directione, qua impelluntur, tantundem abeunt, quantum ſpatii lapſu perpendiculari gravitatis ſuæ viribus eodem tempore conficerent. Itaque eæ telluris partes, quæ lunæ ſunt præ ceteris vicinæ, longius a tangente deflectere nitentur; quæ vero maxime omnium diſſitæ ſunt, minore quoque, quam reliquæ, intervallo a tangente verſus lunam conabuntur accedere, eandemque ſubibit globus hic noſter figuræ mutationem, ac ſi, remotis obſtaculis, in lunam laberetur, ſive ſphæroidis formam induet,

et, cujus diameter maxima verſus lunam ſit directa.

At enim illud ſollicite animo retinendum ſemper eſt, figuram telluris non actione lunæ, ſed actionum differentia mutari; & ſiquidem eadem eſſet hujus planetæ vis in ſingulas terræ partes cum illa, quæ in centrum exeritur, atque etiam directionis ejuſdem, nulla penitus conſequeretur mutatio.

Hinc ſcilicet eſt, quod Newtonus primum conſideret attractionem, quæ in partes centrales fit, in reliquas omnes æquabiliter, & eadem directione diffuſam, poſtea vero diſcrimen actionum tanquam effectum a potentia quapiam præſtitum ſpectet, qui additamenti inſtar communi illi gravitationi adjungi debeat, atque verſus lunam dirigatur, quando verus habetur actionum exceſſus; in partem autem oppoſitam, dum a gravitate in centrum deficiunt. Hunc in modum, ubi attractio in reliquas partes ſuperat eam, qua centrum telluris urgetur, per ſummam duarum virium exhibebitur; quemadmodum per differentiam, ubi minus trahuntur eæ partes, quam centrum. Et quoniam tantum ea ratione hæ vires in conſiderationem veniunt, qua figuræ telluris mutandæ idoneæ ſunt; evidens ſane eſt, per eas debere ſphæroides oblongum, quale deſcripſimus, effici, exceſſu nempe actionis lunaris ſupra gravitatem centri addito gravitati partium terræ, quæ lunæ ſunt proximæ, eaſdem aliquantum a centro verſus lunam removente, dum interea partes a luna aver-

ſæ, maximeque diſſitæ, defectu a gravitate centri in plagam oppoſitam recedere coguntur.

Actio porro lunæ, quæ telluris partes quadrante undique a viciniſſima remotas afficit, in duas reſolvenda eſt, quarum altera æqualis, & parallela eſt actioni in centrum, altera ab iiſdem partibus verſus terræ centrum dirigitur. Prior equidem nihil globi noſtri figuram perturbare poteſt, quippe æqualis communi omnium partium gravitati in lunam, ideoque in hac perquiſitione non attendenda; altera tantummodo addenda eſt gravitati illarum partium verſus telluris centrum, ut columnæ fluidi aucto illic pondere ſuſtinendæ aliarum altiorum preſſioni pares evadant, quarum gravitas aliquantum lunæ actione eſt imminuta. Unde vis figuram terræ ſphæricam mutans inſtar ſummæ cujuſdam e duabus conſurgentis habenda eſt; altera nempe, quæ accreſcit partibus quadrante diſtantibus a lunæ proxima; & altera, quæ aliarum partium gravitati in centrum terræ decedit.

Intactum interim, dum hoc exponeremus, motum telluris circa axem ſuum reliquimus, cujus certe ratio habenda eſt, ut, quid lunæ actio in Oceanum poſſit, penitus intelligatur. Hic motus ſi abeſſet, maxima ſphæroidis diameter, in quod globus noſter abiret, in lunæ centrum accurate dirigeretur; ſed cum univerſa terræ maſſa ab occidente in orientem revolvitur, aquæ in cumulum aſſurgentes haudquaquam directe lunæ ſubjacent, verum

rum rotationis motum ſecutæ ulterius verſus ortum abripiuntur.

Aqua, poſtquam lunam directe ſibi imminentem habuit, attolli pergit, quamvis tum jam decreſcere incipiat hujus planetæ efficacia, neque antea ad maximam ſuam altitudinem pertingit, quam plus dimidio quadrante circuli ultra eum locum ſit progreſſa; uti etiam confectis inde nonaginta gradibus, ubi lunæ proxime ſuberat, haud illico ſubſidere ceſſat, licet vis ejus gravitati addita jam minuatur: auget enim adhucdum reapſe luna ejus gravitatem in telluris centrum, ideoque etiamnum deprimit, donec plus quam dimidio quadrante ulterius excurrerit. Quare fit, ut maximi æſtus loca nunquam reſpondeant rectæ centra lunæ & terræ conjungenti, ſed dimidio fere quadrante ab illa linea verſus ortum, quo diurna rotatione tellus movetur, diſcedant.

Manifeſtum itaque eſt, ſi tellus fluida eſſet, eam in ſphæroides transformandam, cujus maxima diameter verſus orientalem lunæ partem ſpectaret, ſive lunam ſemper futuram ad occaſum earum partium, quæ præ ceteris aſſurgerent altius. Fingere jam licebit, inſulam quampiam e circumfuſo undique fluido eminere, quæ proinde ſingulis revolutionibus ſphæroidis partibus altioribus fiet propior, aquis propterea bis dietim per illius littora excurrentibus, & tunc altitudinem maximam acquirentibus, quando inſula minimum diſtat a ſphæroidis verticibus, hoc eſt, dum a luna jam verſus ortum pro-

 greſ-

greſſa eſt, aut dum ipſa luna ultra illius meridianum verſus occaſum aliquantum abiit.

Verum ſolam adhuc lunæ actionem expendimus, cum tamen certum ſit, ex iiſdem capitibus etiam actionum ſolis diſcrimen, quibus diverſæ telluris partes attrahuntur, conſimilem in figura globi fluidi mutanda effectum habiturum, qui ſane multo minor erit, quam a luna præſtitus, cum tam immani intervallo globus ſolaris abſit, etſi gravitas partium telluris in hunc multum ſuperet gravitatem in lunam: ut enim ſæpe diximus, non ipſa vis horum ſyderum in terram agens, ſed differentia actionum, figuram perturbat. Tanta autem eſt ſolis diſtantia, ut ei collata terræ diameter vix major puncto habenda videatur: quam ob rem multo minus ſolis actio in partes terræ ei proximas differt ab illa, qua remotiſſimas attrahit, quam ſi non majore abeſſet a nobis intervallo, quam luna, cujus diſtantia fere 30 diametrorum terreſtrium eſt. Sic etenim globoſam guttæ figuram a gravitatis in terram differentia prorſus non mutari videmus, quod ejus diameter diſtantiæ a centro comparata nihil ſit.

Quoniam autem tanta eſt ſolaris globi moles, etiam e tam immenſo intervallo ejus efficacia percipi poteſt; & quamvis æſtus maris reciprocatus motus præcipue lunæ debeatur, notabile nihilominus ei incrementum a ſole accedit, quando utriuſque ſyderis actiones conſpirant, quemadmodum id fit in pleniluniis & noviluniis, cum ſcilicet cum centro telluris prope in eadem recta conſtituuntur, ideoque unitis

agunt

agunt viribus, mari tum maxime tumeſcente, quos æſtus *aquarum vivarum* vocabulo indicant. Sed in quadraturis ſolis vis oppoſita eſt lunæ actioni, quod illic per alteram aqua attollatur, ubi per alteram deprimitur, æſtibus inde multo minoribus exiſtentibus, quibus etiam *mortuarum aquarum* nomen indiderunt. Quanquam ſi accuratius loquamur, majores æſtus non ipſo ſyzygiarum tempore, nec minores in quadraturis poſita luna eveniant, ſed ſerius aliquantum, cum ſcilicet idem his accidat, quod in aliis omnibus obſervari diximus, effectum haud tum eſſe maximum, vel minimum, quando cauſæ actio in ſe maxima, aut minima eſt. Sic, ut alio utamur exemplo, calor non ipſo ſolſtitii die oritur maximus; quo ſol fortiſſime agit, verum elapſo aliquo inde tempore.

Id ut evidentius pateat, animadvertendum, quod ſi fingamus hoc temporis momento ſolis ac lunæ vim omnem penitus ceſſare, nihilominus aliquo adhuc temporis ſpatio æſtuantis maris motus perduraret: aquæ enim, qua altius aſſurrexerant, inde relapſæ per humiliora diffunderentur loca, donec etiam in his, deſcenſu priore concepta velocitate, in cumulum elatæ rurſus in priora cogerentur redire ſpatia, quanquam ad minorem ſemper altitudinem attollendæ, partium mutuo attritu motum retardante. Quare perſtaret in oceano adhuc aliquo tempore motus ille reciprocus, quem nunc videmus. Etiam poſtquam conquievit pocella, perdurantes maris fluctus; quin quidquid motuum in fluidis excitatur, quæ attulimus, luculenter ſane confirmant.

Non eundem ſemper luna ſitum obtinet, quando aquæ ad maximam perveniunt altitudinem, ſed id quandoque citius, quandoque etiam tardius contingit, quam ſi unius lunæ actio mare cieret. Pendet vero phænomenon a viribus ſolis, qui peculiarem efficeret æſtum, luna penitus ſublata, eumque aliquando citius, quam luna ſuum, id, quod manifeſtum eſt, fieri debere, cum luna primum, ac tertium quadrantem ſuæ orbitæ percurrit. Eodem modo retardat ſol aquarum aſcenſum, quando tardius oceanum commovet, quam luna, uti dum hæc in ſecundo, & quarto quadrante verſatur. Porro diſtantiarum lunæ a terra varietas in his quoque maris motibus percipitur; & dum propius ad nos accedit, majore vi in ſingulas noſtræ telluris partes agit, aucto inde actionum diſcrimine, cui oceani perturbatio debetur. Creſcunt quippe actiones in ratione quadratorum diſtantiarum decreſcentium; & quamvis ipſarum diſtantiarum differentiæ inter ſe æquales ſint, eſt tamen majus diſcrimen inter quadrata quantitatum minorum, quam inter quadrata majorum. Sic ex. gr. 2 a 3 haud minus exceditur, quam 1 a 2, cum tamen a quadrato numeri 3 (hoc eſt a 9) quadratum numeri 2, ſive 4, tantummodo paullo magis, quam duplo ſuperetur, licet quadrati numeri 2 (ſeu 4) quadruplo ſit majus, quam quadratum 1. E quo intelligitur, lunæ propius ad terram accedentis actiones in partes telluris ei maxime vicinas magis creſcere, quam quibus remotiores afficit, ideoque æſtus in majore ratione augeri, quam decreſcentium lunæ diſtantiarum. Et oſtendit quidem New-

tonus, eos ita creſcere, ut cubi diſtantiarum minuuntur, ut ſi luna ad dimidium tantum ejus intervalli remota eſſet, quo nunc a nobis abeſt, octies majores concitaret æſtus. Quoniam itaque luna in orbita elliptica movetur, ad minimam in ea a tellure diſtantiam delata altius debet aquas attollere, quam dum in maxima diſtantia eſt. Quam ob rem maximi in ſyzygiis æſtus nequeunt alter alterum in eadem continuo revolutione ſequi. Etenim ſi luna nova minimam habeat diſtantiam a terra; maximam ut acquirat, cum plena ſit, eſt neceſſe, confecto ſcilicet interea dimidio orbitæ: unde tempore plenilunii multo minus turgebit mare, quam in novilunio. Hinc quoque ſi æſtus fuerit maximus in lunæ oppoſitione, in conjunctione minor orietur.

Si ſol aut luna in polo conſtituta eſſet, nihil prorſus ad mare commovendum poſſet, quod ejus actione undique circa æquatorem ad æqualem altitudinem conſiſteret; ac proinde locus quiſpiam ſuum ad æquatorem parallelum percurrens, nuſpiam offenderet aquam magis elevatam, quam alibi, ut nullus aſcenſus, nullus deſcenſus toto revolutionis tempore obſervari poſſet.

Verum tum imprimis hæc ſidera ad perturbandum mare viribus pollent, quando in æquatore verſantur, quod eo tempore axis ſphæroidis, in quod telluris figuram commutant, in maximo omnium circulo circumagatur, aquis vehementiſſime concitatis: ideoque etiam maximi in ſyzygiis æſtus notantur, cum uterque globus in æquatore eſt poſitus, uti circa idem tempus, qui in quadraturis fiunt,

ſunt

ſunt omnium minimi. Præterea in lunæ quadraturis æſtus majores ſunt ſole ad tropicum alterutrum declinante, quam in æquatore conſtituto. Nam primum ſi fiat, luna prope æquatorem eſt; at ſi alterum, prope tropicos: univerſe autem potior eſt lunæ actio, quam ſolis, ad mare movendum, ut magis etiam tum attolli aquæ debeant, quando luna majore vi agit. Interea tamen fit ob majorem ſolis in hyeme viciniam, quam in æſtate, ut maximi omnium æſtus paullum conſequantur æquinoctium autumnale, & prævertant vernum.

Quando luna ab æquatore verſus alterutrum polum declinat, etiam alteruter aquarum cumulus, qui verticem ſphæroidis conſtituit, in telluris ſuperficie parallelum illi fere reſpondentem percurrit, quem diurno motu luna videtur peragrare; alter autem, oppoſituſque, cum apud hujus antipodas aſſurgat, circumagitur in parallelo tantundem in alteram telluris partem ab æquatore remoto, ita quidem, ut alter circumeat in hemiſphærio boreali, in auſtrali alter, æquali uterque ab æquatore intervallo. Hinc ſi locus quiſpiam ad alterutram æquatoris partem detur, ſemper vicinior erit illi ſphæroidis vertici, qui per idem revolvitur hemiſphærium, quam alteri oppoſito, & parallelum ſuum in altero hemiſphærio conficienti: & ſiquidem luna in idem hemiſphærium declinet, in quo locus datur, æſtus diurnus illius loci, ſive qui contingit luna ſupra loci horizontem verſante, ſuperabit nocturnum, ſeu eum, qui fit luna jam infra loci horizontem depreſſa. Oppoſitum obſervabitur, luna declinante in aliud hemiſphærium, quam in quo lo-

locus datur: etenim tunc ſphæroidis vertex lunæ oppoſitus ex illa æquatoris parte revolvitur, in qua eſt locus datus, cui proinde vicinior erit, quam alter. Æſtuum diſcrimen ſentietur potiſſimum utroque ſydere, ſole, inquam, & luna, verſantibus in tropicis, quod tunc bini illi aquarum cumuli percurrant parallelos omnium remotiſſimos, quos unquam deſcribere poſſunt. Inde eſt, quod ipſæ obſervationes nos doceant, in æſtate veſpertinos æſtus majores eſſe matutinis, hyberno vero tempore a matutinis veſpertinos ſuperari. Differentia *Briſtolii* quidem deprehenſa eſt quindecim digitorum; *Plimuthi* vero unius pedis. Et ſane adhuc magis excreſceret, niſi communi lege fieret, ut fluidum quodvis impreſſum ſibi motum aliquo deinceps tempore retineat, ac propterea ſequentes æſtus a præcedentibus perturbentur (*). Phæ-

(*) Vid. (*fig.* 71) in qua ſphæroides P A *p* E tellurem exhibet; P, *p* polos, A E æquatorem; F locum quemvis extra æquatorem; F *f* ejuſdem loci parallelum; D *d* parallelum ex altera æquatoris parte; L locum lunæ tribus horis præcedentis; H locum terræ; cui luna eſt verticalis; *b* locum oppoſitum; K, *k* loca 90 gradibus a prioribus diſſita. Metientur C H, C *b* maximam æſtuum altitudinem; C K, C *k* minimam; C F, C *f*, C D, C *d* erunt altitudines in F, *f*, D, *d*. Et ſi N M ſphæroidis circulus occurrat æquatori, & parallelis in S, R, T, erit C N aquæ altitudo in S, R, T, ac omnibus locis in circulo N M poſitis. Maximi æſtus in loco quovis F accident in F & *f* tribus horis poſt tranſitum lunæ per meridianum tum ſupra, tum infra horizontem; minimi autem tribus horis poſt ejus occaſum, & ortum: & ſiquidem F & L ſint ex eadem æquatoris parte, æſtus diurnus altior erit nocturno, cum tunc ſit C F major, quam C *f*. Contrarium fiet, ſi lunæ declinatio, & latitudo loci cujuſpiam D ſint diverſæ, altera borealis nempe, auſtralis altera, excedente tunc C D rectam C *d*. Fig. 71.

Phænomena porro æſtuum maris, quæ in peculiaribus locis obſervantur, nihil prorſus diſcrepant a legibus communibus horum motuum, quos nunc expoſuimus, dummodo ratio habeatur tum ſitus ipſius, tum amplitudinis maris, atque littorum. Omni retro tempore animadverſum eſt, motum oceani cum lunæ curſu conſpirare, eo intervallo aquis bis tumentibus, quod a tranſitu lunæ per meridianum loci dati uſque ad ſequentem ad eundem circulum appulſum elabitur, quod quidem diem ſolarem tribus fere horæ quadrantibus excedit, quo ſcilicet ſpatio ſerius ob motum ſuum proprium ad eundem meridianum luna redit. Pariter quæ de ſolis actione effectum a luna præſtitum expoſitis rationibus augente, minuenteve attulimus, conſtanti experientiæ reſpondent, æſtuſque in late patente, ſatiſque profundo oceano theoriæ veritatem omni ex parte reddunt conſpicuam.

Ut autem libere, & abſque obſtaculo hi maris motus peragantur, neceſſe eſt, oceanum, in quo fit æſtus, ſaltem 90 gradibus ab ortu in occaſum porrigi, ſeu quadrante circuli telluris, quod aquarum, quæ maxime elevantur, hoc ſit ab iis intervallum, quæ maxime deprimuntur. Quare facile intelligitur, id genus æſtus haud effici poſſe, niſi in majoribus oceani tractibus; & quid cauſæ ſit, cur majores obſerventur in mari Pacifico, quam in Atlantico. Eodem modo jam latere nequit, quare in zona torrida inter Africam & Americam, qua parte arctior eſt oceanus, ſimul minoribus agitetur motibus, quam in zonis temperatis. Hinc quoque perſpicuum fit, cur reciprocæ elevationis, & depreſſionis motus tam

exi-

exiguus notetur in inſulis a majoribus continentibus admodum remotis.

Etenim quis non videat, in oceano Atlantico aquas haud poſſe attolli ad alterutrum littus, quin ad oppoſitum deprimantur, ut proinde ad inſularum oras, quæ fere medium tenent ſitum, media quædam ſit futura aquarum altitudo inter maximam ad alterum, & minimam ad oppoſitum littus. Cum affluentes, aut refluentes aquæ per ſyrtes & loca vadoſa, per fauces ſinuum, ac freta tranſire coguntur, pluribus mutationibus earum motus obnoxius eſt, multaque ſemper ſunt, a quibus altitudo dependet. Et quidem in mari Atlantico ad oras occidentales Europæ, poſitum lunæ, ut explicuimus, fere ſequitur. Sic maximam aqua ad Hiſpaniæ, Luſitaniæ & Hiberniæ littora, quæ occaſum ſpectat, conſequitur altitudinem tribus prope horis a lunæ per meridianum tranſitu.

Inde autem per freta, quæ viam paucioribus impeditam obſtaculis præbent, refluit, ita, ut alio tractu meridionalem petat Angliam, alio Scotiæ ſeptentrionalem, tempore non exiguo interim elabente, dum ea intervalla emetiatur; quo etiam fit, ut citius illis in locis attollatur, ad quæ promptiorem nacta eſt aditum, quam in aliis; jamque iterum illic deprimi incipiat, cum ad remotiora littora adhuc affluit. Porro cum novus affluxus ſequitur, is refluentium aquarum impetu ſiſtitur, neque percipi poteſt, donec illarum curſus inde e magno oceano confluentibus frangatur, ſicque denuo attollatur mare. Duodecim horarum ſpatio opus eſt, ut ex oceano ad pontem

Londinenſem æſtus propagetur, ubi cum altiſſimus eſt, jam alter in oceano ad maximam elevationem pertigit, aquis per loca non nulla interjacentia depreſſis. Maris hæ motiones, ubi ſinus anguſtiores, & freta occurrunt, haud multum ab iis diſſident, quæ aliquo poſt procellas tempore perdurare ſolent. Animadvertit quoque Newtonus, per freta, & vadoſa loca, quæ littoribus leniter acclivibus continentur, æſtus longe altius aſſurgere, quam in amplo, & profundo oceano, cujus littora præcipitem præbent deſcenſum, quod vis accurrentium aquarum ita inhiberi nequeat modica illa oræ altitudine, quin longe magis accumulentur.

Quod ſi alicubi ad bina maria pateat trajectus, aut per duplex fretum in oceanum eundem, quorum alterum viam præbeat aquis commodiorem, quam alterum, fieri poteſt, ut bini æſtus, quorum alter ſequitur alterum, ita inter ſeſe confundantur, ut phænomena oriantur admodum diverſa. Meminit Newtonus tanquam peculiaris hac in re exempli portus Regni Tunquinenſis ad *Batsham* in orientali India, ad latitudinis ſeptentrionalis gradum 20um & 50^{mum} minutum. Hic namque aqua die tranſitum lunæ per æquatorem ſequente ſtagnat, motus expers; at cum luna relicto æquatore in boream declinat, mare attolli, deprimique incipit, ſemel ſingulos in dies, æſtu in lunæ occaſum incidente, rurſusque ſubſidente mari ad lunæ ortum. Inde ſequentibus ſeptem, octove diebus motus hic diurnus incrementa ſua capit, totidemque decreſcit iterum

pari-

paribus fere gradibus, donec luna ad æquatorem reverſa nullus ſit. Sed poſtquam a tranſitu per æquatorem luna in Auſtrum declinare cæpit, redit quoque mari æſtus priſtinus, hoc tamen diſcrimine, quod ad lunæ ortum aſſurgant aquæ, ad occaſum deprimantur. Ut cauſam hujus motus exponat, obſervat Newtonus, duos ad hunc portum Batshenſem patere per totidem vicina freta aditus, alterum ab Oceano Sinenſi inter continentem & Philippinas inſulas; alterum a mari Indico inter inſulam *Borneo* & continentem. In cujus rei conſideratione non dubitat, ſe phænomeni explicationem deprehendiſſe, quod ſcilicet æſtu quopiam per alterum e fretis ad Batsham appellente tertia hora lunari, ſequens illuc per alterum fretum hora lunari nona deferri poſſit, ſex nempe horis tardius. Quod ſi jam prior poſteriori æqualis ſit, atque ex illo refluat aqua, dum affluit ex hoc, nihil mutari altitudinem neceſſe eſt. Atqui luna in æquatore verſante æqualibus viribus uterque æſtus cietur; & cum in idem tranſgreditur hemiſphærium, in quo Batsha ſita eſt, perſpicuum fit, ex iis, quæ ſuperius expoſuimus, diurnum fore majorem nocturno, ita, ut eo in portu bini ſeſe æſtus majores, minoresque alternis excipere debeant, quorum diſcrimine orietur nova quædam maris agitatio, qua tumeat maxime tempore medio inter binos æſtus majores, ſubſidat vero rurſus medio inter minores illos æſtus tempore, elevatione fere in ſextam horam a lunæ occaſu incidente, depreſſione in ejuſdem ortum. Quando luna ex altera æquatoris parte eſt, nocturnus æſtus diurnum ſuperat, aquis propterea ad maximam alti-

titudinem aſſurgentibus luna oriente, atque hac occidente ad minimam regredientibus. Ex iiſdem cauſis repetendi ſunt æſtus a communi lege aberrantes, qui in locis motum ordinatum peculiari ſitu ſuo non admittentibus obſervantur, ut quidem ex aliorum narratione accepimus.

Verum non ſatis habuit Newtonus, generatim hæc de maris æſtu obſervaſſe: quid ſol, quid luna ad turbandum mare virium habeat, ex eorum attractione præterea ſupputavit. Gravitatis incrementum iis partibus telluris accedens, quæ quadrante undique diſtant a ſoli proximis, conſimile prorſus eſt illi, quod ejuſdem ſideris actione efficitur in gravitate lunæ verſus terram, quando in quadraturis verſatur, & cujus magnitudinem rectiſſime jam definierat Newtonus: ſcilicet eſt illa gravitatis acceſſio in partibus terræ quadrante remotis fere pars $60\frac{1}{2}$ ejus, qua lunæ gravitas in terram augetur, cum in quadraturis eſt, * quod earum a centro telluris diſtantia tanto ſit minor, quam lunæ. Porro partium, quibus ſol recta imminet, quæque his opponuntur, gravitas duplo magis minuitur, quam augeatur priorum niſus in centrum. Et quoniam tum incrementum partium quadrante remotarum, tum decrementum ſoli proximarum, ac remotiſſimarum conſpirant ad elevationem tam aquarum, quæ ſoli directe ſubjiciuntur, quam earum quæ in averſa ſunt telluris parte, ſupra illas, quæ undique ab his ſunt æqua-

(*) *Princip. Lib.* III. *Prop.* 36

12. Et certe ad littora ſat ampli, ac profundi oceani aquæ aſcenſus nihil admodum ab altitudine ex hoc calculo eruta diſcrepat.

Ex his rite compertis viam ſibi aperiri ſenſit Newtonus, etiam de lunæ denſitate, & materiæ in ea contentæ quantitate judicium ferendi. Eſt quippe vis lunæ ad concitandos æſtus unica ejus attractionis efficacitas, cujus menſuram capere liceat, & cujus ope denſitatem illius cum ſolis denſitate collatam ex æquo æſtimare poſſimus. Et reperimus quidem, lunam ſole denſiorem eſſe in ratione 4891 ad 1000; cum autem telluris denſitas ſit ad ſolis denſitatem, ut 4000 ad 1000, neceſſe eſt, ut lunæ, ac telluris denſitatum ratio ſit 4891 ad 4000, ſive 11 ad 9 fere. Ad hæc Aſtronomorum obſervationibus diametrum terræ ad lunæ diametrum eſſe, ut 365 ad 100, nobis conſtat: quare citra negotium e duplice hac proportione colligimus, materiæ quantitatem lunæ ambitu comprehenſam eſſe ad *telluris* maſſam, ut 1 ad 39,788; & commune telluris, ac lunæ gravitatis centrum fere quadrageſies terræ vicinius, quam lunæ. Quod ſi vero centri hujus ſitus nobis perſpectus ſit, omnes motus, qui in peculiari hoc ſyſtemate locum habent, magna accuratione definiri poſſunt.

Inquirit tum ulterius Newtonus in lunæ figuram: & quoniam tellus fere quadrageſies plus materiæ continet, quam luna, elevatio partium lunarium terræ proximarum, quæque his ſunt directe

op-

oppoſitæ, quam actio noſtri globi efficit, pariter fere quadrageſies major foret, quam aquarum altitudo, ad quam luna maria noſtra attollit, niſi in eadem ratione imminuenda eſſet, qua lunæ ſemidiameter terræ ſemidiametro minor eſt, ſive in ratione 100 ad 365. Compoſitis binis hiſce rationibus reperit, diametrum lunæ per terræ centrum, ſi produceretur, tranſeuntem majorem eſſe ceteris huic ad perpendiculum inſiſtentibus fere 186 pedibus. Exiſtimat porro, ſolidas lunæ partes ſphæroides conſtituere, cujus maxima diameter verſus tellurem dirigatur, id, quod in cauſa eſſe poteſt, cur eandem nobis ſemper partem hic planeta obvertat. Quod ſi maria ſat magna eſſent in luna, atque ipſa circa axem ſuum converſa alias ſemper, aliaſque telluri partes opponeret, ingentes ſane in ea æſtus orirentur, noſtris facile decuplo majores; at quia eadem nos ſemper ſpectat facie, nullus in ejus maribus concitatur motus, niſi qui a diſcrimine diſtantiarum a tellure, atque lunæ libratione provenit, cum ſolis vis vix quicquam in lunares oceanos poſſit.

CAPUT VIII.

De Cometis.

POſtquam ſuperioribus capitibus in uno de Planetis argumento verſati ſumus, res jam exigit, ut etiam ea contemplemur corpora, quæ quamvis ad ſolare ſyſtema pertineant, motu tamen a legibus illis communibus multo magis diverſo per cœleſtia ſpatia delata, quandoque ſeſe in noſtrum dant conſpectum. Sunt ea ſcilicet *Cometæ*, qui ex immenſis ſyſtematis hujus intervallis rapidiſſimo curſu verſus ſolem deſcendentes, peregrina ſua ſpecie, luciſque tractu, qui caudæ inſtar eos conſequitur, atque in viciniore hac orbitæ parte nobis redditur aſpectabilis, intuentium animos percellunt. At ſubducunt ſeſe paullo poſt noſtris oculis, ad priora illa ſpatia quam longiſſime recedentes. Et quanquam haud defuerint inter veteres, qui Cometarum naturam melius ſibi habuerunt perſpectam; quoniam tamen aliorum opinio plurimorum animis inſederat, qui eos non niſi Meteora in aere repentina geneſi exorta ſtatuerunt, illiſque ſimilia, quæ ſingulis pene noctibus ſeſe nobis objiciunt, perbrevi tempore conſpicua; nemo ſe putavit operæ facturum pretium ad hæc uſque noſtra tempora, ſi cœleſtium iſtorum corporum aut motio-

motiones obſervaret accuratius, aut phænomena deſcriberet diligentius. Quare fieri neceſſe fuit, ut huic Aſtronomiæ parti plurima ſemper ad perfectionem deeſſent. Numerum porro Cometarum inire, inter ea adhuc eſt, quæ nos latent penitus, cum & antiquæ hiſtoriæ monimenta eorum perſæpe meminerint, & non paucos noſtri ævi Aſtronomi notarint, quin non nullos etiam caſus per Opticos tubos conſpiciendos obtulerit, cum propius ad nos accederent, qui tamen exilitate ſua oculum id genus inſtrumento non adjutum ſemper effugerent; ut proinde id tantummodo dicere poſſimus, Cometarum numerum magnum admodum eſſe, eorum temporibus periodicis, magnitudine, orbitarum dimenſionibus in incerto adhuc poſitis. Nempe hæc Aſtronomicæ ſcientiæ pars non niſi poſt aliquot ſæcula perfectionem ſuam adipiſcetur, cum tot corporum, vaſtiſſimarumque eorum orbitarum dimenſiones longa obſervationum ſeries definiet, atque iis adjunget, quæ in cœleſti ſyſtemate jam nobis innotuerunt. Induet tum quidem novam, nobiſque incognitam Aſtronomia ſpeciem, licet tot ea jam ſit ditata inventis, quibus ad ætatis noſtræ gloriam tantas acceſſiones factas eſſe nobis gratulamur; verum vel ipſo illo felici tempore Aſtronomorum animos ea non raro ſubibit cogitatio, a Newtono detecta, atque invictis rationibus ſtabilita fuiſſe principia, tantorum hujus ſcientiæ progreſſuum fontem unicum; hunc primum reſeraſſe aditum, hunc eo jam penetraſſe, ut poſteris id unum pene ad gloriam reliquiſſe videretur, ut ſolerti cura oculos, ani-

mumque ad cœleſtium corporum obſervationes intenderent, atque ex ejus præſcripto ſubducerent calculos.

Cum itaque Newtono Aſtronomia, qua parte de Cometis agit, e ſuis educenda eſſet elementis, inde hanc tractationem orditur, ut contra Scholaſticos Philoſophos perſpicuum faciat, ea corpora longe ultra lunæ orbitam a nobis remota eſſe, quippe quibus ortus, atque occaſus diurnus; ceteræque omnes apparentes motiones communes ſint, quæ quidem globis cœleſtibus, nullo nexu cum tellure junctis, conveniant, & qui adhæc nulla nobis notabili parallaxi ſint obnoxii. Sed quoniam eorum motus phænomena ex annua telluris in ſua orbita revolutione varias mutationes ſubeunt, ut jam directi, jam retrogradi appareant; merito confici exiſtimat, Cometas tum noſtris patere aſpectibus, cum ad illa curſum ſuum deflectunt ſpatia, in quibus planetæ ſuos orbes percurrunt. Cum vero fieri nequeat, ut eorum motus accurate exponantur, *niſi ratio ubivis* globi noſtri circa ſolem delati habeatur; atque id ſi fiat; nihil ſit in ullius Cometæ ſemita, quod non congruat legibus, quemadmodum idem telluris motus explicandis planetarum exerrationibus ſatis eſt; novum hinc robur opinioni noſtræ accedit, quod terra ſolem circumeat, ſingulæque Philoſophiæ hujus partes cum ſingulis mirum in modum conſpirant.

Præterea Auctor noſter, cum adverſus Carteſii ſententiam jam eviciſſet, Cometas reapſe eo tem-

tempore, quo nobis ſunt conſpicui, in planetarum regionem deferri, quamnam curvam percurrant inquirit. Et quidem ex univerſali gravitatis lege jam alias definita eorum orbitæ aut parabolicæ ut ſint, neceſſe eſt, aut ellipticæ admodum eccentricæ, in quarum foco altero ſol ſit collocatus. Ita hiſce conſtitutis, rem ſumme arduam aggreditur, ut viam commonſtret, qua in parabolis peracti Cometarum motus cum obſervationibus eorundem rite conciliari poſſint. Hunc in finem methodum oſtendit, e tribus obſervatis Cometæ locis trajectoriam definiendi; atque exempla, quæ non pauca adfert, adeo exacte theoriæ conſentiunt, ut hujus evidentia nova inde in luce poni videatur. E quo manifeſtum plane fit, quantum momenti in ea theoria ſit, ut noſtram de univerſi hujus ſyſtemate cognitionem longius ſemper proferamus.

Multus autem eſt in eo Cometa tantopere ubivis celebrato, quem ſub anni 1680 finem, & ſequentis 1681 initium cœlum exhibuit. Hujus trajectoriam, aut, quam deſcripſit, curvam, poſtquam e tribus a Flamſteedio annotatis locis conſtituit, ſuas omnes, tum aliorum etiam obſervationes cum motu corporis in curva illa lati contendit, & exiguum prorſus reperit diſcrimen inter loca, in quibus Cometa verſabatur, atque inter ea, quæ ad eadem temporis momenta ſupputarat. Fuit is unus, idemque cometa, qui menſibus Novembri ac Decembri anni 1680 comparuit, atque dein ſequentibus Januario, Februario, ac Martio videbatur, quamvis plerique omnes duos eſſe, diverſoſque cre-

diderint. Cum nempe menſe Novembri verſus ſolem accederet, ad ſummam ejus viciniam die 12 Decembris pervenit, quo tempore cum ultra modum incaluiſſet, etſi caput ipſum, aut nucleus debiliore fulgeret luce, ubi in altero orbitæ dimidio diſcedebat, caudam exhibuit deinceps multo majorem, quam antea, quippe quæ ſubinde ad ſeptuaginta gradus in longum porrigebatur, etiam tum adhuc viſenda, cum ipſe nucleus jam oculis eſſet ereptus.

Doctor Helleyus, tum de Aſtronomia omni, cum de hac potiſſimum parte optime meritus, eidem perficiendæ ſociam cum Newtono junxit operam, cujus præclaros fructus ut ab illius induſtria ejus commodis ſejungamus, noſtrum non eſt. Cum hic animadvertiſſet, tres in hiſtoria memoratas obſervationes Cometarum in maximi momenti conditionibus ei, quo de agimus, convenire, eaſdemque 575 annorum intervallo recurriſſe denuo, ſuſpicatus eſt, unum hos, eundemque fuiſſe Cometam, qui eo ſcilicet temporis ſpatio periodum circa ſolem abſolvat. Quare parabolam in tantæ eccentricitatis ellipſin mutavit, ut eam Cometa 575 annorum tempore percurrere poſſet, quæque inferiore ſui parte pene cum parabola congrueret; tum vero Cometæ loca in hac elliptica orbita e calculis reperta ita deprehendit cum obſervatis conſentire, ut haud majus intereſſet diſcrimen, quam quod planetarum loca ſupputata ab iis exhibent, in quibus re ipſa ab Aſtronomis notantur, etſi planetarum motus jam tot annorum millibus ad calculos revocentur. Unde non immerito peracta eadem

dem periodo circa annum 2255 idem cometa redux expectari poteſt; quod ſi contingat, tanto a nobis intervallo remota illa ſæcula novum addent Philoſophiæ Newtonianæ evidentiæ gradum. Et ſiquidem fieret, ut temporibus eventum illum præcedentibus rerum humanarum inconſtantia, perpetuæque mutationes, aliquid a colendæ hujus Philoſophiæ induſtria detraherent, detererentque ſplendorem, næ ille cometa eam rurſus effloreſcere faceret, atque in cauſa eſſet, ut in magni hujus viri laudes omnium ſolverentur ora, qui tum quidem teſtes eſſent adfuturi. Neque ſane eſt, cur quiſquam prædictionem hanc velut vanam, futilemque explodat, quando eorum temporum Aſtronomi hujus cometæ obſervationem maximopere ſibi cordi ſument, quod ejus orbitæ portio quæpiam ita vicina eſt orbi telluris annuo, ut in quibuſdam revolutionibus ex ejus propinquitate in globo noſtro, ſi non noxii, at certe perquam notabiles effectus exiſtere poſſint. Jam vero in tanto cometarum numero per orbitas planetarias trajicientium, adeoque enormes caudas trahentium ſecum, an non dudum neceſſitas nobis fuiſſet impoſita, eorum motus verendi, atque ſollicite examinandi, ob tot inopinos eventus, quos in tellure noſtra animadvertiſſemus, niſi corporum horum omnium per univerſum diſcurſus a ſupremo quodam Moderatore & definiti, & executioni dati fuiſſent, cujus abſolutiſſima providentia omnes eorum inter ſe concurſiones per tot ſæculorum ſeriem futuras, indeque orituras rerum ſingularum viciſſitudines animo fuerit complexa? Equidem aberat tum longius ab eo or-

bitæ

diderint. Cum nempe menſe Novembri verſus ſolem accederet, ad ſummam ejus viciniam die 12 Decembris pervenit, quo tempore cum ultra modum incaluiſſet, etſi caput ipſum, aut nucleus debiliore fulgeret luce, ubi in altero orbitæ dimidio diſcedebat, caudam exhibuit deinceps multo majorem, quam antea, quippe quæ ſubinde ad ſeptuaginta gradus in longum porrigebatur, etiam tum adhuc viſenda, cum ipſe nucleus jam oculis eſſet ereptus.

Doctor Helleyus, tum de Aſtronomia omni, cum de hac potiſſimum parte optime meritus, eidem perficiendæ ſociam cum Newtono junxit operam, cujus præclaros fructus ut ab illius induſtria enatis commodis ſejungamus, noſtrum non eſt. Cum hic animadvertiſſet, tres in hiſtoria memoratas obſervationes Cometarum in maximi momenti conditionibus ei, quo de agimus, convenire, eaſdemque 575 annorum intervallo recurriſſe denuo, ſuſpicatus eſt, unum hos, eundemque fuiſſe Cometam, qui eo ſcilicet temporis ſpatio periodum circa ſolem abſolvat. Quare parabolam in tantæ eccentricitatis ellipſin mutavit, ut eam Cometa 575 annorum tempore percurrere poſſet, quæque inferiore ſui parte pene cum Parabola congrueret; tum vero Cometæ loca in hac elliptica orbita e calculis reperta ita deprehendit cum obſervatis conſentire, ut haud majus intereſſet diſcrimen, quam quod planetarum loca ſupputata [illegible] iis exhibent, in quibus re ipſa ab [illegible] notantur, etſi planetarum motus jam [illegible] millibus ad calculos revocentur. [illegible] erito perad[illegible]

dem periodo circa annum 2255 idem cometa redux
expectari poteſt; quod ſi contingat, tanto a nobis
intervallo remota illa ſæcula novum addent Philoſo-
phiæ Newtonianæ evidentiæ gradum. Et ſiquidem
fieret, ut temporibus eventum illum præcedentibus
rerum humanarum inconſtantia, perpetuæque mutatio-
nes, aliquid a colendæ hujus Philoſophiæ induſtria
detraherent, detererentque ſplendorem, næ ille co-
meta eam rurſus effloreſcere faceret, atque in cauſa
eſſet, ut in magni hujus viri laudes omnium ſolverentur
ora, qui tum quidem teſtes eſſent adfuturi. Neque
ſane eſt, cur quiſquam prædictionem hanc velut
vanam, futilemque explodat, quando eorum tem-
orum Aſtronomi hujus cometæ obſervationem ma-
imopere ſibi cordi ſument, quod ejus orbitæ portio
æpiam ita vicina eſt orbi telluris annuo, ut in
ibuſdam revolutionibus ex ejus propinquitate in
bo noſtro, ſi non noxii, at certe perquam no-
es effectus exiſtere poſſint. Jam vero in tanto
tarum numero per orbitas planetarias trajicien-
, adeoque enormes caudas trahentium ſecum,
n dudum neceſſitas nobis fuiſſet impoſita, eo-
notus verendi, atque ſollicite examinandi,
inopinos eventus, quos in tellure noſtra ani-
iſſemus, niſi corporum horum omnium per
diſcurſus a ſupremo quodam Moderatore
, & executioni dati fuiſſent, cujus abſo-
ovidentia omnes eorum inter ſe concur-
ſæculorum ſeriem futuras, indeque
ſingularum viciſſitudines animo fuerit
udem aberat tum longius ab eo or-
bitæ

bitæ ſuæ loco terra noſtra, prope quem cometa iſte in ſua ferebatur trajectoria; at enim non niſi temere quis pronunciet, etiam deinceps ſemper citra noxam fore ejus trajectum, qui univerſum cometæ curſum non penitus ſibi habuerit perſpectum. Illud interea commodum animadverſione dignum arbitramur, quod tanti temporis periodi, atque obſervationes cum tot ſæculorum intervallo connexæ promittunt, futurum ſcilicet, ut conſtantiorem reddant in colendis ſcientiis noſtram ſolertiam, quæ tot alias fuerunt mutationibus obnoxiæ. Seros nempe poſteritatis annos cum lapſis retro conjungunt quodammodo ſæculis, cauſaſque ſufficiunt, quibus venturis quoque temporibus pulchra illa naturæ pernoſcendæ cupiditas in hominum animis identidem excitetur.

Verum opus haud eſt, ut expectemus tam remoto a noſtra ætate cometæ reditu theoriæ noſtri Auctoris, præſenſioniſque veritatem firmari. Quod ſi orbitas cometarum, qui annis 1607, & 1682 fuerunt aſpectabiles, inter ſeſe conferamus, adeo eæ inter ſe congruunt, ut nihil æque pronum ſit, quam ut unus, idemque cenſeantur, qui 75 annorum intervallo circa ſolem revolvatur. Et ſiquidem anno 1758, ut periodus iſthæc exigit, reducem ſpectare liceat, inſigne prorſus Aſtronomiæ decus accedet. Enimvero videtur hic cometes ex eorum eſſe numero, quorum orbitæ quam minimum a ſole diſcedunt, & cujus ab eo maximum intervallum non niſi trigeſies & quinquies illud ſuperat, quo terra removetur; & cum abeſt quam longiſſime, ſpatium

inter

inter ſolem, & Saturnum interjectum, quater tantum excedit. Ut proinde hunc primum exiſtimemus futurum, qui in planetarum claſſem referatur, atque Auctoris noſtri theoriæ ingens pondus adjiciat.

Non ſatis erat Newtono, horum cometarum exemplo palam feciſſe, quæ animo conceperat, tam belle rerum naturæ convenire, niſi eamdem quoque conſenſionem aliorum phænomena proderent. Quamobrem ejus cumprimis cometæ complura loca ſupputavit, quem anni 1664 & 1665 ſpectandum dederunt. Tanta hic ferebatur velocitate, ut vicenos gradus diurno motu conficeret, per ſex fere ſigna in cœlo conſpicuus, antequam ex hiſce regionibus viſui noſtro expoſitis ſubduceretur. *Curſus ejus* (inquit Newtonus) (*) *a circulo maximo plurimum deflexit, in boream incurvatus; & motus ejus ſub finem ex retrogrado factus eſt directus. Et non obſtante curſu tam inſolito, theoria a principio ad finem cum obſervationibus non minus accurate congruit, quam theoria Planetarum cum eorum obſervationibus congruere ſolent.*

Ex iis, quæ in cometis obſervare licuit, maxime vero Anno 1680 viſo, diſcimus ſane, eos eſſe corpora ſolida, firma, atque ad quamvis temporis diuturnitatem comparata. Fuerat is, cum ad perihelium pertigerat, centies ſexagies, ac ſexies ſoli propior, quam terra noſtra; atque ex ea vicinia

(*) Lib. III. Princip. Propoſ.

nia ſecundum Auctoris noſtri computum bis millies majorem concipere debuit calorem, quam ferrum fuſioni proximum; & ſiquidem mole tellurem noſtram exæquet, eodemque modo, quo terreſtria corpora, priſtinum ſuum frigus recuperet, non minore, quam 50000 annorum ſpatio ad id opus erit. Huic tam incredibili calori ferendo, ut globus cometarius par ſit, profecto ſolidiſſime compactus ſit, oportet.

Eſt & illud cometis peculiare phænomenon, quod eos ubivis comitatur, caudaque appellatur. Fuerunt, qui hanc e ſolis radiis per corpus, aut *nucleum*, (quem pellucidum arbitrabantur) trajectis refractione generari putarent, cum alii eam ex illa lucis refractione repeterent, quam ſubiret in ſpatiis interjectis, dum inde e cometarum capite ad noſtram uſque tellurem reflectitur. At utrorumque rejecta opinione oſtendit Auctor noſter, caudam a vapore quodam formari, qui perpetuo e cometæ globo in partem ſoli oppoſitam attollatur, atque id conſimilibus prorſus e cauſis, e quibus expirationes terreſtres, fumuſque noſtram in atmoſphæram exurgunt. Et quoniam cometæ in orbita ſua ſemper progrediuntur, caudæ in eas partes aliquantum curvantur, quas caput jam tranſivit. Longiſſime porro ſeſe explicant, cometis a perihelio digredientibus, hoc eſt, ex eo loco, in quo a ſole abſunt proxime, maxime incaleſcunt, atque in denſiſſima atmoſphæræ ſolaris regione verſantur. Obſcurius inde caput denſior reddit halitus, atque ingenti copia elatus. Prodigioſi ſane voluminis erat cauda cometæ anni

1680, quæ inde a nucleo ad ſpatium haud minus excurrebat, quam ſit illud, quo ſol a nobis diſtat. Materia illa, e qua caudæ conſurgunt, motum cum cometis habet communem, ideoque nucleos conſequitur, a quibus, cum diſcedat ſub initium, denuo ſeſe illis adjungit. Ut autem ad majorem altitudinem attollitur, ita eam quoque magis ſemper rareſcere eſt neceſſe, quod vel ipſa major latitudo tractus illius lucidi verſus partes a capite remotiores indicat. Hinc eveniet quoque, ut non exigua caudarum portio, ad tantam ſcilicet ſubtilitatem redacta, per ſyſtematis ſolaris ſpatia diſpergatur, atque inde ſenſim ſua gravitate verſus planetas recidat, quorum atmoſphæris permiſta in illorum fluidorum locum ſuccedat, quorum diſpendio natura tot ſua effecta præſtat; & forſaſſis hic etiam modus eſt jacturam tenuiſſimi illius ſpiritus reſarciendi, cujus per aerem diffuſi tanta eſt neceſſitas ad vitam animalibus conſervandam, aliaſque naturæ operationes.

Ceterum in cometarum motibus fruſtra exſpectabitur ſumma illa æquabilitas, atque accuratio, temporumque cujuſvis periodi æqualitas, quæ in planetis deprehenditur, cum in tanto eorum numero, tam enormi apheliorum a ſole diſtantia, mutua attractio ad eos perturbandos ſat efficax eſſe debeat; cui ea præterea reſiſtentia adjungenda eſt, quam denſior atmoſphæra ſolis iiſdem objicit, quando inferiorem orbitarum ſuarum portionem percurrunt, quæque mutationis quidpiam in eorum curſum invehet. Hinc lenteſcens paullatim in propioribus hiſce ſpatiis eorum velocitas haud impedire poterit, ut

 plu-

plurium revolutionum tempore non magis ſemper ad ſolem gravitatis vi admoveantur, donec tandem ab immenſo illo ignis globo penitus abſorbeantur. Cometa certe, quem annus 1680 videndum præbuit, adeo exiguo intervallo a ſolis ſuperficie aberat, quod ne ſextam quidem ejus globi diametri partem excederet; propius procul dubio ſequente periodo acceſſurus, dum prorſus in eundem recidat. Atque ex hiſce corporibus novo ſuffecto pabulo, fixarum quarundam, luce, & calore pene exhauſtarum damna reparari poterunt; id, quod in iis potiſſimum eveniſſe credibile eſt, quæ repentino ſubin exarſiſſe lumine viſæ ſunt, tum vero iterum ſenſim deficere: qualis illa quoque fuerit in *Caſſiopea*, quæ, cum die 8 Novembris Anni 1572 nondum videri poſſet, nocte inſequente *Veneris* ſplendorem pene æquabat, inde autem ita continua lucis patiebatur decrementa, ut poſt 16 menſium ſpatium penitus ex oculis evaneſceret. Diſcipuli Kepleri alteram quoque ejuſdem indolis ſtellam obſervarunt in dextero *Serpentarii* pede, *Jovis* fulgorem die 30 Septembris Anno 1604 ſuperantem, quamquam nocte priore nihil ejus conſpiceretur. Hujus itidem lumen conſimili minuebatur ratione, donec poſt quindecim, aut ſedecim menſes videri deſierit. Stellam hujus generis novam fuiſſe ajunt, quæ præter ordinem in cœlo comparens Hipparchum ad fixarum catalogum conficiendum excitarit. At enim vero videtur propius, ſtellas ejuſmodi, quæ alternis incrementis, ac decrementis jam aſpectabiles fiunt, jam iterum ſubducuntur oculis, diverſæ eſſe naturæ, earumque partem alteram obſcuram, luminoſam eſſe alteram,

quas circa axem ſuum converſæ ex ordine nobis obvertant.

Argumenti porro vis, quod adverſus æternitatem Mundanæ hujus machinæ inde peti ſolet, quod ſolaris globus ſenſim aliquid ſemper e ſua materia deperdat, tantum abeſt, ut hinc infringatur, ut etiam e Cometarum expoſita theoria plus roboris recipiat, quando evidens ſane eſt, quid quid novi pabuli ei ex iſtis adjici potuerit, dudum jam abſumendum fuiſſe, ſiquidem nullam temporariam originem habuiſſet. Ipſa ea Cometarum maſſa, cujus in ſingulis revolutionibus exhalatione circa perihelium tam copioſa caudæ enaſcuntur, jam longo ante ætatem noſtram tempore exhauriri debuiſſet. Univerſe quidquid augetur, minuiturque continuis mutationibus, cum Mundi æternitate pugnat, cum illud in immenſum creviſſe, hoc evanuiſſe ad noſtra uſque tempora oportuiſſet: quis vero neſcit, utriuſque generis res plurimas in hoc univerſo contineri?

Cometarum in inferiores planetarum regiones deſcenſus illud etiam oſtendit clariſſime, orbes ſcilicet ſolidos, in quibus cœleſtia corpora revolvi volebant Scholaſtici Philoſophi, haud uſpiam conſiſtere poſſe, quam in eorum cerebro. Curſus ad hæc tam exacte reſpondens legibus, quo in orbitis adeo eccentricis quavis directione, in quamlibet cœli plagam feruntur, ſi præcipue cum aliis compluribus conjungatur argumentis, Carteſianos vortices penitus evertit.

Obſervatu quoque dignum exiſtimat Newtonus, quod Cometis verſus omnem cœli partem directionibus tantopere inter ſe diverſis, & in trajectoriis tam eccentricis diſcurrentibus, quarum plana majoribus etiam inter ſeſe inclinantur angulis, nequaquam credibile videri poſſit, cæcæ cuidam neceſſitati adſcribendum eſſe, quod tum planetæ circa ſolem, tum eorum ſatellites circa primarios ſuos, in eandem omnes plagam, in orbitis a circulis tam parum diſſidentibus, atque in eodem prope plano moveantur. Cometarum globi, a quorum orbitarum centris ſol tanto intervallo abeſt, ingenti velocitate ad illa delabuntur ſpatia, in quibus planetæ moventur, eaque perniciſſimo tranant curſu, ut ſcilicet cum iſthic tum inter ſe, tum etiam cum planetis ad maximam veniant viciniam, quam minimum ſit tempus, quo vel ipſorum orbitæ, vel planetarum perturbari poſſint. Et quia diverſa admodum plana percurrunt, in maxime diſſitis orbitarum ſuarum portionibus longiſſime a ſeſe diſcedunt, ubi imminuta tantopere velocitate, ſoliſque vi exigua ad tam remota ſpatia agente, mutuis attractionibus turbarum plurimum inveheretur in eorum motus, niſi tanta longinquitate id caveretur. Ut adeo nunquam non, quæ res minus accurate expendentibus ordini, & naturæ legum elegantiæ adverſari videntur, poſt maturius examen cum ſumma concinnitate diſpoſita, atque ſapientiſſimo ordinata conſilio deprehendantur.

Hæc

Hæc ubi præſtitit Newtonus, animum tantiſper ad cauſæ omnium ſupremæ naturam contemplandam convertit, atque ex aſpectabilis hujus Mundi ſtructura concludit, eum Omnipotenti cuidam, atque ſapientiæ infinitæ Moderatori ſubeſſe, qui eundem non inſtar animæ, ſed tanquam Dominus regat; qui perfectiſſimam in hoc univerſum exerceat poteſtatem, non velut in corpus, ſed in opus ſuum, quod, ut libet, verſet, quin ipſe ejus viciſſitudine quicquam afficiatur. Verum quæ Newtono fuerint de Divinitate ſenſa, diffuſius paullo nobis ſequente Capite eſt exponendum.

CAPUT IX.

De Supremo Univerſi Auctore, & Conſervatore.

I. Ariſtoteles librum ſuum de Mundo hac animadverſione concludit: quod impium foret, de mundo loqui, & de Auctore ejus tacere; cum reipſa nihil frequentius, nihil in natura deprehendamus conſtantius, quam Dei omnia moderantis veſtigia; & Philoſophus ille, qui his nihil admodum penſi habitis, ſola univerſi, qua ex materia concretum ſenſibus ſubjicitur, ſpe-

cie, & Mechanicis motus legibus ſibi ſatisfacit, negligit, quod ceteris omnibus excellentius eſt, atque imperfectum aliquid ſupremæ perfectioni, infinitati finitum, infirmum, atque anguſtis definitum limitibus, ſummæ, quam nulla temporum, vel locorum circumſcriptio metitur, potentiæ, caducum denique, & mortale æternum duraturo præponit. Qui ad tam manifeſta ſapientiæ, bonitatiſque ſupremæ indicia, quæ ſeſe ubivis offerunt, quocunque vel mentis oculos convertant, aut undecunque naturæ perveſtigationem inchoent, animum non adhibent, antiquorum prorſus Philoſophorum referunt morem, qui cæcam noctem, materiam, & chaos rerum omnium originem conſtituerunt.

2. Quemadmodum, cum & notio, & verba nos deſtituant, de ſupremo illo Ente locuturos, Ariſtoteles in libri ſui (cujus paullo ſuperius meminimus) clauſula, aſſurgere ultra non potuit, quam ut illud cum eo, quod præſtantiſſimum eſt, atque in omni genere excellentiſſimum, componeret (*); ita nobis quoque dicitur Rex vel ſupremus Domi-

(*) Καθόλε δὲ, ὅπερ ἐν νηὶ κυβερνήτης, ἐν ἅρματι δὲ ἡνίοχος, ἐν χορῷ δὲ κορυφαῖος, ἐν πόλει δὲ νόμος, ἐν ϛρατοπέδῳ δὲ ἡγεμών. τῦτο θεὸς ἐν κόσμῳ. πλὴν καθ᾽ ὅσον, τοῖς μὲν καματηρὸν τὸ ἄρχειν, πολυκινητόντε ϗ πολυμέριμνον. τῷ δὲ ἄλυπον, ἄπονόν τε ϗ πάσης κεχωρισμένον σωματικῆς, ἀϛθενείας. ἐν ακινήτῳ γὰρ ἱδρυμένος πάντα κινεῖ, ϗ περιάγει ὅπου βύλεται, ϗ, ὅπως, ἐν διαφόροις ἰδέαις τε ϗ φύσεσιν. De Mundo Cap. 6.

Dominus, omniumque rerum a ſe conditarum Parens, Mundi Anima, vel magnus denique Univerſi Spiritus. Iſtiuſmodi loquendi formulæ ſub initium recto, quo debebant, ſenſu acceptæ, deinde tamen abuſu quodam corruptæ ſunt, & potiſſimum quidem illa, qua mundi dicebatur anima, quæ ſcilicet ens ſupremum non ſolum repræſentare potuerit inſtar principii efficientis, atque ſua ſe virtute moventis, verum etiam velut patientis, & quod corporum actionibus, motionibuſque afficeretur. Natura ſeparata, & omnis concretionis expers poſterioribus Platonis aſſeclis, præcipue vero Plotino, occaſionem ſubminiſtravit, abſtruſiſſimas quasque, plurimumque ab intelligentia remotas de Divinitate, & religione ei debita notiones inducendi, uti cum nos docet, intelligentiam Deo nequaquam tribui oportere, cultumque, quem quidem ei præſtare poſſumus, perfectiſſimum, non in venerationis, & reverentiæ, non in amoris, & gratitudinis actionibus, ſed in arcana quadam noſtri exinanitione, integraque facultatum noſtrarum omnium abolitione recte poſitam eſſe. Hæc abſurda quantumvis dogmata ſuos tamen ſectatores nacta ſunt, qui dum hic etiam, uti alias, majores nido conantur alas extendere, vim intelligentiæ ſuæ inferunt, & in quandam prorſus inſaniam delabuntur, atque, quantum in ipſis eſt, veram religionem, pietatemque ſolidam in contemptum adducunt.

3. Qui extollendi ſupremæ cauſæ potentiam obtentu, veritatem, falſitatemque voluntati ejus penitus alligant, laudari ex hoc capite haud merentur, quemad-

admodum de Carteſio obſervavimus *Lib.* 1 *Cap.* 4. Hæc etenim dogmata directo ſpectant ad introducendam opinionem abſurdam, quæ intelligendi facultatem ita poſſe comparatam eſſe docet, ut, quod reipſa falſum eſt, tanquam verum clare, diſtincteque percipiat. Multo rectius profecto ſentiunt, quos nulla prohibet religio, ipſam Dei potentiam, & rerum, quæ fieri poſſunt, naturam, e claris, quas de illis animo ſuo concipiunt, notionibus metiri, affirmantes videlicet, nec in ipſius adeo Dei poteſtate eſſe, efficere, ut res inter ſe pugnantes, quas *contradictorias* Scholæ dicunt, ſimul cum veritate conſentiant, quique quod in humanis cognitionibus certum eſt, haud aliter conſiderant, quam quod ex ipſa Divina ſapientia, & ſcientia in nos emanarit quodammodo, nobiſque in naturæ ſpectaculis, quæ oculis noſtris ſubjecit, ſit communicatum.

4. Cum ea ſit argumenti hujus ſubtilitas, atque præſtantia, ut infirmas hominum mentes facillime ultra præſtitutos ingenio limites provehat, earum tenuitati ut quoquo modo ſubveniretur, excogitatæ ſunt imagines quædam allegoricæ, & ænigmaticæ, quæ tamen nocentiſſimis deinceps abuſibus anſam præbuerunt. Ubi enim figuræ metaphoricæ, atque nomina pro rebus ipſis haberi cæperunt, mox in veræ Divinitatis locum infinitus propemodum falſorum deorum numerus ſubſtitutus, rebusque etiam abſurdiſſimis is cultus impenſus eſt, qui ad extinguendos in animis hominum ingenuæ probitatis, veræque virtutis notiones ſpectabat.

5. Quem-

5. Quemadmodum non aliud vel ſpinoſum magis, & ſubtile perveſtigandi genus eſt, quam quo de Divinitate agitur, vel tam grave & ſalutare naturis intelligentia præditis, quam quo verum a falſo, juſtum ab injuſto dijudicatur; ita quoque nec ad aliud majorem & cautionem requiri, & prudentiam in aperto eſt. Atque inde eſt, quod magno noſtro cum dolore videamus, quanta cum libertate, vel potius licentia, Philoſophi temerarias ſuas de natura, libertate, aliiſque Dei perfectionibus notiones provexerint. Oſtendimus in primo Libro, ipſis fere Carteſii verbis, quam licenter hic Philoſophus univerſi formationem, ſepoſita pene Divinitate, explicuerit, conatuſque ſit ex ejuſdem perfectionibus conſectaria deducere, quæ tamen in præſens a vero aliena ſunt deprehenſa. Pronum eſt arbitrari, tam a ratione abhorrentem Philoſophandi modum in re tam ſeria, tantique momenti, ſaniorem, moderatioremque humani generis partem a Carteſio deterruiſſe. Dum interea Spinoſa monſtroſa prorſus ſua de neceſſitate immutabili dogmata condebat, omnibus facile Philoſophis, uti argumentorum infirmitate, ita opinionum impietate deterior, nihilominus non raro, cum de Divinitate loqueretur, ſummam reverentiam, obſervantiamque affectabat. Leibnitzius, pluresque ejus diſcipuli eandem, quam ex Magiſtri ſui doctrina hauſerunt, fatalem rerum omnium neceſſitatem ita quoque ſuſtinuerunt, ut eam prorſus ad Deum ipſum pertinere exiſtimaverint, cujus adumbratas animo notiones tam imperfectas habemus, cum tantum interim noſtra referat, ne falſa hac in re, atque mendaci informatione decipiamur. Inſigni enimvero prudentia, ac circumſpe-

ction in differendo hoc ſuper argumento, ſeu familiari ſermone, ſeu ſcriptis enituit Newtonus, quamvis neque ipſe hac in cauſa adverſariorum ſuorum criminationes effugerit. Cum Deus prima rerum, atque ſuprema cauſa ſit, ex qua in reliquas vis omnis, & efficacitas proficiſcitur, rationi prorſus contrarium eſſe ſtatuit, hanc unam ex univerſi formatione, in quam ceteræ admittuntur, excludere. Multo æquius ei videbatur credere, omnem hanc connexionem, diverſaſque cauſarum ſeries, ad ſupremam hanc, velut principium & originem referri, totumque univerſi ſyſtema ab ea, quæ nulli naturæ eſt obediens aut ſubjecta, dependere.

6. Maximi ponderis argumentum, cur Deum eſſe confiteamur, quod ita omnibus eſt perſpicuum, ut ſummæ ejus evidentiæ repugnare nemo penitus poſſit, admirabilis mundi ſtructura, ejuſque manifeſtiſſima partium inter ſe conſenſio, alteriuſque cum altera coagmentatio ſuppeditat. Nihil attinet hic ſubtilibus, exquiſitiſque rationibus agere; ipſa hæc tam luculenta rerum omnium inter ſe conſpiratio Auctorem, a quo pendeant, nobis clare loquuntur. Commovemur ad hoc vehemente quadam ſenſus intimi affectione; & ſi quæ etiam, quibus involvamur, rationes opponi fortaſſe poſſint, at naturæ illud noſtræ judicium nunquam eæ profecto labefactabunt. Nemo omnium exempli cauſa, cui Optices elementa, & tota oculi ſtructura accuratius perſpecta ſunt, adduci poterit, ut exiſtimet, hunc ſine perfecta hujus ſcientiæ cognitione formatum, vel aurem citra ſonorum intelligentiam eſſe factam, vel in ipſis de-

nique

nique beſtiis ſexum alterum ad alterum non referri, generis quarumvis perpetuandi cauſa. Innumera hujuſcemodi exempla, ſi tantiſper animum advertamus, in natura deprehendimus. Ex admiranda rerum omnium ad cauſas ſuas finales conformatione, præſtantem, excellentemque ipſius Auctoris informationem accipimus; & quoniam ad unum omnia finem referuntur, ipſum quoque *unum* eſſe intelligimus. Ingentes vero motus, quos in univerſo hoc conſpicimus eadem fieri facilitate, qua minimos, eum & *omnipotentem* eſſe teſtantur, cui haud difficilius ſit telluris molem, corporaque cœleſtia, quam maxime exiles particulas movere. Ipſa porro motuum & actionum, quæ internas. corporum partes afficiunt, ſubtilitas, ejuſdem agendi vim ad ultima uſque, ex quibus conſtituuntur, elementa pertinere, eumque pariter & *agere*, & *adeſſe ubivis* manifeſto ſignificat: legum, quibus hic mundus continetur, ſimplicitas, excellens rerum omnium ad meliores fines diſpoſitio, eximia naturæ operum pulchritudo, & ſingularis ornatus, quem nulla ars quantumvis abſoluta imitando conſequi poteſt, ſummam, atque perfectam ejus ſapientiam. demonſtrant: commoda denique innumera, quæ e rebus omnibus in emolumentum ratione præditarum mentium aptiſſime diſtributis redundant, ipſeque adeo interior intellectus, honeſtatiſque capacis naturæ habitus, certiſſima ſunt immenſæ Dei Bonitatis indicia. Atque hæc illa potiſſimum argumenta, quæ cum abunde & ante oculos vulgi poſita, & ad popularem intelligentiam omnino accommodata ſint, tum novam ſimul vim & ſplendorem ex ipſis eruditorum perveſtigationibus capiunt.

Actuoſa Divinitatis vis univerſi hujus molem omnem complexa, id ab eo, uti factum & conſtitutum eſt, ita regi atque gubernari plane oſtendit, reconditaque ejus conſilia (in ipſa conſpicui hujus mundi adminiſtratione) quorum pars maxima intelligentiam noſtram exuperat, religionem nobis, & reverentiam adverſus Ens hoc ſupremum injiciunt, animumque comparant ad ea accipienda, quæ de hoc præter naturæ ordinem nobis poſſunt manifeſta fieri. Animadverſione dignum eſt, futurum fuiſſe, ut non nullæ naturæ leges, quas modo reapſe cognitas habemus, nos penitus effugerent, ſiquidem oculorum ſenſu deſtituti eſſemus; & forſan facere quoque potuit, ut alio adhuc ſenſus genere inſtrueremur, cujus ne notionem quidem animo effingere nobis in præſens licet, quamvis ſine eo neque omnia illius opera perſpici, neque ipſe perfectiore modo a nobis cognoſci poſſit. Qualis autem cunque hæc noſtra ſit conditio, tantum certe cognitionis habemus, ut & nos a ſupremo hoc ente omnino pendere, & quæ ei, tanquam Domino, rerumque omnium diſpenſatori debemus officia, ignorare non poſſimus. Ipſa quidem natura Dei, uti & aliarum quarumvis rerum, a ſenſibus noſtris attingi nequit; attamen perfectiones ejus ex admirabili operum, quæ divina providentia conſtituta novimus, pulchritudine atque præſtantia plena luce ſeſe nobis objiciunt. Non ignoramus, quantumvis ſummam, quam comprehendere mente poſſumus, divinarum perfectionum magnitudinem, ipſis, ut in ſe ſunt, multum eſſe inferiorem, ſuprema tamen ejus in nos poteſtas atque imperium, noſtraque adverſus eum obſequia, & debita pietatis officia, cui nota, manifeſtaque non ſint?

7. Præ-

7. Præcipuum Newtoni ſtudium, atque induſtria in eo verſabatur, ut nunquam non ens hoc ſupremum inſtar principii libere agentis contemplandum nobis proponeret, metuens ſcilicet haud injuria periculoſa doctrinæ illius conſectaria, quæ, quidquid accidat, id ex fatali, aut immutabili neceſſitate fluxiſſe affirmat. Condidit Deus mundum, nulla prorſus cogente neceſſitate, ſed quando id faciendum æternis conſiliis decrevit. Materia neque infinita eſt, neque neceſſaria, ſed tantum ex ea creavit, quantum ad præſtitutos fines requirebatur; fixarum ad hæc ſtellarum ſyſtemata diverſis a ſeſe intervallis arbitratu ſuo locavit: planetas in ſolari ſyſtemate definito numero formavit, eoſdemque ad varia, ut libuit, diſpoſuit ſpatia: impertivit his omnibus motum, quo ab occaſu in ortum conſtanter feruntur, quamvis ex cometarum curſibus plane pateat, contrarium priori, ab ortu ſcilicet ad occaſum, in his ciere, prorſus in poteſtate Conditoris fuiſſe. In his, aliiſque pene innumeris id genus exemplis, an non naturæ ſumma ſapientia, libertateque agentis veſtigia manifeſtiſſime expreſſa legimus? Quemadmodum vero inter ceteras, quæ Newtoni indolem commendarunt, dotes, non poſtremum ſibi locum circumſpectio vendicaverat, quin tamen hæc ab ejus vel ingenii perſpicacia, vel mentis acumine quidquam detraheret; ita quoque hic præcipuo quodam jure ei applaudere, confiterique nos oportet, Philoſophiam ejus ad ſummi momenti fines peropportunam ſemper fuiſſe, quin vel ullo ex capite iis officere videretur.

8. At

8. At enim quoniam de Natura illa inexplicabili tractaturos, & notionum, & verborum ad ejus dignitatem atque præſtantiam quoquo modo accommodatorum inopia cogit ad loquendi formulas aliunde translatis vocabulis minus proprias, confugere, e quibus animi noſtri ſenſa vim quampiam, majusque robur accipiant, quemadmodum jam ſupra meminimus; fieri vix poteſt, ut vel cautiſſimus quiſpiam non quandoque ejuſmodi uſurpet, quæ apud illos in deterius trahantur, qui ingenii, ac ratiociniorum acumine ad ferendas tantummodo lites abutuntur. Ut ſui de *Omni-præſentia* Dei animi ſenſa exprimeret Newtonus, ajebat, ens hoc ſupremum id omne, quod quidem in univerſo ſpatio fieret, plene, intimeque velut ſuo quodam in ſenſorio percipere. Ea res ingentem mox apud adverſarios tumultum excitavit, quaſi dicere voluiſſet, idem Deo eſſe hoc ſpatium, quod eſt ſenſus organum animæ noſtræ. At vero quis quis hæc Newtoni verba animo præſumptis opinionibus libero expendit, in hoc facile conveniet, ex iis in nobis vivaciſſimam oriri imaginem intime ubivis præſentis Dei, cui abſolutiſſima ſit facultas, omnia, quæ aguntur, modo plane perfectiſſimo, nulliuſque prorſus agentis, vel inſtrumentorum intermediorum ſubſidio percipiendi: neque a Newtono ipſo hæc alia mente, ſenſuque uſurpata fuiſſe; utpote qui præcipuo quodam ſtudio advigilavit ad refellendam eorum opinionem, qui res externas in Deum agere, eumque inde affectioni cuidam, vel *reactioni* obnoxium eſſe. temere ſtatuebant. Communis eſt, & pervulgata opinio, animam impreſſionibus in ſenſus factis intime affici,

at-

atque hac tantummodo ratione rebus præſentem adeſſe : & quoniam, quidquid de divinis perfectionibus cognoſcimus, ex iis nobis derivandum eſt, quæ ſeu de noſtris, ſeu de aliorum hominum mentibus perſpecta habemus, & id quidem modo, quo fieri poteſt, præſtantiſſimo, defectu ſcilicet, omnique limite ſecluſo; ſupra vires pene fuerit, *omnipræſentiæ* Dei, & infinitæ ejus ſcientiæ, clariorem nobis, atque per hanc comparationem, adumbrare imaginem. At enim ex immodico erga ſua ſyſtemata amore perquam irritabiles ſunt Philoſophi in eos, qui dum uni perquirendæ veritati animum intendunt, ex improviſo illorum dogmatum fundamenta ſubruunt: tum vero omnem perveſtigant occaſionem, vel erroris umbram minimam hiſce objectandi.

9. Maxime omnium adverſus Newtonum vociferabantur, qui ſpatium infinitum velut perfectionem divinam ab eo nobis repræſentatum exiſtimabant, creditumque, Deum per diffuſionem ſuæ *ſubſtantiæ* in ſingulis ſpatii partibus eſſe præſentem. At vero ſimiles loquendi formulas in ſcriptis ejus nuſquam prorſus reperias : major erat Newtono, dum ſeu cogitaret, ſeu loqueretur de Deo, reverentia atque religio, quam ut hujuſcemodi ſentiendi licentiam ſibi ſumeret. Quin Deus (diſerte inquit) (*) *durat ab æter-*

(*) *Æternus eſt & infinitus, omnipotens & omniſciens, id eſt, durat ab æterno in æternum, & adeſt ab infinito in infinitum; omnia regit & omnia cognoſcit, quæ fiunt, aut fieri poſſunt. Non eſt æternitas, & infinitas, ſed æternus & infinitus; non eſt dura-*

ab æterno in æternum, & adeſt ab infinito in infinitum, at non eſt æternitas vel infinitas, non eſt duratio vel ſpatium. Addit præterea (dicam enim quod res eſt) quemadmodum Deus neceſſario exiſtit, ita & eadem neceſſitate *exiſtendo ſemper & ubique durationem & ſpatium conſtituit.* Quid vero jam in his, quod crimini dari merito poſſit? Nihil aliud certe hæc allata Newtoni verba ſignificant, quam quod, cum Deus reipſa, & neceſſario in omnibus prorſus ſpatii & durationis partibus adſit, ipſum quoque ſpatium, & duratio exiſtant, neceſſe ſit.

10. Tantum abeſt, ut hæc notio juſtæ adverſus Newtonum querimoniæ fundamentum præbeat, ut *neceſſariam* potius *ſpatii exiſtentiam* modo Deo prorſus digno complectatur, doceatque nos, quantum emolumenti ex doctrina hac tam evidente, tam manifeſta hauriri poſſit. Adeo Newtonus non propoſuit nobis Deum per diffuſionem in ſpatio præſentem (quemadmodum injuria quidam criminati ſunt) ut planiſſime etiam dicat: *partes dantur ſucceſſivæ in duratione, coexiſtentes in ſpatio, neutræ in perſona hominis, ſeu principio ejus cogitante; & multo minus, in ſubſtantia cogitante Dei. Omnis homo, quatenus res ſentiens, eſt unus, & idem homo durante vita ſua in omnibus, & ſingulis ſenſuum organis. Deus eſt unus, & idem Deus ſemper & ubique*, quin ulli omnino mutationi ſubjaceat. Subjungit, Deum eſſe ubique *non*

---

tio & ſpatium, ſed durat, & adeſt. Durat ſemper, & adeſt ubique, & exiſtendo ſemper & ubique, durationem & ſpatium conſtituit. Newton. Princip. Scholium generale. Pag. 528.

non per virtutem ſolam, ſed etiam per ſubſtantiam, ſed modo prorſus incorporeo, modo nobis penitus ignoto. Perſpicuum igitur eſt, multum a Newtoni ſententia aberrare, qui exiſtimet, Deum per diffuſionem ſuæ *ſubſtantiæ* eſſe præſentem, quemadmodum corpus in ſpatio ex eo adeſt, quod per illud partes ſuas extenſas habeat; neque mirum admodum cuiquam videri debet, a nobis modum, quo Deus in locis adeſt omnibus, nulla ſat clara ratione expediri poſſe. Cognitio noſtra, quam de rebus habemus, ad earum naturam intimam omnino non pertinet. Figuram, colorem, externam rerum faciem, & quæ in nos agunt, percipimus quidem; at in earum, multoque minus ipſius Dei *ſubſtantiam* nulla vel ſenſus, vel mentis acie penetrare nobis licet. Et quemadmodum, quem natura videndi facultate deſtitutum edidit, quid illud rei ſit, quod colorem appellamus, penitus ignorat, nec ullam animo ſibi viſus, quo alii pollent, imaginem effingere poteſt; ita noſtram intelligentiam ratio etiam illa, modusque, quo Deus omnia & cognoſcit, & efficit, prorſus effugit.

11. Deum eſſe, haſque omnes in ſeſe continere perfectiones, facile equidem, luculenterque ejus evincunt opera; verum ad ipſam ejus pervidendam naturam nullus unquam patere poteſt aditus. Etenim ſeu noſmetipſos, ſeu res ceteras extra nos poſitas ſpectemus, ut cauſa quædam prima ſit, ab alia nulla pendens, neceſſitatem intelligimus: ſed hunc in modum dum fieri non poſſe colligimus, ut Deus non ſit, argumento a *poſteriori* (quod dicunt) utimur;

mur; quæ ſane concludendi ratio ab ea diſcrepat plurimum, qua in Geometria neceſſariam propoſitionum veritatem deducimus, aut ex iis, quæ figuram quampiam conſtituunt, ejuſdem affectiones derivamus. Intereſt, inquam, hanc inter Geometricam, directamque evidentiam, atque conſecutionem illam, qua ſpatii neceſſitas oſtenditur. Non alia de cauſa hæc omnia a nobis iſthic commemorantur, quam ut Newtoni ſententia, qua ſpatium a Divinitatis neceſſitate disjungi non poſſe docuit, jus ſuum obtineat. De infinitate ſpatii & *durationis* magna ſemper Philoſophorum diſſenſione certatum eſt, & vix erit, ut huic eorum contentioni ulla aliquando dies finem imponat. Quod igitur in hanc rem afferre poſſumus, illud tantum eſt, ut oſtendamus, id, quod vir ille eximius hoc ſuper argumento tam breviter, tamque modeſte pronunciavit, non minus certe & cum ratione, & cum veræ Philoſophiæ principiis conſentire, & e Numinis eſſe dignitate, ac aliorum quodvis ſyſtema; ut ut dein vix dubitationi locus ſit, quin ſemper futura ſint in quæſtione tam difficili, quæ obmoveri poſſint, quavis demum in ratiocinando circumſpectione, moderationeque utamur. Quod ad eos attinet, qui ſpatium negant eſſe reapſe in natura aliquid, ſuperius animadvertimus, ex vero, *abſolutoque* motu, quem experientia duce cognoſcimus, *abſolutum* quoque in univerſo ſpatium, ſatis, evidenterque oſtendi; quod ſi hoc ſpatium in univerſo dari negetur, non niſi perturbatio in naturæ ſtudio, ſententiarumque pugnæ conſequantur, neceſſe eſt. Pluribus rationum momentis, atque diffuſe hoc argumen-

gumentum apud Philoſophos varios pertractatum reperias, maxime vero ex eo deductis axiomate: *non entis nulla eſſe attributa*, quibus ſpatii hujus veritas ſtabilitur, cujus partes & menſuræ ſubjectæ ſunt, & variis inter ſeſe rationibus comparari poſſunt.

12. Jam ſupra memoravimus, quod cum Deus prima, atque ſuprema rerum omnium cauſa ſit, prorſus alienum ſit a ratione, eum velut mentem intelligentem penitus ab univerſitate rerum ſegregatam exhibere, atque a natura excludere. Quin immo proni huc, & duce natura ferimur, ut eum & primos in corporibus ciere motus, & ex unius ejus virtute ceterarum omnium cauſarum pendere efficacitatem exiſtimemus. Principium hoc plane congruit cum eo, quod ex omnibus noſtris in naturam inveſtigationibus colligitur, ubi ſcilicet vires Mechanicis tantum legibus, aut ſolis materiæ, motuſque effectis multum ſuperiores continuo deprehendimus. Leges, quibus univerſi natura continetur, certæ ſunt, atque conſtantes, &, quantum quidem eas nobis perſpectas habemus, in generalem quandam, & ad univerſa pertinentem potentiam reſolvi poſſunt. Verum in hanc ipſam quoque potentiam vis, & proprietates non ex Mechanica, ſed potiſſimum ex virtute primi Motoris proxime, & nullo interveniente alio, in eam influentis derivantur. Interim non hoc Auctori rerum fuiſſe conſilium, ut omnia præſente hoc ſtatu ſine viciſſitudine æternum maneant, non ex his modo, quæ

in *morali*, ut dicimus, mundo accidunt, verum etiam ex ipſius, qua ſenſibus ſubjacet, univerſi phænomenis manifeſto apparet; quemadmodum plane liquet, non potuiſſe illud, quo nunc ſe habet, modo, ab omni æternitate conſiſtere.

13. Vis gravitatis, qua corpora cœleſtia continuas converſiones iiſdem ſpatiis, curſibuſque conficiunt, ad ſolis uſque, & Planetarum centra pertinet, quin a virtute ſua quidquam remittat, itaque ad immenſa prorſus ſpatia extenditur, ut certis duntaxat, definitiſque legibus decreſcat. Ejus energia ex quantitate ſolidæ, quæ in corporibus continetur, materiæ, non vero ex ſuperficie, quemadmodum id de cauſis mere Mechanicis obſervavimus, æſtimanda eſt: igitur vis hæc Mechanicæ ſolius legibus ſuperior eſſe recte conſtituetur. Nihilominus tamen vero non eſt ſimile, certos, conſtanteſque cœleſtium orbium ſitus, hunc rerum ordinem, ſub originem mundi ab ea effici potuiſſe. Nequiit certe a gravitatis vi pendere, ut Planetæ ab occaſu potius in ortum, in orbitis fere in circulum flexis, eodemque pene in plano circumferrentur; neque ex ejus natura definiri poteſt, cur Cometæ quaquaverſum impulſi per omnes cœli regiones diſcurrant. Quod ſi fingamus materiam univerſi ſyſtematis gravitate ſua in centro collectam, nulla ſane erit Mechanicis principiis fundata poteſtas, quæ quantumvis gravitatis viribus ſuffulta tantæ molis portiones, quantas ſol, planetarumque globi exigunt, ab immenſa illa maſſa ſejungat, indeque ad definita ſingulis intervalla evectis motum, qua

quæ-

quælibet directione poſcit, imprimat, ſervata interim actionis, reactioniſque æqualitate, neque totius mundani ſyſtematis gravitatis centro loco ſuo unquam emoto. Tam elegans, tam admirabilis rerum coagmentatio non niſi a principio intelligente, libero, cujus poteſtatem nihil circumſcribat, profecta intelligi poteſt. Vires itaque illæ, quæ corpoream univerſi partem continent, varioſque illius motus moderantur, maximopere ab iis differunt, quæ ei vel primum procreandæ, vel in illam redigendæ pulcherrimam formam erant neceſſariæ, qua in præſens ſeſe noſtris oculis objicit.

14. Quemadmodum ne animo quidem comprehendi poteſt univerſum, niſi velut cauſæ ſupremæ, principique motori ſubjectum, quem omni ejus procuratione, atque actione privare abſurdum foret, ne dicam impium; ita quoque ex legibus, quas tam inviolate ſervari cernimus, ipſius, qua in natura operatur, rationis informationem quandam accipimus. Etſi fons & origo omnis efficacitatis unus ille, ſoluſque ſit, haud tamen prohibet, quo minus cauſæ etiam ſecundæ in univerſo ex vero agant, & Mechanica ad efficiendos in magno naturæ ſyſtemate motus vires ſuas conferat (*). Agendi, reagendique æqualitas, quæ in iis adeo potentiis

(*) Ἀλλὰ τοῦτο ἦν τὸ θειότατον, τὸ μετὰ ῥᾳστώνης καὶ ἁπλῆς κινήσεως παντοδαπὰς ἀποτελεῖν ἰδέας, ὥσπερ ἀμέλει δρῶσιν οἱ μηχανοποιοὶ διὰ μιᾶς ὀργάνου σχαστηρίας πολλὰς καὶ ποικίλας ἐνεργείας ἀποτελοῦντες. Vide Ariſt. loco ſuperius memorato.

tiis obtinet, quæ ſupra corporeas multum poſitæ, proximeque a ſupremo ente derivari videntur, plane nobis indicat, etſi omnem agendi, efficiendique virtutem ab eo recipiant, ipſas tamen earum actiones ad Mechanices principiorum regulam dirigi, ac limitibus ſuis definiri; nec eas velut ipſas Dei *volitiones* (ut non paucorum ferebat opinio) ſed tanquam inſtrumenta ejus conſiliis exequendis conſtituta ſpectari oportere. Sic, ſi nobiliſſima naturæ phænomena ex æthere quodam, raro, atque elaſtico, quemadmodum id Newtonus conjecerat, exiſtant; omnis ejus efficacitas in immenſam Dei potentiam, & arbitrium, ſupremam ſcilicet cauſam, eſt refundenda. Nec tamen id vetat, ſubtiliſſimam hujus corporis naturam iiſdem legibus adſtringi, quibus aliorum fluentium actiones, vibrationeſque ſubſunt: & ſi quidem illius indolem exploratam magis haberemus, complures in ejus effecta & utiles, & elegantes diſquiſitiones ex hiſce legibus inſtituere liceret. Facile hinc perſpicitur, auctoris noſtri conjectura nihil prorſus ab influentis in naturam Divinæ virtutis, actioniſque continuatione detrahi, utpote quæ inquirendi libertatem, affectioneſque id genus ætheræ materiæ perveſtigandi haudquaquam circumſcribit. Qui vero præpropere haſce potentias in una cauſæ ſupremæ voluntate, rejecto omni inſtrumento intermedio, reponunt, conatibus hi noſtris, ac diſquiſitionibus finem imponunt, eaque nos Philoſophiæ parte privatos volunt, quæ reliquis excellentior videtur, dum eam velut inane quid, & commentitium repræſentant. Quid, quod hac philoſophandi ratione (uti ſuperius jam meminimus) (*), ipſius

(*), ipſius cauſæ primæ dignitati non parum officiant, cujus tamen aſſerendæ ſtudium, ardoremque tantum præſeferunt? Quanto enim altius ad ſupremam illam cauſam per eos conſcendimus gradus, quos natura nobis velut in ſcala quadam deſcripſit, tanto amplior, elegantiorque rerum creatarum ſcena nobis ſpectanda objicitur. Neque vero ſeu a ratione, ſeu ab uſu alienum videri poteſt, quod de ſecundariarum id genus cauſarum vi, & efficacitate diximus, quibus velut totidem inſtrumentis ad univerſi regimen ſupremus ille Moderator utitur, quando rei hujus exempla neque in communi rerum curſu deſunt. Novimus etenim, gravitatem, attractionem, & repulſionem principiis Mechanicis ſociari; neque ulla ſeſe nobis in contrarium offert ratio, ob quam non idem etiam in phænomenorum, motuumque in univerſo hoc ſyſtemate effectione, quorum cauſæ ſubtiliſſimæ ſunt, & inventu difficillimæ, locum obtineat.

15. Elapſis retro temporibus ingentes in ſuperficie telluris rerum converſiones contigiſſe, declarant potiſſimum diverſa hujus globi ſtrata, quæ cum ordine primum alia excipiantur ab aliis, tum vero non exiguis interrumpuntur intervallis, donec rurſus eadem lege diſpoſita recurrant. Earundem viciſſitudinum monimenta haberi merito poſſunt plantarum veſtigia, duriſſimis etiam impreſſa corporibus, e terræ viſceribus, iis in locis, in quibus id genus fru-

(*) Lib. I Cap. V §. 5.

frutices, herbæve oriri nunquam ſunt viſæ, erutis; ipſa denique terreſtrium, marinorumque animalium oſſa, pluries centenis cubitis infra terram, atque in regionibus ab oceano remotiſſimis deprehenſa, conſimiles mutationes luculenter teſtantur. Tanta hæc rerum permiſtio, commutatioque a Philoſophis non nullis cometarum viribus terram in ſuis revolutionibus propius prætervectorum tribuitur; cauſis aliis in natura agentibus adſcribitur ab aliis: at quoniam univerſi hujus compages ita a Deo conſtituta eſt, ut non modo ex ejus nutu pendeat ſemper, ſed etiam a ſupremi hujus Moderatoris artifice manu refici aliquando, reconcinnarique debeat (quanquam neceſſitatem ejuſmodi reſtitutionis non niſi plurimorum ſæculorum ſeries adferet); haud tanti videtur eſſe, ſcire, opene inſtrumentorum quorundam, an ſola illius virtute, qui primas rebus formas impertiit, ingentes adeo univerſi mutationes factæ ſint?

16. Imperare certe nobis non poſſumus, quin hic loci ejus conſilii, quod Auctori naturæ fuiſſe videtur, meminerimus. Eam ſtatuit vitæ noſtræ conditionem, ut omnis telluris noſtræ cum ingentibus aliis univerſi corporibus communio intercludatur; & quod maxime vero eſt ſimile, neque aliis planetis cum aliis, diverſiſque ſyſtematis, commercium ullum eſſe voluit. Teleſcopiorum ſubſidio quidem montes, præcipites hiatus, & cavernas in luna nobis clariſſime retegere licet; at neſcimus prorſus, ecquod animantium genus prærupta illa loca incolere, illicque greſſum figere poſſit; aut quoſnam in uſus ingentia illa condita ſint antra, e quorum me-

medio præalta rurſus eminent cacumina? Ignoramus penitus, neque ulla intelligendi vi aſſequi poſſumus, qui planetæ illi atmoſphæra, vaporibus, oceano (ut quidem plurimorum fert Aſtronomorum opinio) deſtituto, idem cum tellure noſtra finis præſtitui potuerit? Obſervamus equidem tam repentinas, tam ſtupendas in Jovis, planetarum maximi, ſuperficie converſiones, ut terræ incolis non poſſent omnino non eſſe quam maxime pernicioſæ. Satis ſuperque ad irritandam, ſed non ad explendam ſciendi cupiditatem noſtram hæc corpora noſcimus. Atque ex his non minus, aliiſque conſimilibus animadverſionibus, quam honeſti, vitioſique contemplatione, facile adduceremur, ut, qua nunc ſumus, conditioni, ſortique noſtræ plurima deeſſe exiſtimaremus, niſi eam alius aliquando exciperet ſtatus, qui clariorem, noſtræque aviditati accommodatam naturæ, magnique ejus Auctoris cognitionem ſecum adferat. Haud e dignitate immenſæ illius ſapientiæ, quæ tanta ubivis in natura ſeſe prodit evidentia, fuerit arbitrari, tam arctos intelligentiæ limites nos nunquam poſſe tranſgredi; eoque tantummodo conſilio e tanta rerum creatarum varietate Deum in nobis ſciendi concitare ardorem hunc, ut nunquam ad finem ſuum pertingat. Uti extra dubium eſt, ab homine in tellure principem obtineri locum, neque hic globus noſter (quantum quidem aſſequi nobis fas eſt) ullo alio in univerſi hujus ſyſtemate inferior eſt cenſendus, ſi præcipuos, qui in ejus formatione ſpectari potuerunt, fines attendamus; ita ſi fingamus perire hominem, quin clariorem unquam naturæ cognitionem, quam pro præſente conditione tam im-

perfectam, nanciſcatur, non immerito a nobis ſumpto exemplo conficietur, aliorum quorumvis planetarum, omniumque prorſus ſyſtematum incolas privandos pariter voluptate illa, hæc ſua deſideria expleta olim videndi, neque ſingularia illa, plurimaque naturæ mirabilia a quopiam eorum, niſi obſcure admodum, perſpicienda fore. Eo igitur quaſi duce natura ferimur, ut hanc vitæ mortalis conditionem velut auroram, ac diluculum quoddam ſtatus noſtri conſideremus, quo noſmet ad eam, quæ deinceps nos manet, fortunam rite comparemus; quod ipſi etiam prudentiores priſcorum temporum Philoſophi exiſtimaſſe videntur. Et vero quiſquis accuratius hominis naturam, potiſſimum vero deſideria, animique affectiones conſiderat, quæ præſentibus hiſce rebus exſaturari nunquam poſſunt, façile ſibi perſuadebit, ejus mentem a Divina Providentia ad præſtantiorem multo reſervari rerum notitiam, ac quam in hac ſibi vita comparare poſſit. Non negat, ſed diſtulit fortaſſis eam naturæ Auctor, opportuno concedendam tempore, dum animos ipſa mora præparet. In ejus certe poteſtate eſt poſitum, non modo eas facultates, quibus nos inſtruxit, ad longe majorem perfectionis gradum evehere; verum etiam novas nobis indere, quarum nunc quidem nec imaginem nobis animo effingere poſſumus, quibus longius in naturæ ſyſtemate progredi, ac propius ad ipſum, ſupremam ſcilicet, primamque rerum cauſam accedere nobis liceat. Neſcimus profecto, quam ad rem noſtram accommodatum, opportunumque fuerit, non omnes ſimul a nobis cognitiones hauriri, ſed quibuſdam quaſi gra-

dibus

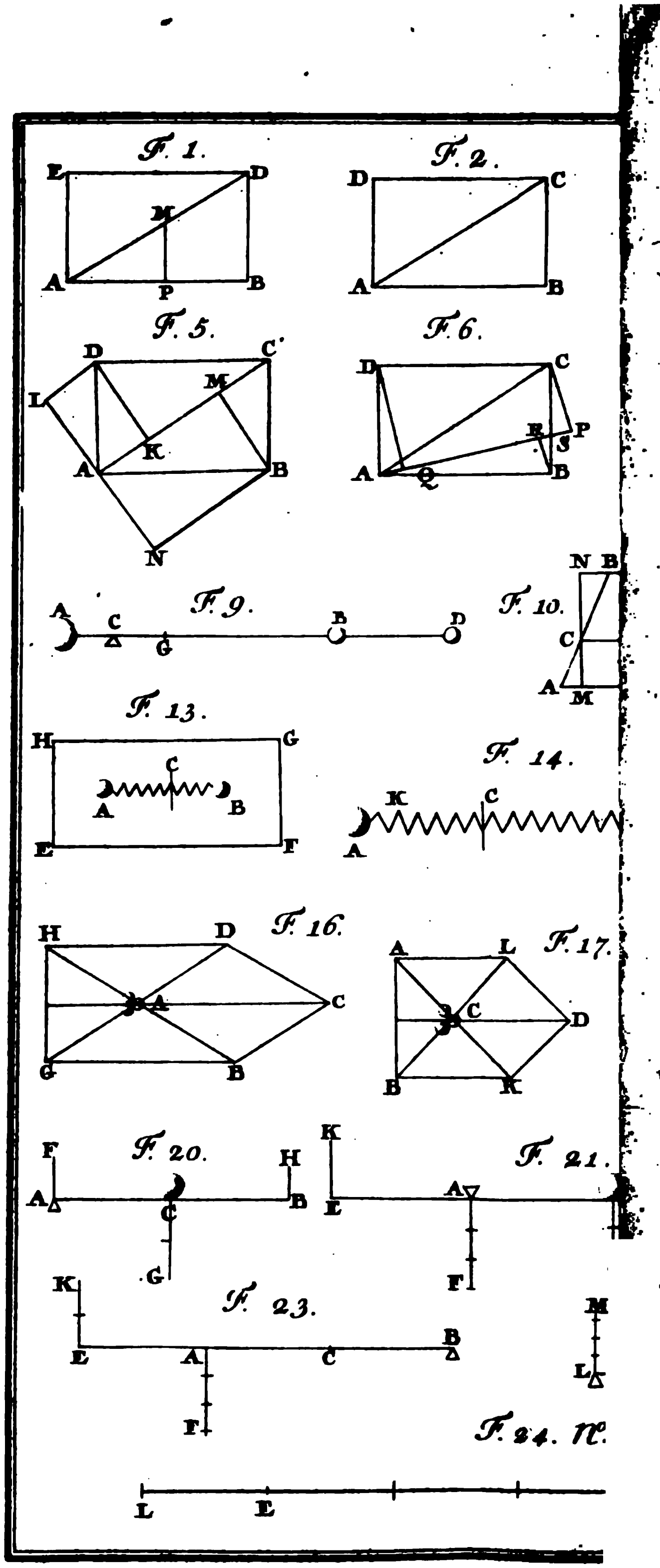
dibus ad ſcientias procedi, ut, dum recens inventa, atque antea incognita cum iis conferimus, quibus olim jam animum imbuimus, & ordinata in nobis naſceretur notitia, & doctrina ſolidior; neſcimus, inquam, quid emolumenti habeat, aut quam neceſſaria ſit hæc velut infantia, etiam animis intelligentia præditis tranſeunda. Enimvero nova cognitio non tam in eo ſita eſt, quod mens ad rem antehac ignoratam inveſtigando perveniat, quam quod eam cum aliis probe ante perſpectis contendendo pervideat, quæ mutua earum ſit ratio, quis nexus, quid cum aliis commune, quid diverſum ab iis habeat. Ex his jam facile quiſque videt, vim intelligendi apud nos multo reddi ampliorem, quam ſi ſingularum rerum cognitiones ſingulas in unam denique coaleſcere ſummam fingeremus; & ſiquidem novum quidpiam detegamus, acceſſionem, quæ ad eam fit, tanto eſſe majorem, quanto plura jam antea animo complectebamur, ut proinde incrementa hæc haud quaquam rerum numero, quarum notitia adjicitur, definiantur, ſed longe plus momenti habere ſint cenſenda. * * * *

Finis.

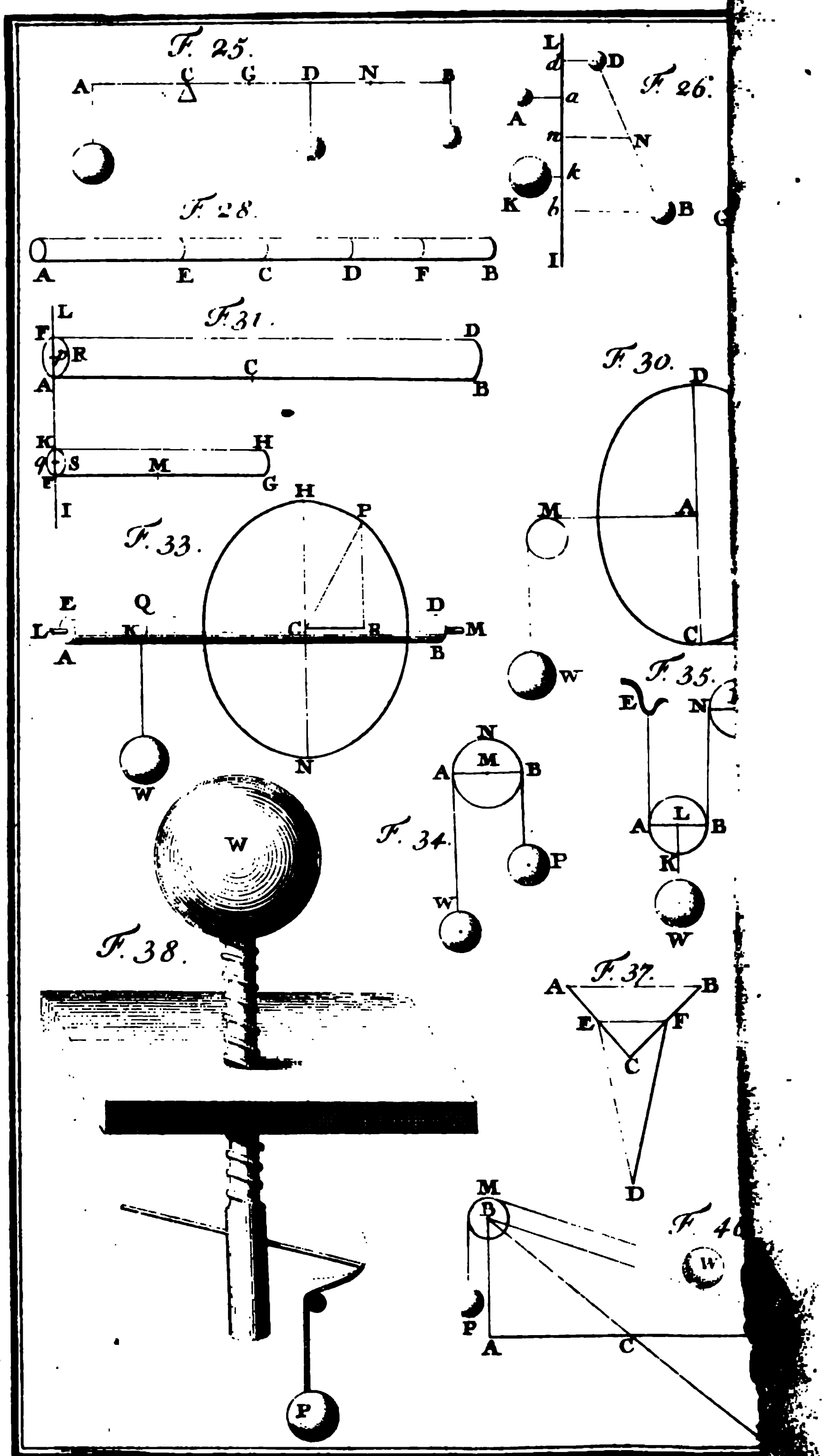
PAG.	LIN.	ERRATA	CORRIGE
Pag. VII	Lin. 32	Conditioris	Conditoris
XIII	29	juſte	juſtæ
XVI	15	inſtrumenturum	inſtrumentorum
XXIII	15	*infiniti parvi*	*infinite parvi*
5	15	finitvit	finivit
	25	apellat	appellat
13	10 & 11	opinionionibus	opinionibus
22	14	transgrediatur	transgrediantur
25.	5	proveherent	proveheret
	6	deducerent	deduceret
27	24	ve-	*deleatur*
35	13 & 14	contentionis	contentiones
37	16	famuliari	familiari
49	3	a	e
	7	tamem	tamen
54	3	illus	illius
74	24	improvidis	improvidis muſcis
90	7	ratione, quam	ratione, qua
	26	puſſunt	poſſunt
97	penult.	*eus*	*ejus*
103	21	Creator ;	Creator optimi ;
113	27	quorum	quarum
116	10 & 11	philooſophandi	philoſophandi
119	23	lectiones	ſectiones
133	22 & 23	fueri	tueri
152	24	quiem	quidem
153	22	elatterum	elaterum
154	22	elatteres	elateres
160	14	æquilibro	æquilibrio
163	27	adverſus	commentationis adverſus
170	26	corporicus	corporibus
182	19	*reppellentibus*	*repellentibus*
185	19	flabiliamus	ſtabiliamus
216	19	CE &,	CE, &
235	20	*ob*	*ob*
237	17	CD	CD ſint
243	19	de eſſet	deeſſet
253	27	& =	&
272	8	plane	pene
278	9	poſita	poſitu
291	5	ad horizontem	ab horizonte
292	ult.	producti	productis

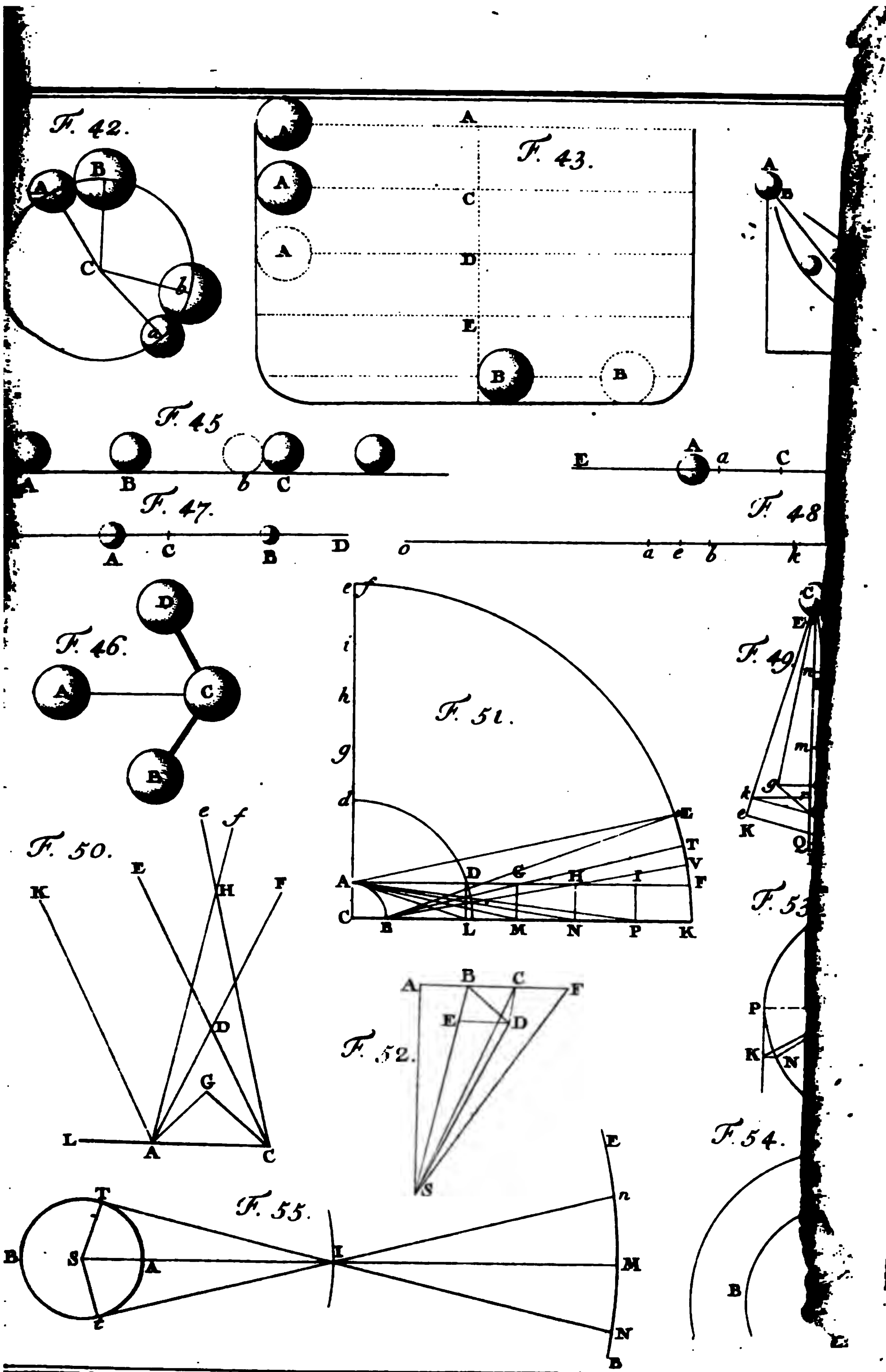
292

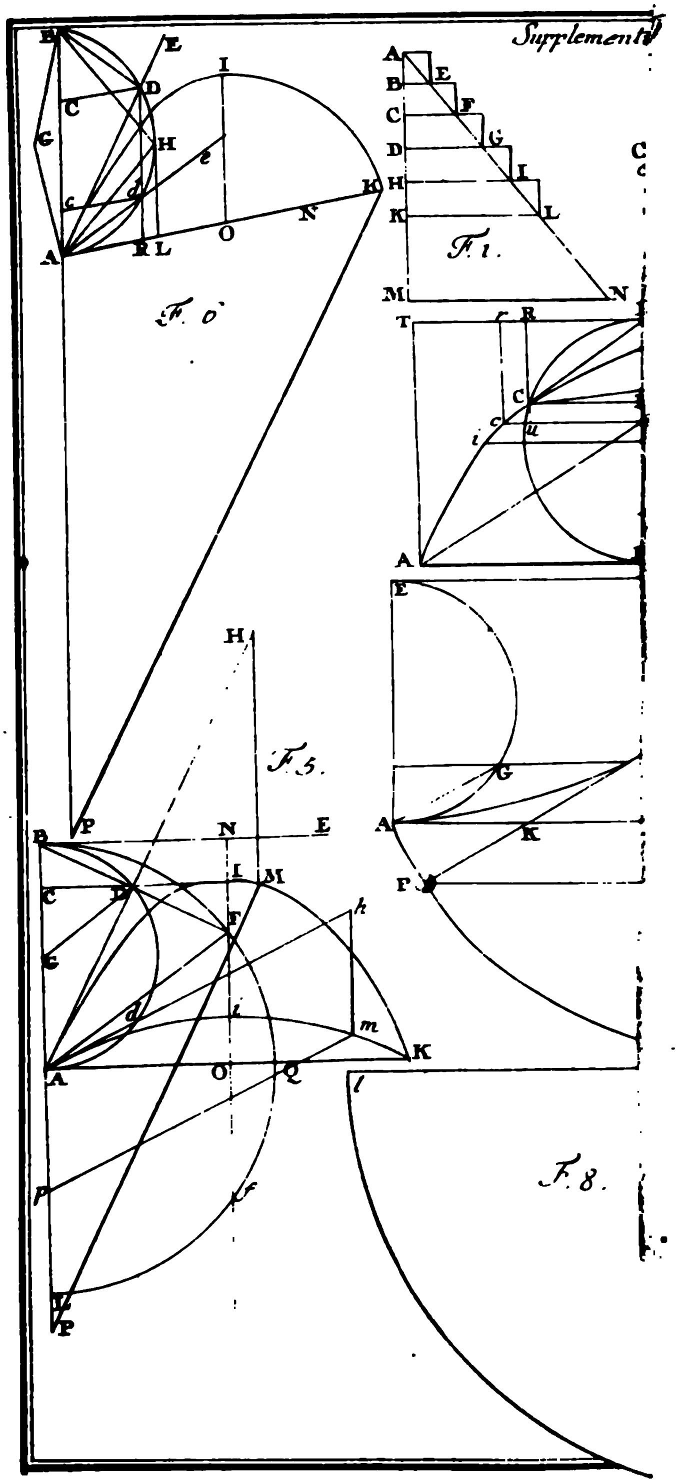
PAG.	*LIN.*	*ERRATA*	*CORRIGE*
293	27	quia , admaximos	quia ad maximos
294	*ult.*	immenſa	immenſam
303	18	revoverentur	revolverentur
305	*ult.*	uperveniat	ſuperveniat
312	21	T A ,	T A ad
	23	*deleatur* ad	
315	24	projecte	projectile
345	25	pyramidali	pyramydalia
352	14	$\pm$ N P M	+ N P M
	20	$\frac{Dd \times 2 VM^3}{CA \times 3 PC^3}$	$\frac{Dd \times 2 VM^2}{CA \times 3 PC^2}$
355	22	d eſt	id eſt
356	9	At	Ad
370	1	quavis	quævis
371	28	illis ex	ex illis
388	2	velocitatom	velocitatem
394	ult.	oſtendimus	oſtendimus)
400	25	cento	centro
423	25	Qua	Quia
424	7	ſit	fit
4 8	26	cujuſa mxima	cujus maxima
449	32	durnus	diurnus
455	20	*Priſtolium*	*Briſtolium*
	25	adh bitis	adhibitis
478	1	via	vis



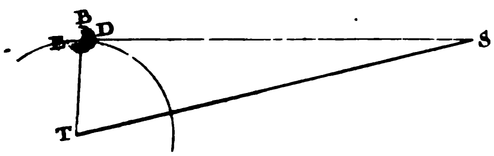
F. 1.
F. 2.
F. 5.
F. 6.
F. 9.
F. 10.
F. 13.
F. 14.
F. 16.
F. 17.
F. 20.
F. 21.
F. 23.
F. 24. N°.


F. 25.
F. 26.
F. 28.
F. 30.
F. 31.
F. 33.
F. 34.
F. 35.
F. 37.
F. 38.

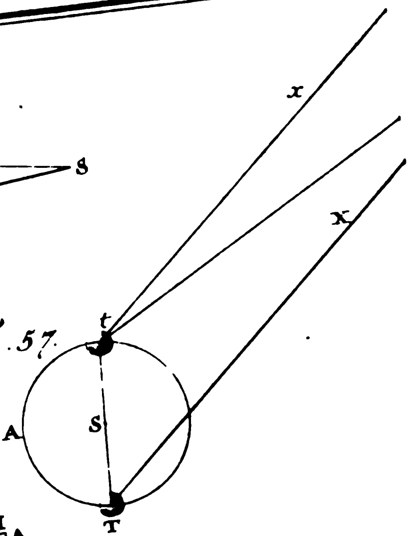

F. 42.
F. 43.
F. 45
F. 46.
F. 47.
F. 48
F. 49
F. 50.
F. 51.
F. 52.
F. 54.
F. 55.


F. 1.
F. 5.
F. 8.

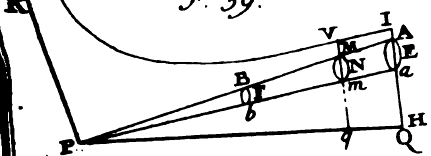
F. 56.



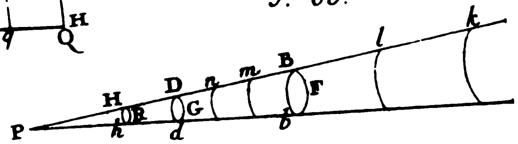
F. 57.



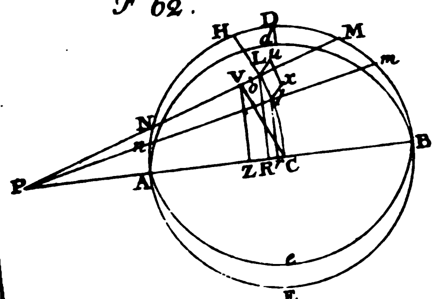
F. 59.



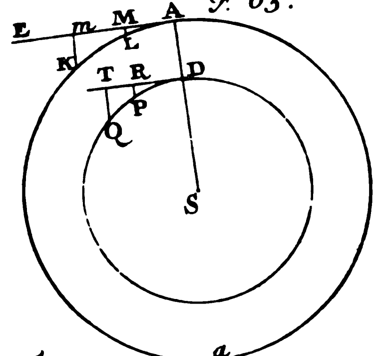
F. 60.



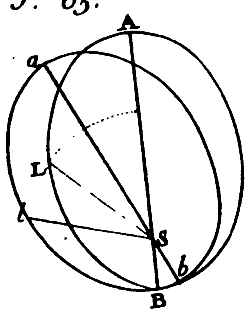
F. 62.



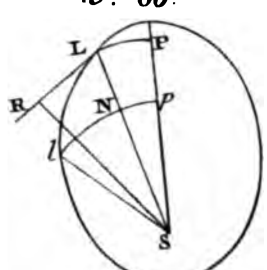
F. 63.



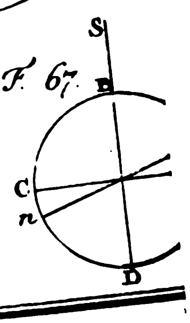
F. 65.



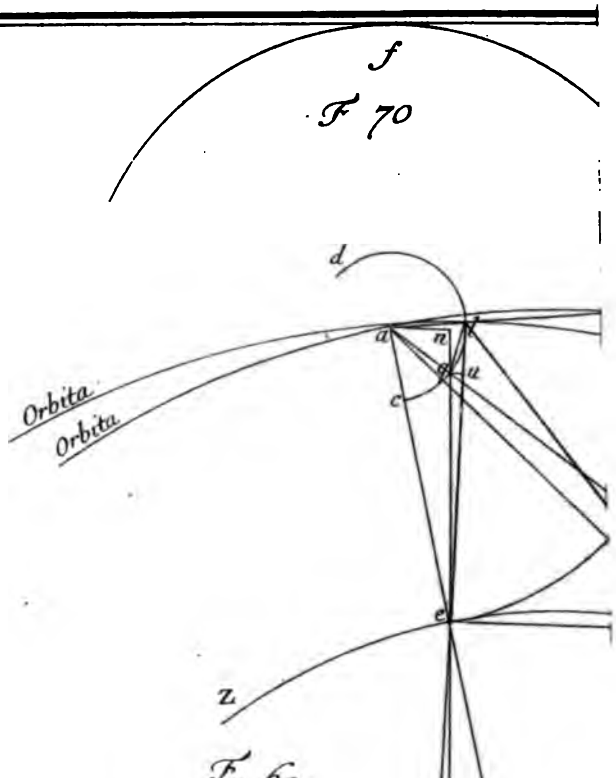
F. 66.

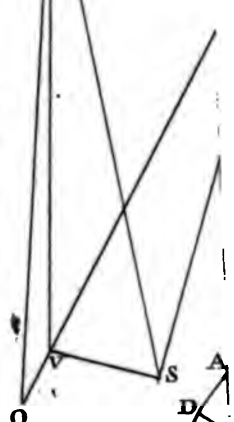


F. 67.



F 70





F. 69.



